

第1章 単純梁の解析

目 次

1.1	概念の理解	1-1
1.1.1	単純梁解析の概念	1-1
1.2	チュートリアル	1-5
1.2.1	モデルの概要	1-5
1.2.2	作業環境の設定	1-6
1.2.3	材料及び断面の定義	1-8
1.2.4	節点及び要素の生成	1-11
1.2.5	境界条件の入力	1-14
1.2.6	荷重の入力	1-16
1.2.7	構造解析の実行	1-20
1.2.8	解析結果の確認	1-22
1.3	構造計算の解説	1-31
1.3.1	力学的概念の理解及び数値計算	1-31
1.4	練習問題	1-33

1.1 概念の理解

1.1.1 単純梁解析の概念

単純梁とは、両端が回転自由（曲げモーメントを伝達しない）な支持条件を持ち、静定構造として反力が力の釣り合い条件のみで決定できる梁を指す。

図 1.1 は、全体座標系の X-Z 平面（2次元の空間）に存在する単純梁とそこに作用する荷重および反力を表したものである。要素座標系の x 軸は部材の長さ方向の軸を意味し、x 軸に垂直の方向が z 軸、そして右手の法則により y 軸が定まる。

ここで、軸の方向を小文字の x, y, z で表記したのは、要素座標系と全体座標系 (X, Y, Z) を区分するためである。要素座標系とは、各部材（要素）に固有に定義される座標系であり、一般に部材軸方向を x 軸、断面の主軸方向を y 軸および z 軸として定められる。

一方、全体座標系は構造物全体に対して共通に定義される座標系であり、外力条件や境界条件の設定、解析結果の表示などに用いられる。

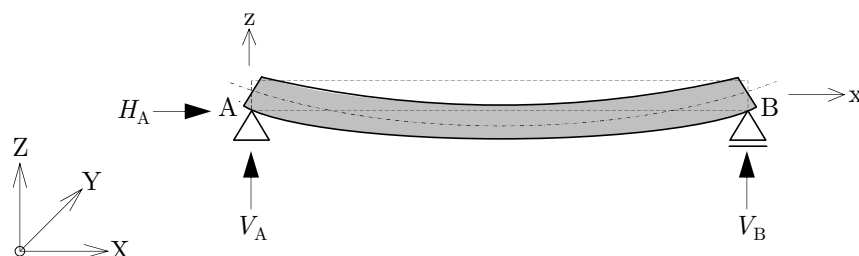


図 1.1 単純梁

単純梁とは、両端がヒンジ支点およびローラー支点によって支持され、いずれの支点においても曲げモーメントを伝達しない梁である。したがって、梁端では回転変形は拘束されず、ヒンジ支点側では軸方向および鉛直方向の移動が拘束され、ローラー支点側では鉛直方向の移動のみが拘束される（例：図 1.1 に示す点 A および点 B を参照）。

ここでは、梁を X-Z 平面内に存在する 2次元構造物として扱う。このような 2次元構造物が静力学的に釣り合っている場合、力およびモーメントの釣り合い条件として式 (1.1) が成立する。

$$\sum H = 0, \sum V = 0, \sum M = 0 \quad (1.1)$$

力およびモーメントの釣り合い条件は 3 つ（水平力 H 、鉛直力 V 、モーメント M 、など）存在するため、単純梁における支点反力の未知数が 3 つ（図 1.1 の例： H_A 、 V_A 、 V_B ）である場合、これらの反力はすべて静力学の釣り合い条件のみから求めることができる。このように、反力の未知数の数と独立な力の釣り合い条件の数が一致する構造物を**静定構造物**という。

一方、未知数である反力の数が力の釣り合い条件の数を上回る場合には、静力学の釣り合い条件だけでは反力を一意に決定することができず、変形条件などの追加条件が必要となる。このような構造物を**不静定構造物**と呼び、連続梁などがこれに該当する。

上記の方法によって支点反力が求められた後、部材内部の任意の位置（断面）において生じる断面力を算定する。梁の軸方向に沿って任意の距離に位置する断面に作用する断面力は、軸力 N 、せん断力 Q 、および曲げモーメント M の 3 種類で表される。これらの断面力は、図 1.2 に示すように、対象とする断面で部材を切断し、得られた自由体に対して力およびモーメントの釣り合い条件を適用することにより求められる。

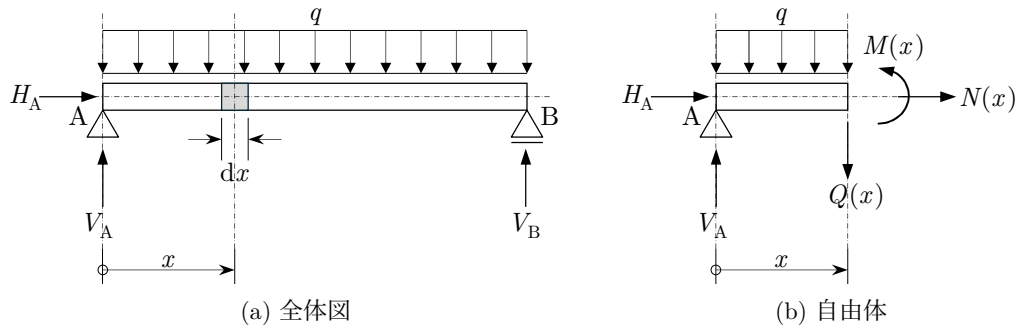


図 1.2 切断法による断面力算定

$$\sum H = 0 ; \quad H_A + N(x) = 0 \quad (1.2a)$$

$$\sum V = 0 ; \quad V_A + (-q)x - Q(x) = 0 \quad (1.2b)$$

$$\sum M = 0 ; \quad V_A \cdot x - qx \cdot \frac{x}{2} - M(x) = 0 \quad (1.2c)$$

図 1.3 は部材の断面力において＋方向の符号の規約を示す．軸力 N ,せん断力 Q および曲げモーメント M の＋方向の定義は、次のとおりである．軸力 N は部材要素が伸ばされる方向が＋方向，せん断力 Q は部材要素が右回転する（時計回り）方向が＋方向，曲げモーメント M は部材要素が下に凸になる方向が＋方向である．

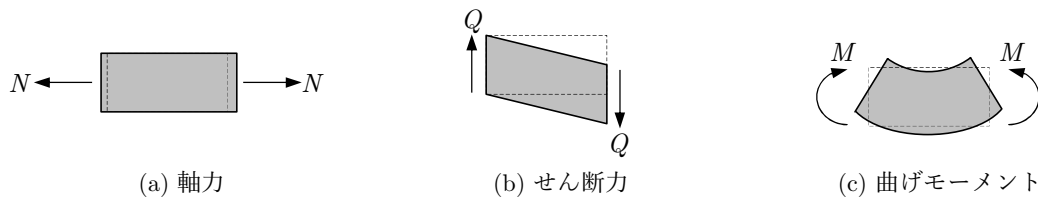


図 1.3 断面力の符号規約

部材の長さ方向に沿ってせん断力とモーメントの分布を求めるためには、図 1.2 (a)の微少片 (dx) に対し、図 1.4 のような力の釣り合い条件が適用できる．

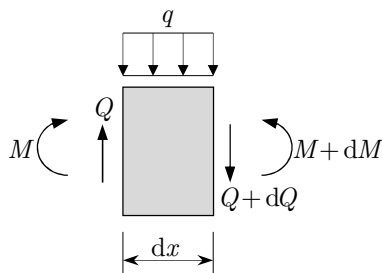


図 1.4 分布荷重－せん断力－モーメントの相関関係

$$\frac{dQ}{dx} = -q \quad \rightarrow \quad Q_{x_2} - Q_{x_1} = \int_{x_1}^{x_2} -q \, dx \quad (1.3a)$$

$$\frac{dM}{dx} = Q \quad \rightarrow \quad M_{x_2} - M_{x_1} = \int_{x_1}^{x_2} Q \, dx \quad (1.3b)$$

以上のことから、せん断力を部材軸方向に微分すると、その位置に作用する分布荷重（単位長さ当たりの荷重）が得られる．また、曲げモーメントを微分するとせん断力が得られる（符号は図 1.3 の規約による）．言い換えると、分布荷重が連続的に作用する区間では、2 点（ x_1 点と x_2 点）の間のせん断力の差は分布荷重図の面積に等しく、2 点の曲げモーメントの差はせん断力図の面積に等しい．

部材に外力や支持反力が作用すると変形が生じ、梁の変形は一般にたわみ角 (θ) およびたわみ (v) で表される。任意の点におけるたわみ角とは、変形前の部材の中立軸と、変形後の中立軸の接線がなす角度を意味する。ここで、変形後の中立軸の接線とは、たわみ曲線をその位置で微分して得られる方向である。たわみ角、曲げモーメントおよび曲率に付した添字 y は、 y 軸まわりの曲げ変形 (x - z 平面内の挙動) を示している。

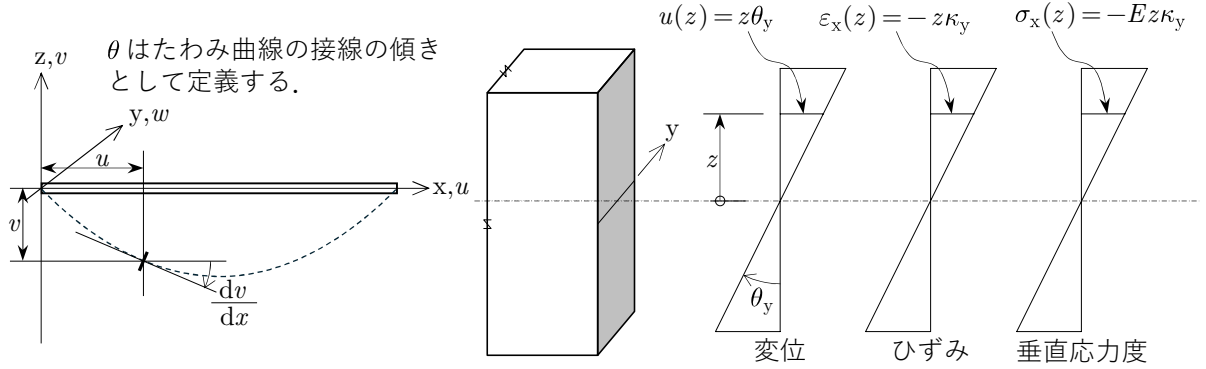


図 1.5 断面での変形、ひずみ、応力の分布

$$v(x) \quad ; \quad \text{たわみ} \quad (1.4a)$$

$$\theta(x) = \frac{dv}{dx} \quad ; \quad \text{たわみ角} \quad (1.4b)$$

$$\kappa(x) = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad ; \quad \text{曲率} \quad (1.4c)$$

たわみ角 (θ) およびたわみ (v) が生じると、断面内には軸方向ひずみが分布し、理論的にはせん断変形も生じる。ただし、梁のように断面寸法に比べて長さが十分に大きい構造物では、せん断変形は曲げ変形に比べて十分小さいため、通常は無視される。

図 1.5 のように、 z 方向にたわみを生じさせる曲げモーメント (y 軸まわりの曲げモーメント) が作用した場合、断面の上端では縮み (圧縮) が、下端では伸び (引張) が生じる。これらの伸び縮みはすべて部材軸方向のひずみとして現れる。断面内の軸方向ひずみは中立軸から線形に分布し、この分布によって中立軸が曲がる程度を曲率で表す。曲率、たわみ角およびたわみの関係は図 1.5 および式 (1.4) に示すとおりであり、たわみを微分するとたわみ角が得られ、たわみ角をさらに微分すると曲率が得られる。なお、符号の正負は本書で採用している符号規約に基づく。また、図 1.5 から、モーメントー曲率の関係は次のように誘導できる。

曲率はモーメントから求まり、材料および断面の特性 (EI) に依存する。

$$\kappa = \frac{M}{EI} \quad ; \quad \text{曲げモーメントが曲率 (曲がり具合) を決める関係} \quad (1.5a)$$

たわみは境界条件に強く依存し、全体形状の結果として現れる。

$$v(x) = \iint \frac{M(x)}{EI} dx \quad ; \quad \text{たわみ曲線を求める基本方程式} \quad (1.5b)$$

式 (1.4) に示すように、たわみ v を部材軸方向に微分するとたわみ角 θ が得られ、たわみ角をさらに微分すると曲率 κ が得られる。

逆に、曲率を積分することでたわみ角が得られ、さらに積分することでたわみを求めることができる。線形弾性範囲においては、曲率と曲げモーメントは $\kappa = M/EI$ の関係で結ばれているため、曲げモーメントの分布が分かれば、境界条件を用いてたわみ角およびたわみを算定することができる。

単純梁の中央に集中荷重が作用する場合（図 1.6）に対し，せん断力，モーメント，たわみ角およびたわみを求める過程を例として見てみよう．

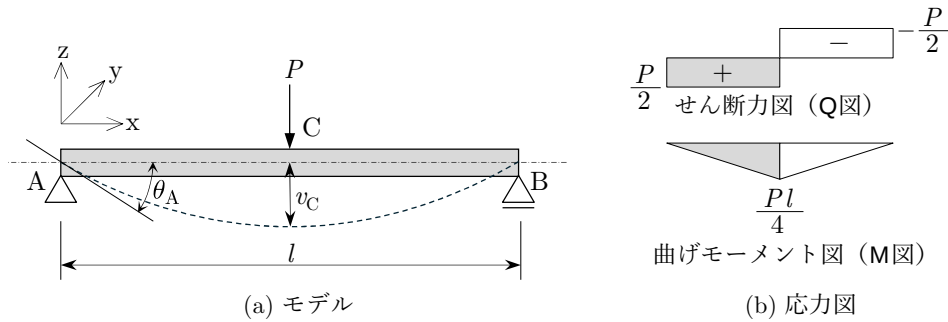


図 1.6 集中荷重がかかる単純梁

A 点と C 点の間における曲げモーメントの変化量は，A-C 間のせん断力図におけるグレーで示した部分の面積に等しい．ここで，単純梁の支点 A では曲げモーメントが 0 であるため，C 点の曲げモーメントは当該せん断力図の面積として求められる．

得られた曲げモーメント分布を，曲率と曲げモーメントの関係式 $\kappa = M/EI$ に代入し，これを部材軸方向に積分することでたわみ角およびたわみを求めることができる．

すなわち，曲率を積分することにより A 点のたわみ角 θ_A が求まり，さらにその結果を用いて積分を行うことで中央 C 点のたわみ v_C が算出される．

$$\theta_A = \frac{1}{EI} \left(\frac{l}{2} \cdot \frac{P \cdot l}{4} \right) \frac{1}{2} = \frac{P \cdot l^2}{16EI} \quad (1.6a)$$

$$v_C = \frac{P \cdot l^2}{16EI} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} = \frac{P \cdot l^3}{48EI} \quad (1.6b)$$

以上の計算は，曲率を積分することでたわみ角が得られ，さらに積分することでたわみが求められるという，たわみ曲線の基本的な関係に基づいている．

1.2 チュートリアル

1.2.1 モデルの概要

梁の片方はヒンジ支点，他方はローラー支点で構成されている単純梁の変形及び部材力を CIVIL NX で確認し，数値計算の結果と比較する．

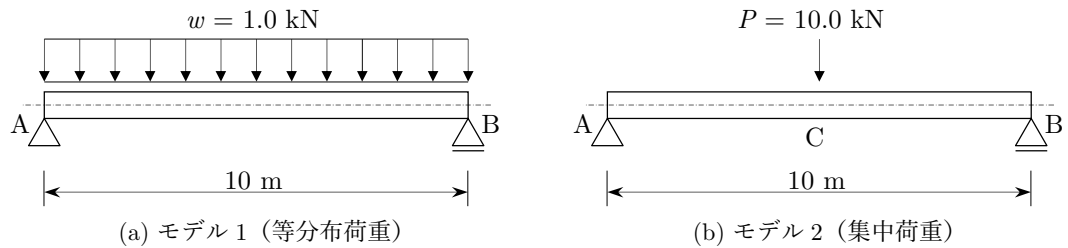


図 1.7 解析モデル図

➤ 材料諸元

コンクリート

- ・設計基準強度..... $\sigma_{ck} = 24 \text{ N/mm}^2$
- ・ヤング係数..... $E_c = 2.50 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$

➤ 断面諸元

- ・断面寸法（幅×梁せい）..... $B \times H = 1.0 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}$
- ・断面積..... $A = B \times H = 0.8 \text{ m}^2$
- ・断面二次モーメント..... $I = BH^3/12 = 4.267 \times 10^{-2} \text{ m}^4$

➤ 荷重

モデル 1

- ・梁全長に等分布荷重を鉛直下向に作用させる．..... $w = 1.0 \text{ kN/m}$

モデル 2

- ・梁中央に集中荷重を鉛直下向に作用させる．..... $P = 10.0 \text{ kN}$

1.2.2 作業環境の設定

(1) 単位系の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー：[≡ ファイル] > [📁 新規プロジェクト]

メインメニュー：[≡ ファイル] > [📁 保存]

① ファイル名に「単純梁」と入力し、[保存] をクリックする。

使用する単位系を設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [単位系]

② 長さで「m」および力(質量)で「kN(ton)」を選択する。

③ [OK] をクリックする。



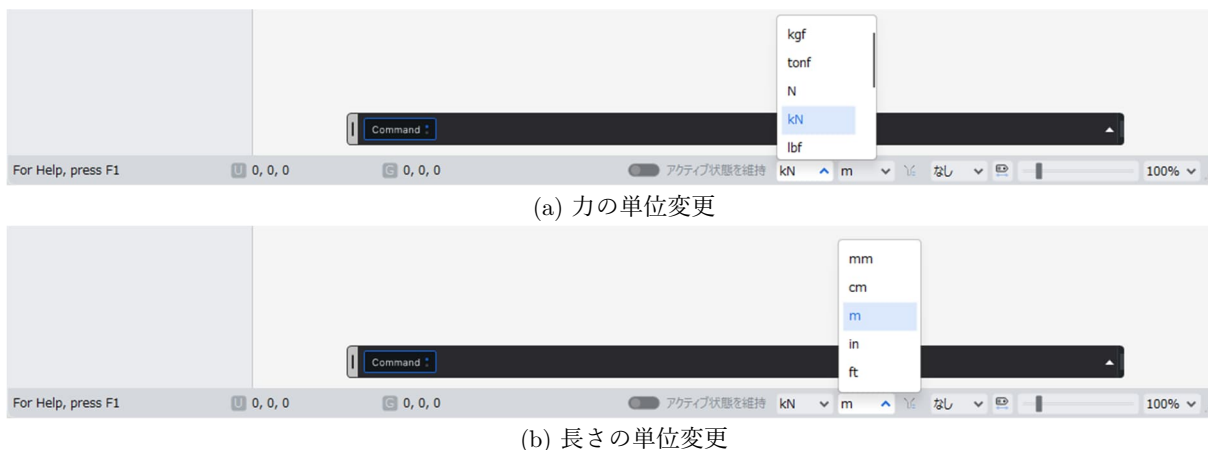
(a) ファイルの保存

(b) 単位系の設定

図 1.8 ファイルの保存および単位系の設定

Tip ステータスバーから単位系を変更する方法

単位系の設定は画面下のステータスバーでも簡単にできる。



(a) 力の単位変更

(b) 長さの単位変更

図 1.9 ステータスバーから単位変更

(2) 作業平面の設定

CIVIL NX は 3 次元構造物の解析を行うプログラムであり、各節点は 6 自由度 (D_x , D_y , D_z , R_x , R_y , R_z) を有する。

本チュートリアルでは構造物を X-Z 平面内で挙動する 2 次元モデルとして扱うため、面外方向の自由度を拘束する必要がある。

具体的には、X-Z 平面内の挙動 (y 軸回りの曲げ) のみを考慮するため、全節点において面外変位 D_y および面外回転 R_x , R_z を拘束する。

CIVIL NX では、構造形式を指定することでこれらの自由度拘束を一括設定できる。

本チュートリアルでは、全体座標系 (Global Coordinate System, GCS) を基準として X-Z 平面内の挙動のみを許容するため、構造形式を「X-Z 平面」に設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [基本設定]

① 構造形式で「X-Z 平面」を選択する。

② [OK] をクリックする。



図 1.10 作業平面の設定

1.2.3 材料及び断面の定義

(1) 材料の定義

CIVIL NX には、構造材料として用いられる鋼材およびコンクリートの材料の特性値があらかじめ定義されている。

これらは規格や種別から選択できるほか、任意の値を入力することも可能である。

メインメニュー：[材料/断面] > 「材料特性」 > [材料特性]

- ① [追加...] をクリックする。
- ② 一般>名称に「コンクリート」と入力する。
- ③ 弾性データ>タイプで「コンクリート」を選択する。
- ④ 弾性データ>コンクリート>規格で「JIS-Civil(RC)」，
>種別で「Fc24」を選択する。
- ⑤ [OK] をクリックする。
- ⑥ [閉じる] をクリックする。



任意材料の設定方法

任意の材料を使用する場合、タイプを「ユーザー定義」とすることで、物性値を直接入力できる。



[OK] ボタンと [適用] ボタンの違い

[OK] ボタンは入力内容を確定し、材料データのウィンドウを閉じる。

複数の材料を連続して定義する場合は [適用] ボタンを使用し、入力を確定しつつウィンドウを閉じずに作業を継続する。

最後に [OK] ボタンをクリックする。



(a) 材料 & 断面



(b) 材料データ

図 1.11 材料の定義

(2) 断面の定義

CIVIL NX では、断面寸法を入力することで、断面積および断面二次モーメントなど、構造解析で使用される断面特性が自動的に計算される。

メインメニュー：[材料/断面] > 「断面」 > [断面]

[追加...] をクリックする。

- ① 名称に「梁」と入力する。
- ② 断面形状リストから「矩形」を選択し、定義方法として「ユーザー」を選択する。
- ③ H に「0.8」、B に「1」を入力する。
- ④ 「せん断変形を考慮する」をオフにする。
- ⑤ [断面性能表示...] をクリックする。
- ⑥ 断面性能を確認し、[OK] をクリックする。
- ⑦ [OK] をクリックする。



Tip

断面性能の表示

[断面性能表示...]

ボタンをクリックすると、プログラムで自動計算された断面性能が確認できる。

図 1.12 断面の定義

ここで、図 1.12(b) 中の各記号は以下に示す通りである。

Area : 断面積

Ixx : ねじり定数

Asy : ローカル y 方向のせん断に対する
せん断面積

Iyy : ローカル y を中立軸にする
断面二次モーメント

Asz : ローカル z 方向のせん断に対する
せん断面積

Izz : ローカル z を中立軸にする
断面二次モーメント

Tip 「せん断変形を考慮する」機能

本機能は、断面のせん断変形の考慮の有無を設定するオプションである。一般に、構造力学の計算ではせん断変形は微小であるため無視されることが多いが、解析プログラムでは考慮することが可能である。

本章のチュートリアルでは、構造力学の理論計算結果との比較を行うため、「せん断変形を考慮する」のチェックをオフとし、条件を統一する。

Tip 材料と断面

梁の軸方向に荷重 P が作用すると変位 Δl が発生する。このとき、 Δl はヤング係数 E および断面積 A が大きいほど小さくなり、荷重 P および部材長さ l が大きいほど大きくなる。

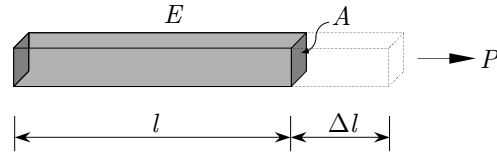


図 1.13 軸変形

これを数式で表すと次のようになる。

$$\Delta l = \frac{P l}{EA} \rightarrow P = \frac{EA}{l} \Delta l \quad (1.7)$$

したがって、荷重と変位の関係は線形関係となり、荷重－変位グラフで表すことが出来る。このとき、勾配 K は構造物の剛性を意味する。

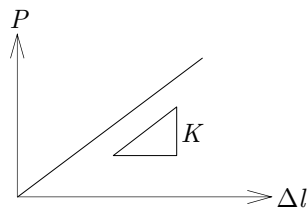


図 1.14 荷重－変位関係

$$\{P\} = [K]\{\Delta l\} \quad (1.8)$$

ここで、 $[K]$ は構造物の剛性、 $\{\Delta l\}$ は変位、 $\{P\}$ は作用荷重を表す。

プログラムを用いた構造解析では、変位を求めることで応力や部材力などが算定される。したがって、構造解析のモデリングとは、未知数である変位を求めるために、荷重および剛性を適切に定義する過程である。

CIVIL NX では、荷重は [荷重] メニューから、剛性は [材料/断面] メニューから入力する。

構造物の剛性は $[K]$ で表され、その基礎となる軸剛性は EA より定義される。ここで EA は材料特性および断面特性から決定される量である。

また、断面の形状および寸法に基づき、軸剛性に加えて曲げ剛性、せん断剛性およびねじり剛性などが自動的に算定される。これらの剛性に関わる諸量は、「材料」および「断面」の設定により定義される。

(材料の定義、断面の定義のダイアログボックスを参照)

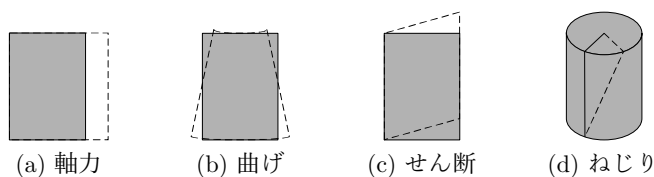


図 1.15 各種剛性

1.2.4 節点及び要素の生成

(1) 節点の生成

要素を生成する位置に節点を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成▼] > [節点生成]

- ① 座標 (x, y, z) に「0, 0, 0」を入力する。
- ② コピー>回数に「10」,
- >距離 (dx, dy, dz) に「1, 0, 0」を入力する。
- ④ [適用] をクリックする。
- ⑤ [節点番号] と [自動フィット] をオンにし, [正面] をクリックする。

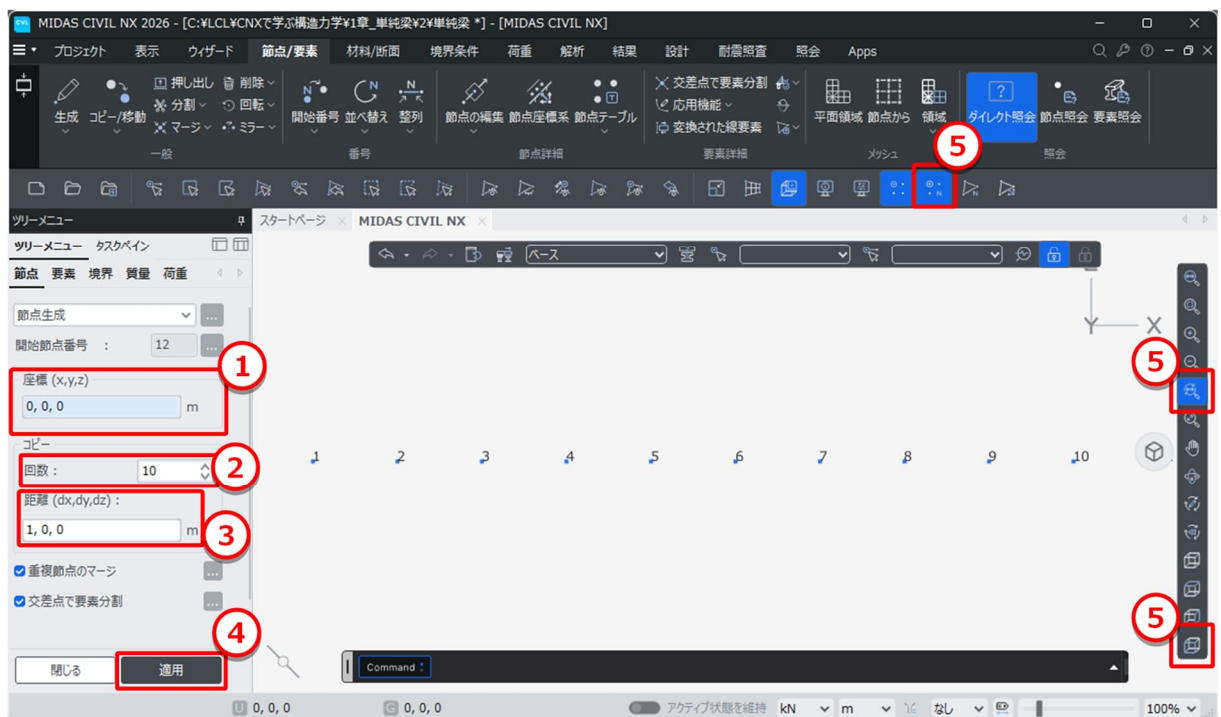


図 1.16 節点の生成

Tip 有限要素法解析モデル

CIVIL NX のような有限要素解析プログラムは、解析対象となる構造物を、節点 (Node) 及びそれらをつないだ要素 (Element) によってモデル化する。

要素には、引張及び圧縮のみを表現するトラス要素、軸方向力及び曲げを考慮できる梁要素、面として挙動する板要素などがある。

解析では、対象とする構造物の挙動に応じて、適切な要素を選択する必要がある。また、要素を細かく分割してモデル化することで、より詳細な解析結果を得ることができる。

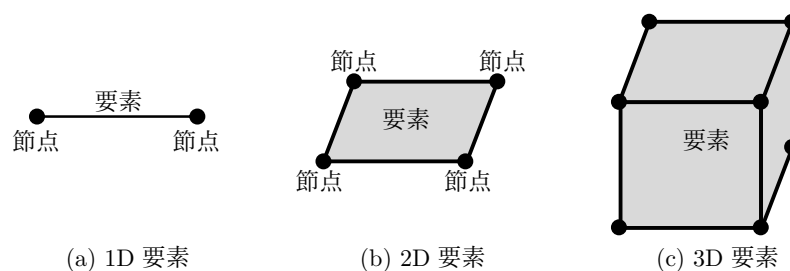


図 1.17 要素タイプ

(2) 要素の生成

節点を連結して要素を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成▼] > [要素生成]

- ① 要素タイプで「一般梁/テーパ断面梁要素」を選択する。
- ② 材料>名称で「1: コンクリート」を選択する。
- ③ 断面>名称で「1: 梁」を選択する。
- ④ 構成節点の入力ボックス内をクリックし、入力状態であることを確認する。
- ⑤ モデルビューで節点 1, 節点 11 の順にクリックする。
- ⑥ [モデル縮小表示] と [要素番号] をオンにする。

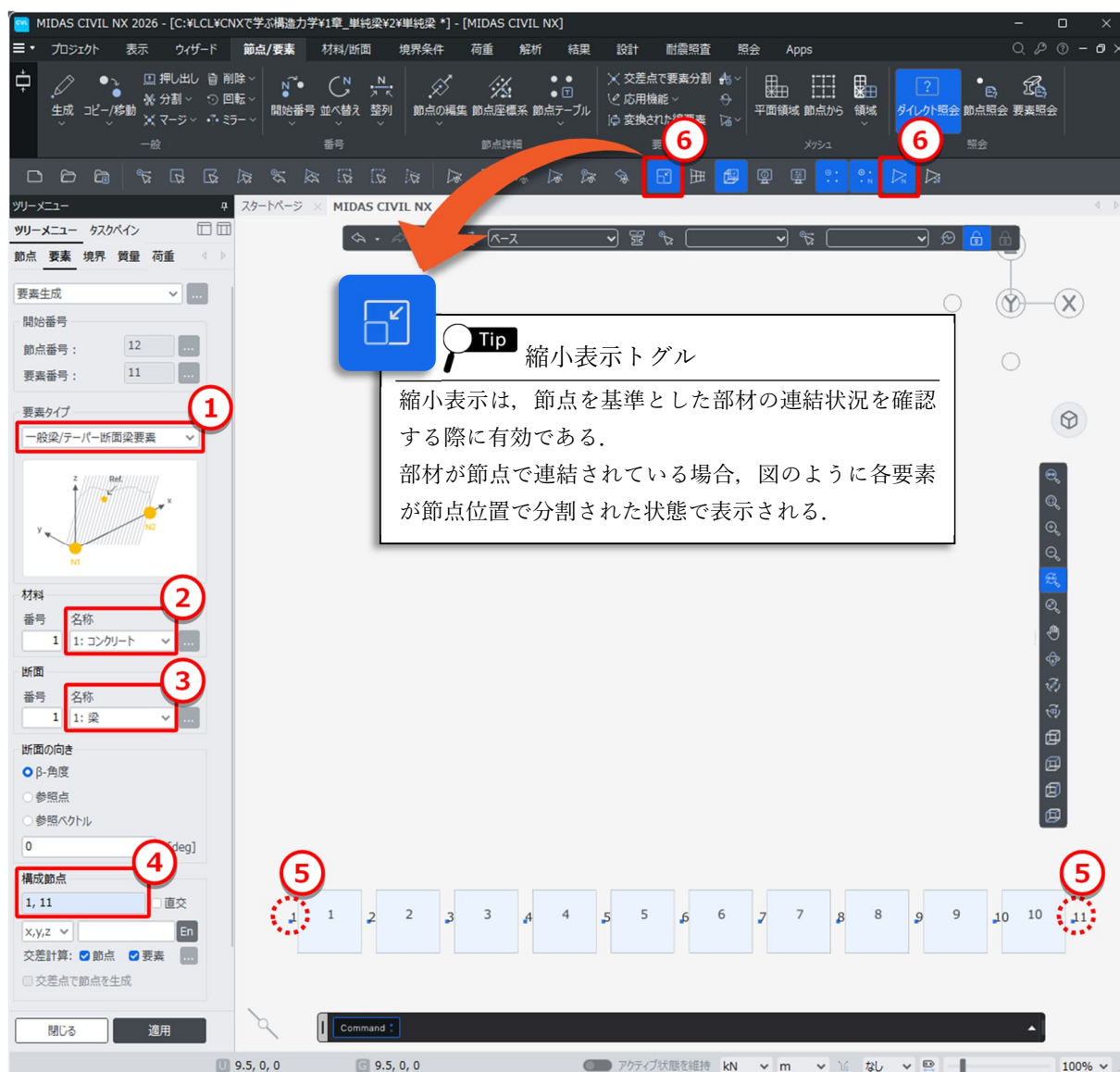


図 1.18 要素生成

Tip 要素を入力する際に有効なオプション

節点スナップ：モデルビュー上でマウスにより位置を指定する際に、最も近い節点に自動的に吸着する。

交差計算：要素の生成位置に既存の節点が存在する場合、または要素同士が交差する位置において節点を自動的に生成し、当該位置で要素を分割する。

(3) 要素の複製

生成された部材を複製する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [コピー/移動▼] > [要素コピー/移動]

- ① モードで「コピー」を選択する。
- ② コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「0, 0, 3」，回数に「1」を入力する。
- ③ 「節点属性のコピー」と「要素属性のコピー」をオンにする。
- ④ [ 全て選択] をクリックする。
- ⑤ [適用] をクリックする。

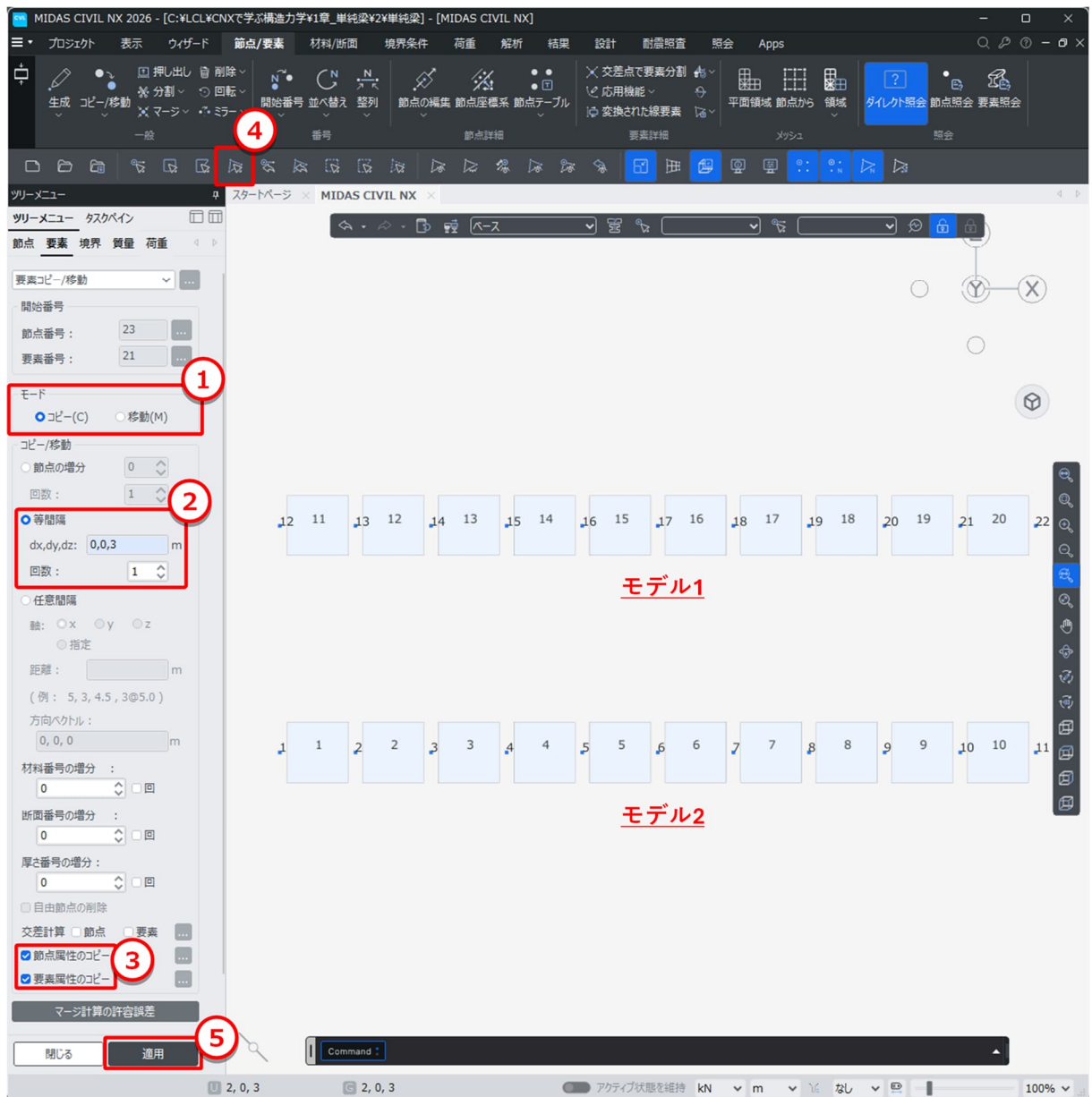


図 1.19 要素の複製

1.2.5 境界条件の入力

梁の両端部の支持条件として、左側にヒンジ支点、右側にローラー支点を設定する。

メインメニュー：[境界条件] > [支持] > [支持条件]

- ① [縮小表示] と [要素番号] をオフにする。
- ② 支持形式(節点座標系) で「Dx」と「Dz」をオンにする。
- ③ [ ウィンドウで選択] をオンにし、節点 1 と節点 12 を選択する。
- ④ [適用] をクリックする。
- ⑤ 支持形式(節点座標系) で「Dx」をオフにする。
- ⑥ [ ウィンドウで選択] がオンを確認し、節点 11 と節点 22 を選択する。
- ⑦ [適用] をクリックする。

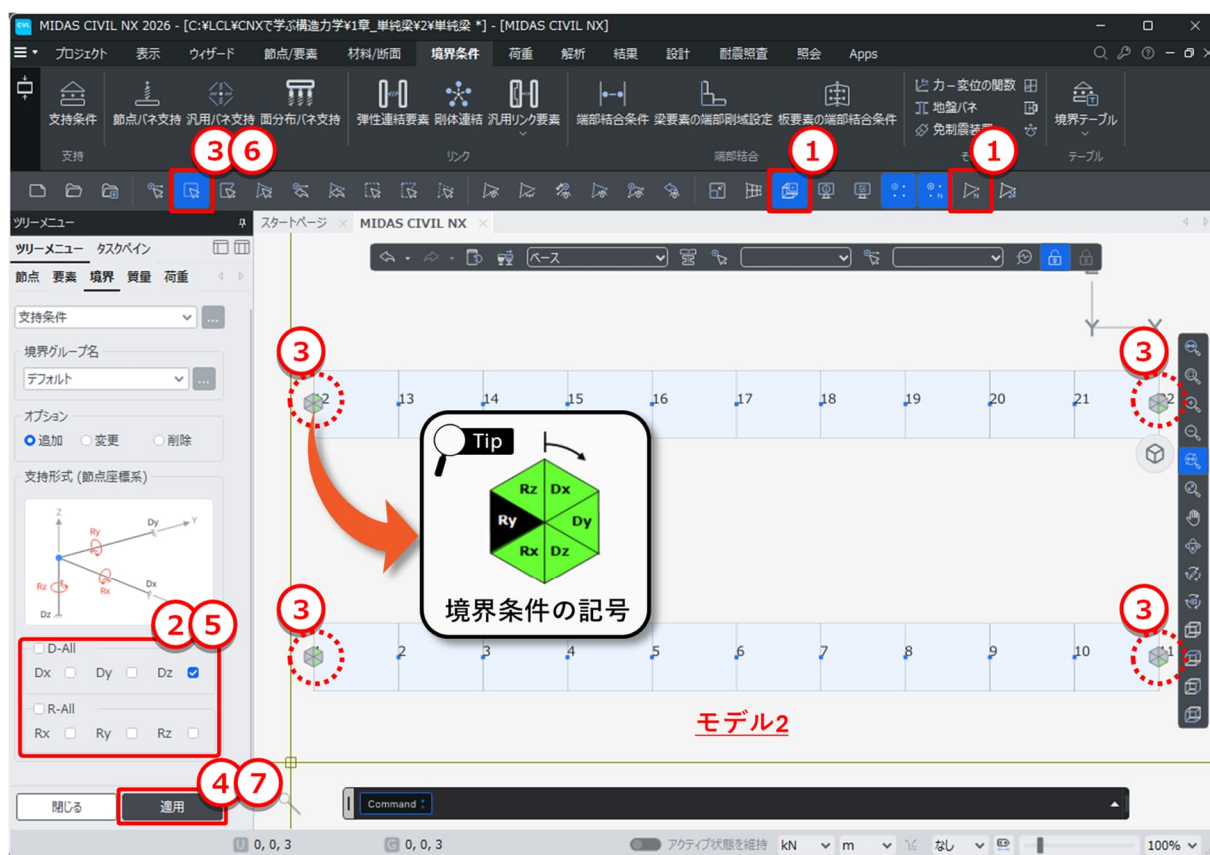


図 1.20 支持条件の入力

Tip グローバル設定と個別設定の関係（自由度）

基本設定で構造形式を「X-Z 平面」と設定すると、面外方向の自由度は自動的に拘束される。そのため、各節点では D_x , D_z , R_y の自由度のみを考慮すればよい。

支持条件は、これらの自由度に対して拘束を設定することで定義される。ピン支持では D_x , D_z を拘束し、ローラー支持では D_z のみを拘束する。

これは 2 次元解析として面内挙動のみを対象とするためである。

Tip 3次元空間の自由度

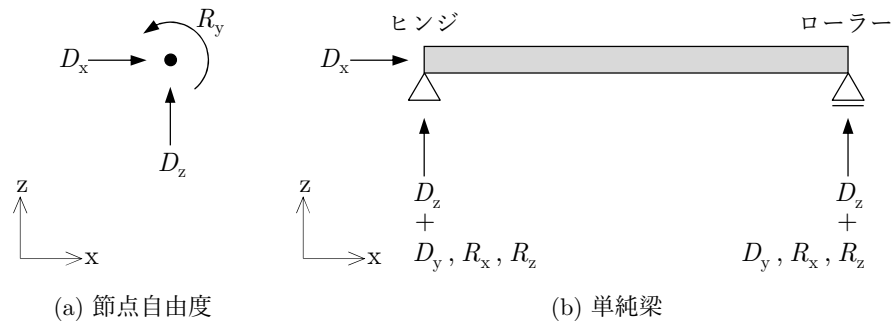


図 1.21 単純梁の反力と自由度成分 (Local Axis)

3次元空間で構造物の6つの方向の自由度を次のように表示する。

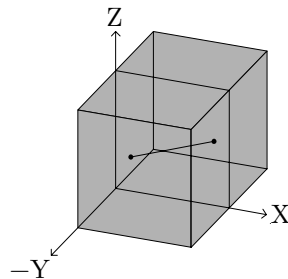


図 1.22 3次元形状

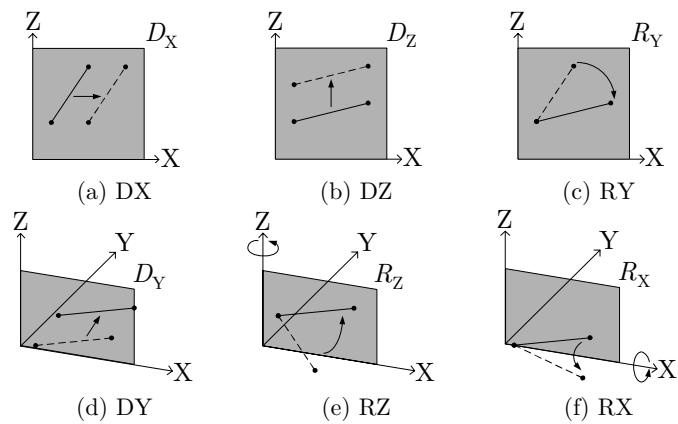


図 1.23 3次元の自由度成分 (Global Axis)

Tip MIDAS CIVIL で境界条件を示す記号規約

境界条件を表す六角形の記号は、右上の三角形から時計回りに、

x 軸変位自由度 (D_x) , y 軸変位自由度 (D_y) , z 軸変位自由度 (D_z) ,
x 軸回転自由度 (R_x) , y 軸回転自由度 (R_y) , z 軸回転自由度 (R_z)

を表す。

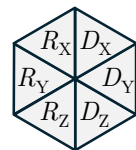


図 1.24 支持条件マーク

1.2.6 荷重の入力

(1) 荷重条件の定義

荷重を入力するため、あらかじめ設計・解析で考慮する作用の種類（荷重ケース）を定義する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「荷重ケース生成」 > [静的荷重ケース]

- ① 名称に「梁荷重」と入力する。
- ② タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ③ [追加] をクリックする。
- ④ [閉じる] をクリックする。

静的荷重ケース

名称 : 梁荷重

ケース : 全ての荷重ケース

タイプ : ユーザー定義荷重 (USER)

解説

No	名称	タイプ	解説
1	梁荷重	ユーザー定義荷重 (USER)	

閉じる (C)

図 1.25 静的荷重ケースの登録

Tip 「タイプ」の利用

実務では、「タイプ」を用いて死荷重や活荷重など、設計で考慮する作用の種類を区分して定義する。

解析後に部材の照査を行う際には、ここで定義した荷重条件ごとに異なる係数を適用した荷重組合わせによる部材断面力を用いて設計を行うことができる。

(2) 集中荷重の入力

集中荷重を入力する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「静的荷重」 > [節点荷重]

- ① 荷重ケース名で「梁荷重」を選択する。
- ② オプションで「追加」を選択する。
- ③ 節点荷重 > FZ に「-10」を入力する。
- ④ [ ウィンドウで選択] をオンにし、節点 6 を選択する。
- ⑤ [適用] をクリックする。

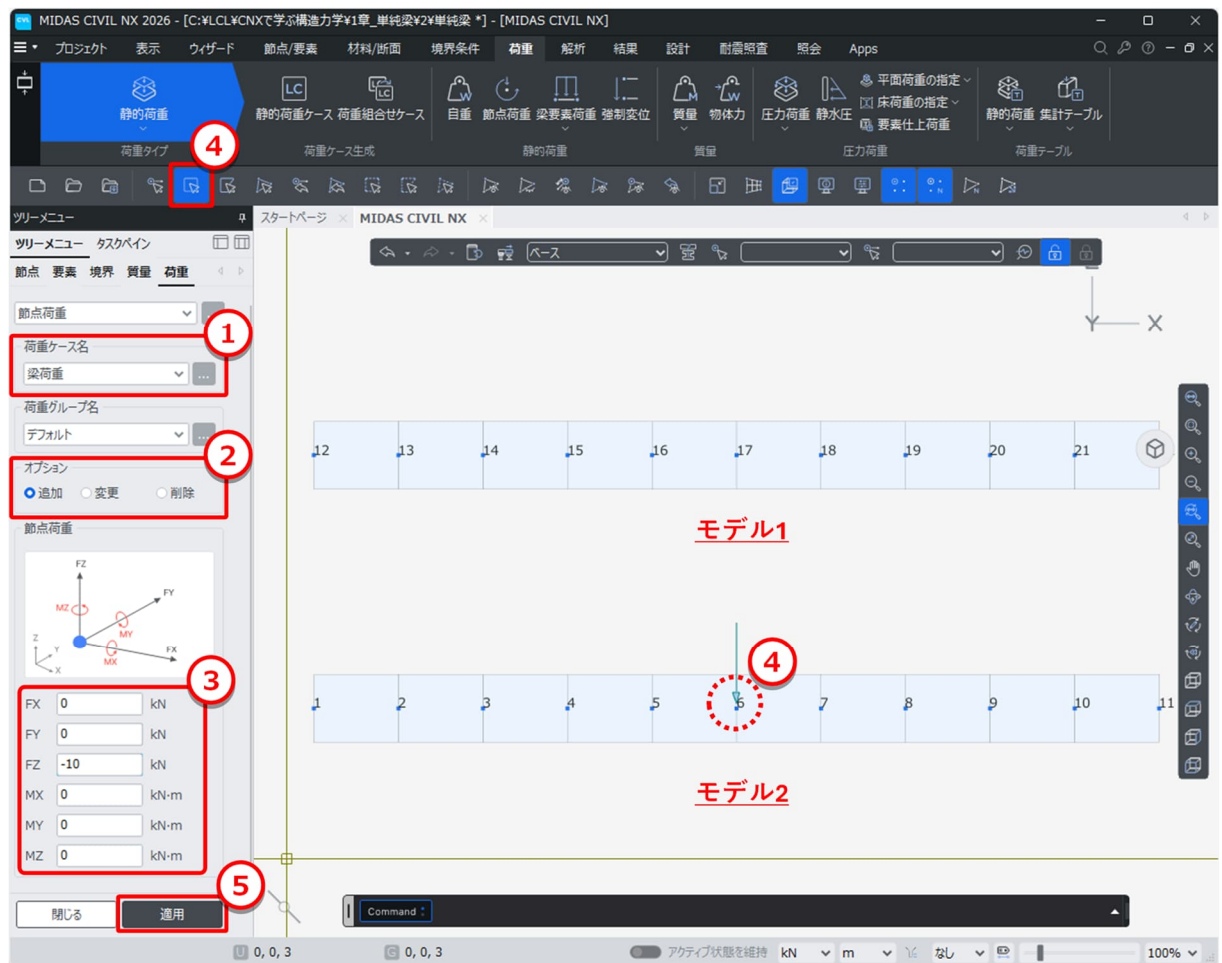


図 1.26 集中荷重の入力

(3) 分布荷重の入力

等分布荷重を入力する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「静的荷重」 > [梁要素荷重▼] > [要素]

- ① 荷重ケース名で「梁荷重」を選択する。
- ② 荷重タイプで「等分布荷重」を選択する。
- ③ 方向で「グローバル Z」を選択する。
- ④ 値入力で「相対値」を選択し、x1 に「0」、w に「-1」、x2 に「1」を入力する。
- ⑤ [節点番号] をオフにし、[要素番号] をオンにする。
- ⑥ [ウィンドウで選択] をオンにし、要素 11～要素 20 を選択する。
- ⑦ [適用] をクリックする。
- ⑧ [閉じる] をクリックする。

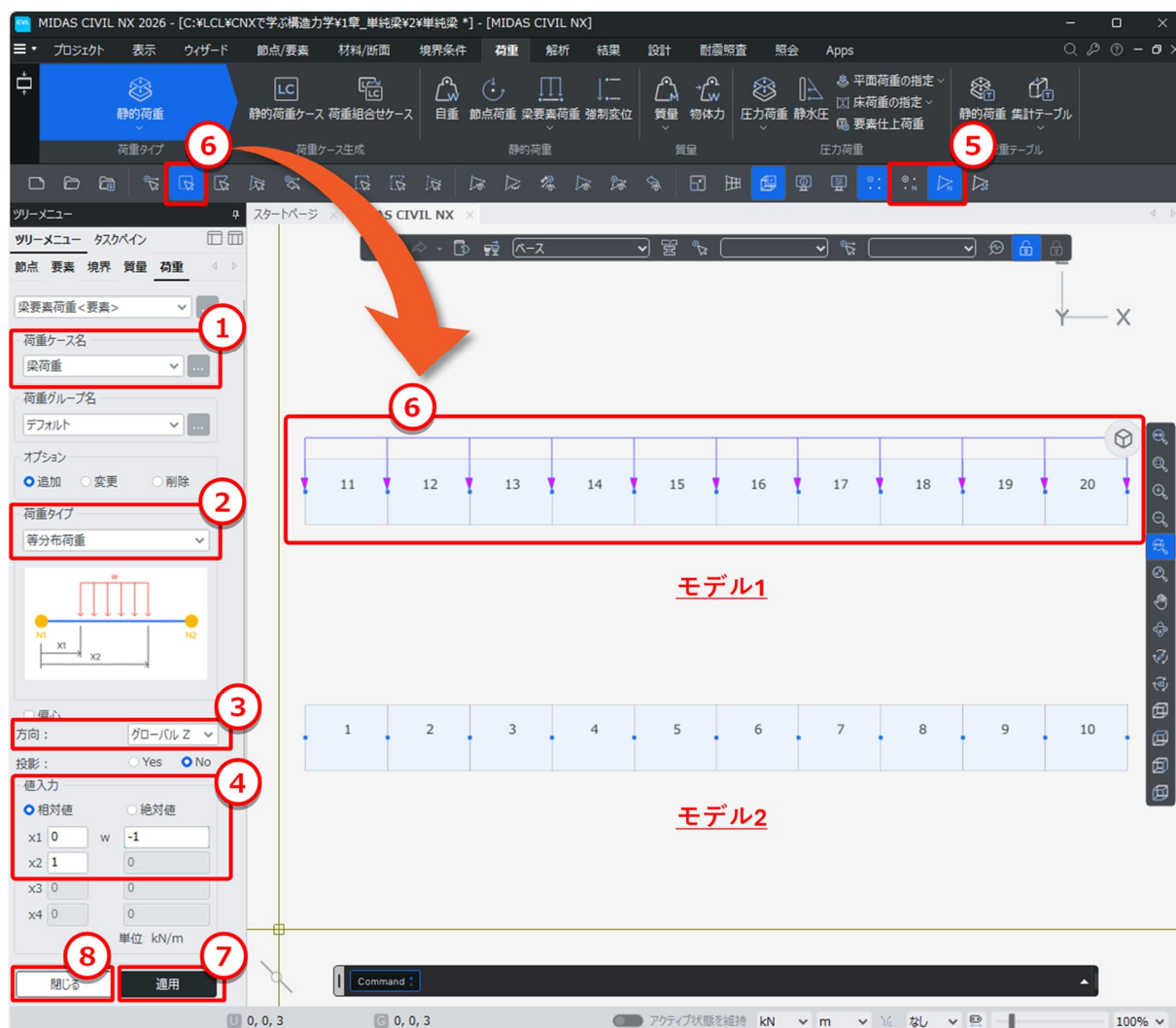


図 1.27 等分布荷重の入力



Tip

相対値入力と絶対値入力

節点間や要素上に荷重を配置する方法には、相対値入力と絶対値入力の二つがある。

値入力

☒ 相対値 ☐ 絶対値

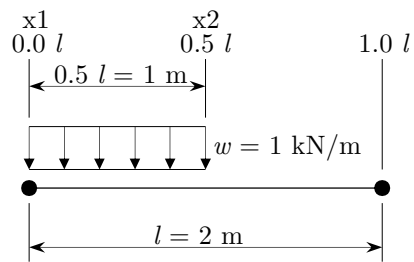
x1 w

x2

x3

x4

単位: kN/m



(a) 相対値入力：

x1, x2 を要素長 1 とした比率で入力する方法

値入力

☐ 相対値 ☒ 絶対値

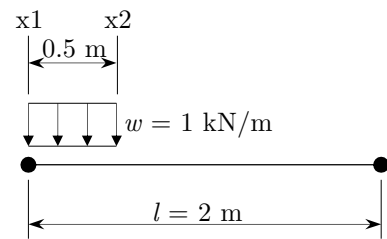
x1 w

x2

x3

x4

単位: kN/m



(b) 絶対値入力：

x1, x2 を実長さで入力する方法

図 1.28 等分布荷重の入力

1.2.7 構造解析の実行

(1) 入力データの確認

解析を実行する前に、荷重、材料、断面などの入力内容が正しく設定されていることを確認する。
作業ツリーを利用して、モデリングデータを確認する。

作業ツリー上で確認したい項目を右クリックすることで、表示されるコンテキストメニューからデータの確認および修正を行うことができる。

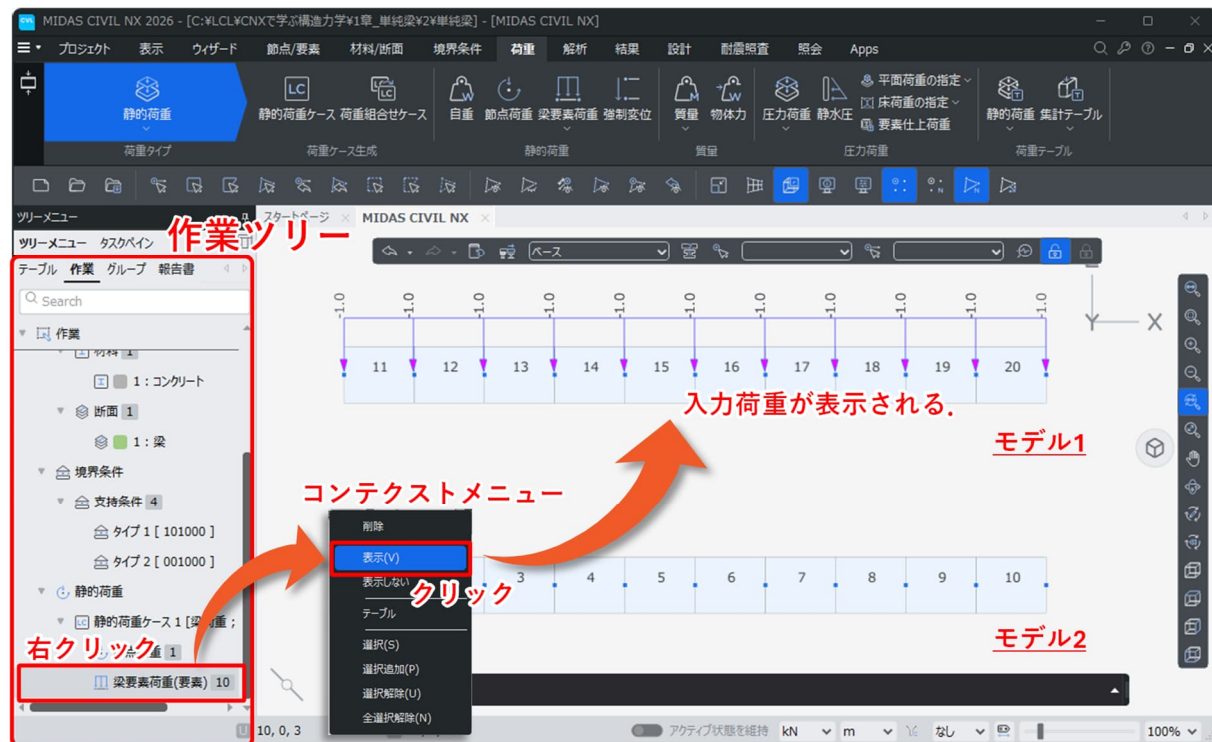


図 1.29 荷重の確認

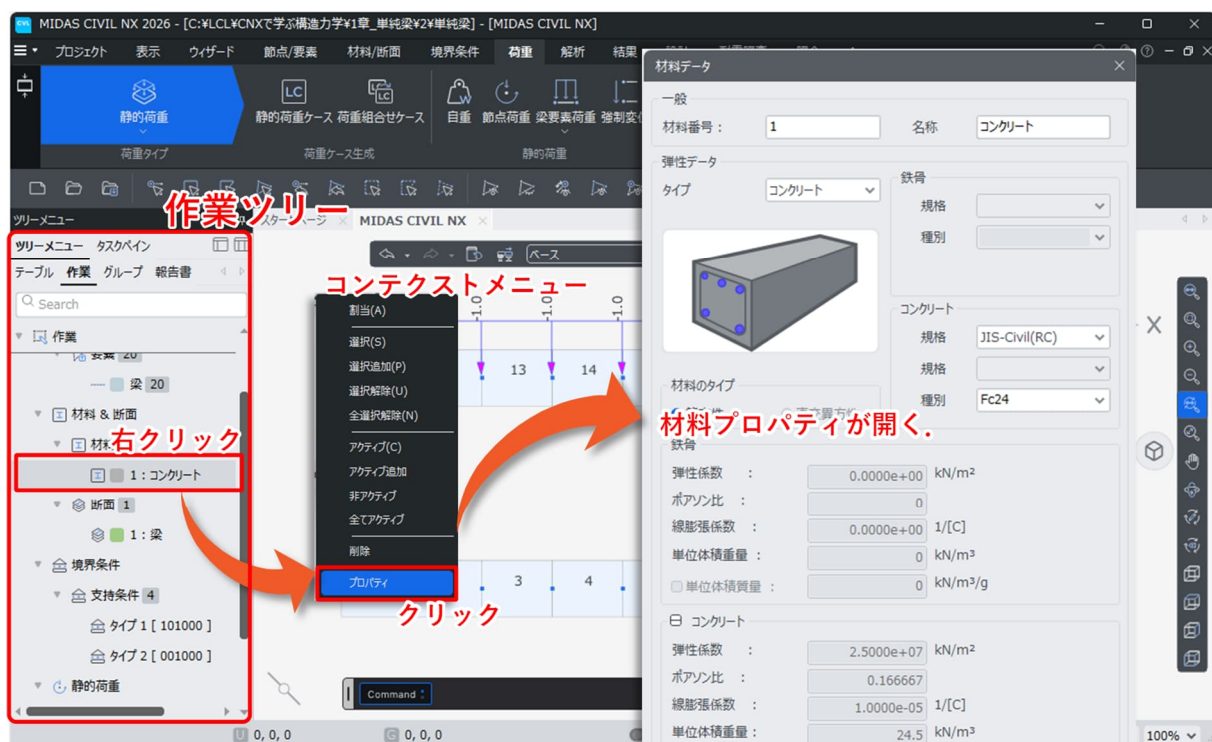


図 1.30 材料の確認

(2) 構造解析の実行

解析用モデルの部材生成、荷重条件および境界条件の入力が終了したら、構造解析を実行する。

メインメニュー：[解析] > [解析実行] > [解析実行] をクリックする。

① メッセージウィンドウで解析終了のメッセージを確認する。

なお、解析実行は図中の ② に示す [解析実行] ボタンまたは物理キーボードのファンクションキー [F5] から実行できる。

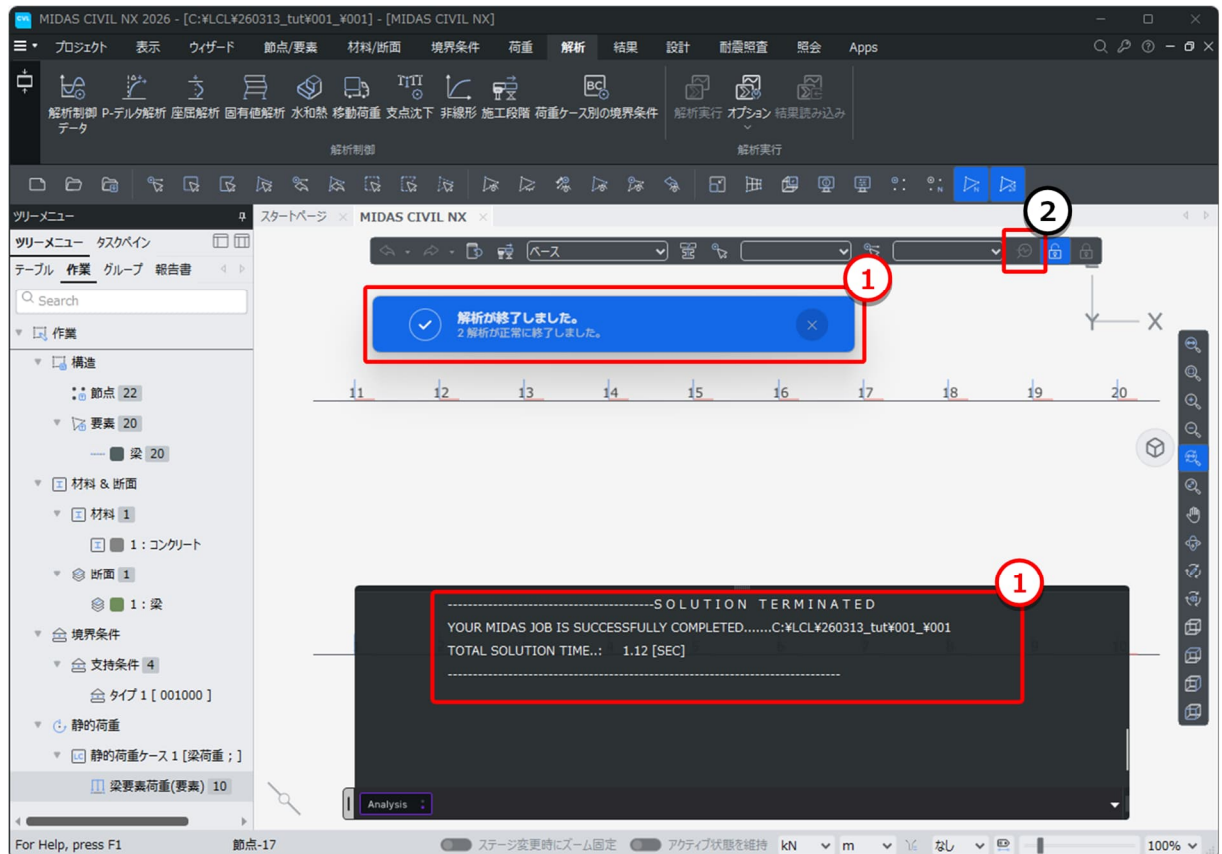


図 1.31 解析の正常終了メッセージ

1.2.8 解析結果の確認

(1) 反力

CIVIL NX の解析による反力を確認し、数値計算の結果と比較する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [反力▼] > [反力/モーメント]

- ① [要素番号] をオフにする。
- ② 荷重ケース/組合せで「ST: 梁荷重」を選択する。
- ③ 反力成分で「FXYZ」を選択する。
- ④ 表示形式で「数値」と「凡例」をオンにする。
- ⑤ [適用] をクリックする。

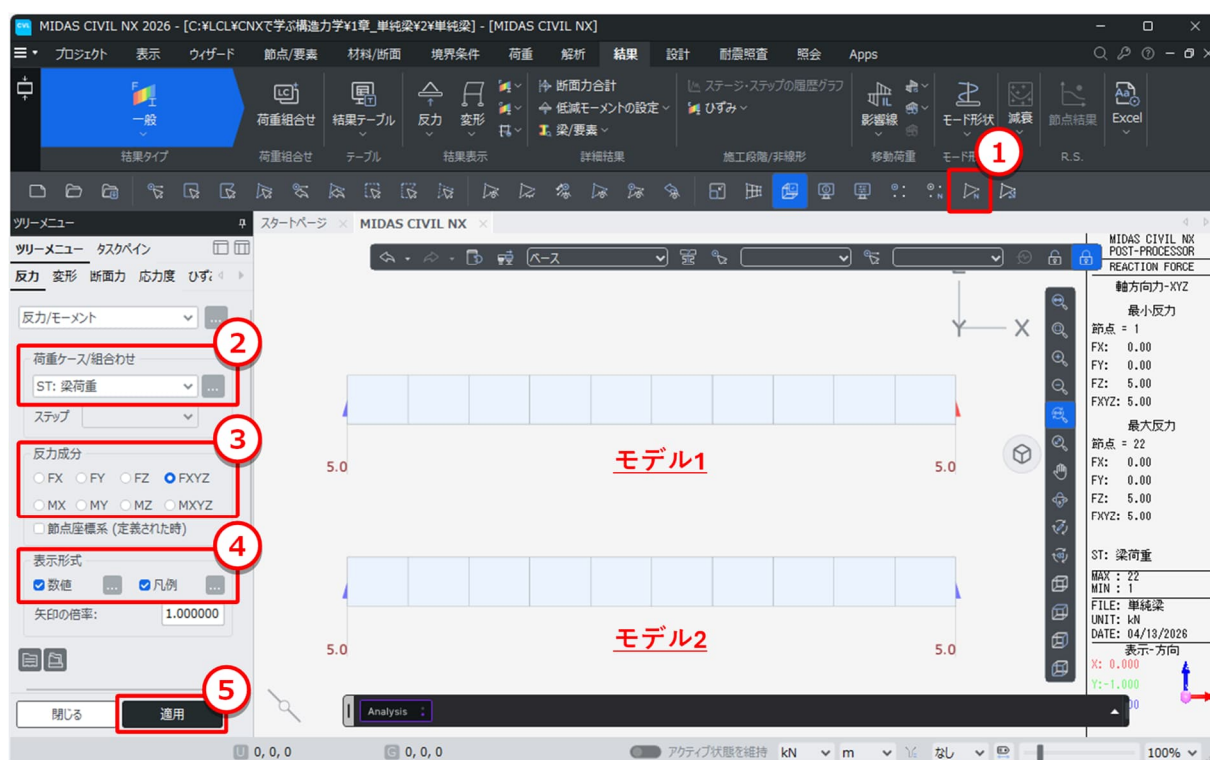


図 1.32 反力の結果

反力が数値計算の結果の 5 kN と一致することを確認する。

(2) 変位及び変形

CIVIL NX の解析による変位を確認し、数値計算の結果と比較する。

メインメニュー：[結果/一般] > [結果表示] > [変形▼] > [変位等高線]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 梁荷重」を選択する。
- ② 変位成分で「DXYZ」を選択する。
- ③ 表示形式で「コンター図」, 「変形」, 「数値」, 「凡例」をオンにする。
- ④ [適用] をクリックする。
- ⑤ ステータスバーで長さの単位を「mm」に変更する。

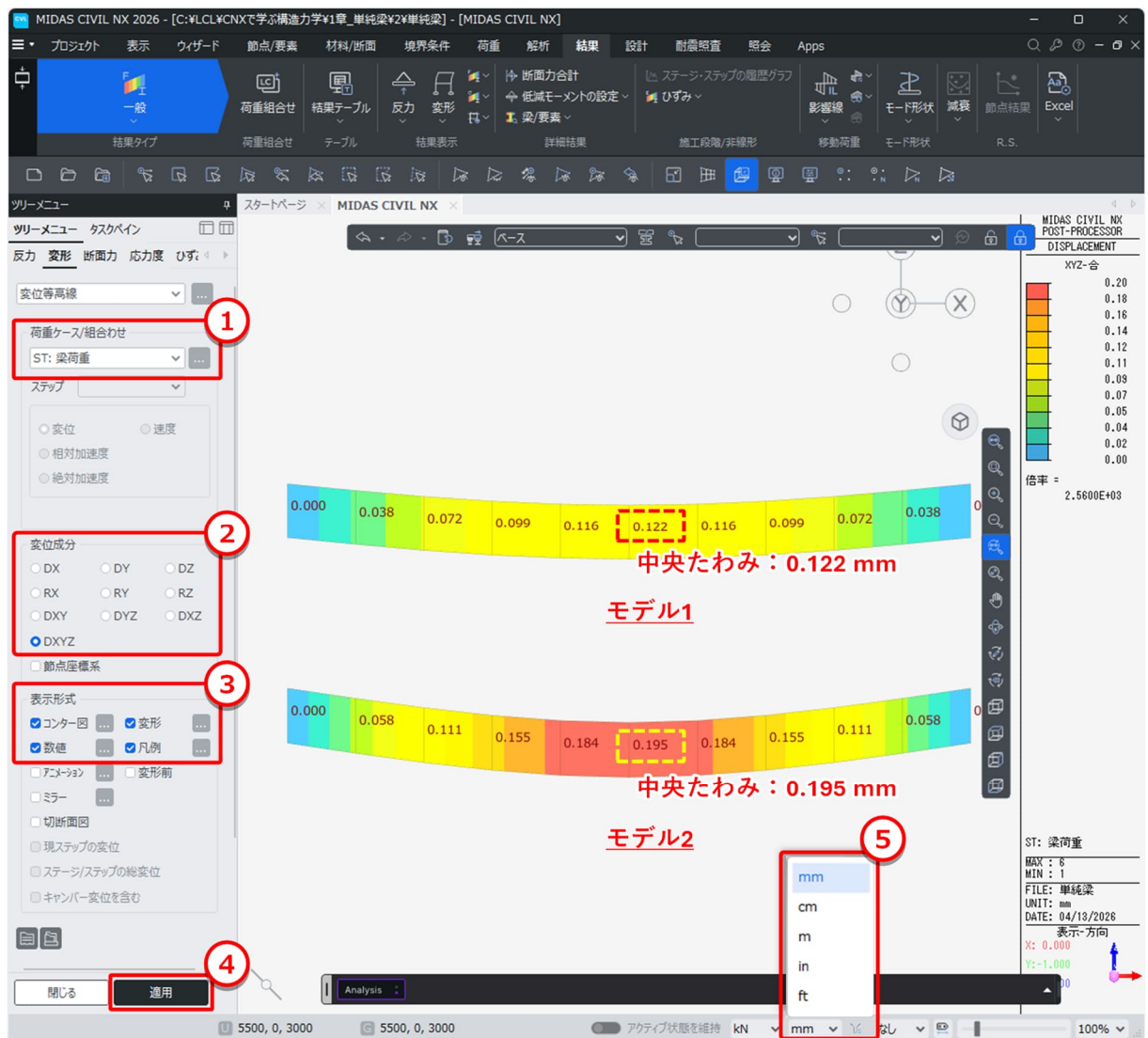


図 1.33 変位の結果

数値計算結果（等分布荷重モデル：0.122 mm，集中荷重モデル：0.195 mm）と一致することを確認する。

(3) 部材力

せん断力図及び曲げモーメント図を確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 梁荷重」を選択する。
- ② 断面力の成分で「Fz」を選択する。
- ③ 表示形式で「コンター図」, 「数値」, 「凡例」をオンにする。
- ④ [適用] をクリックする。
- ⑤ 「陰線除去表示」をオフにする。
- ⑥ ステータスバーで長さの単位を「m」に変更する。

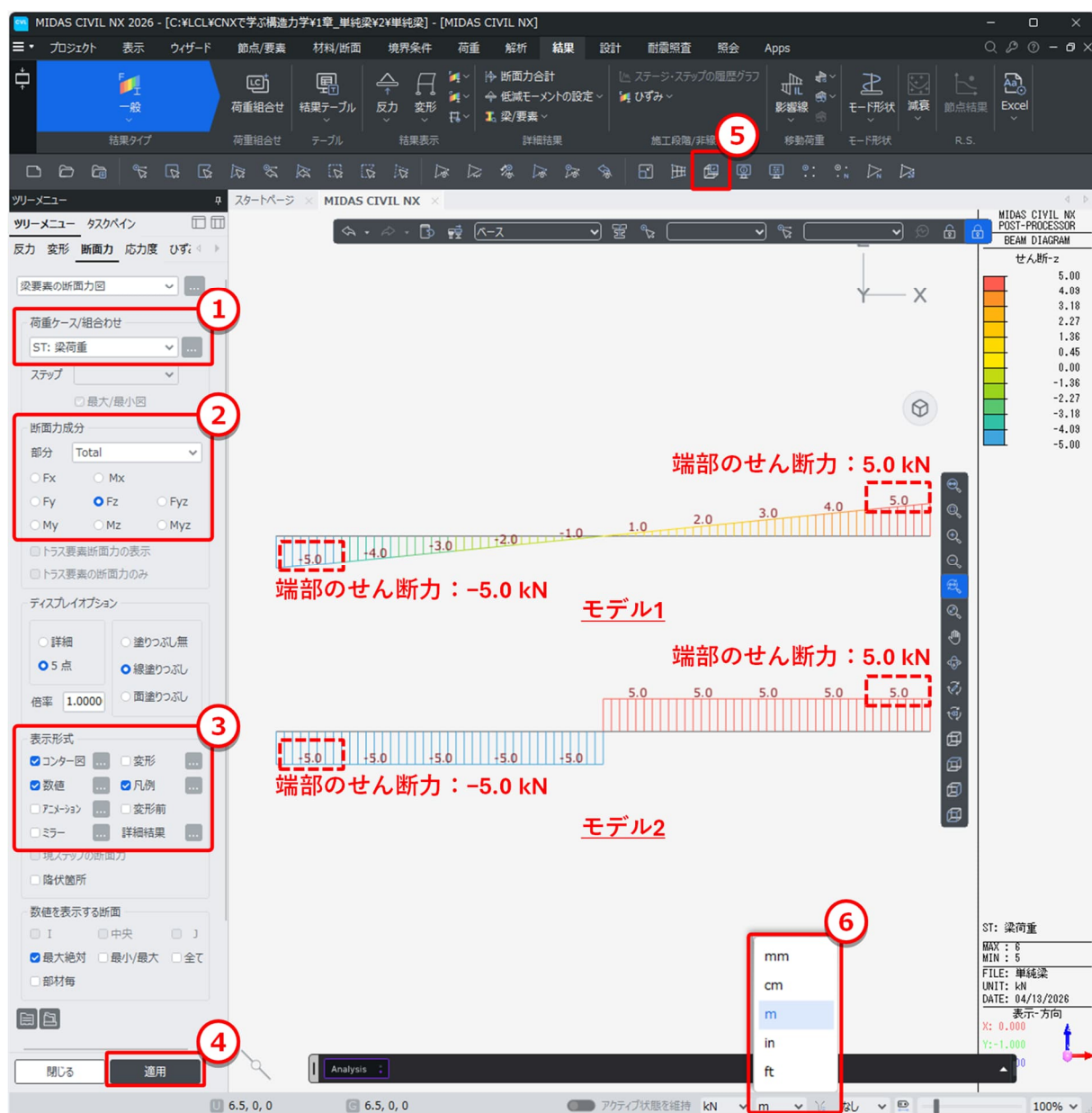
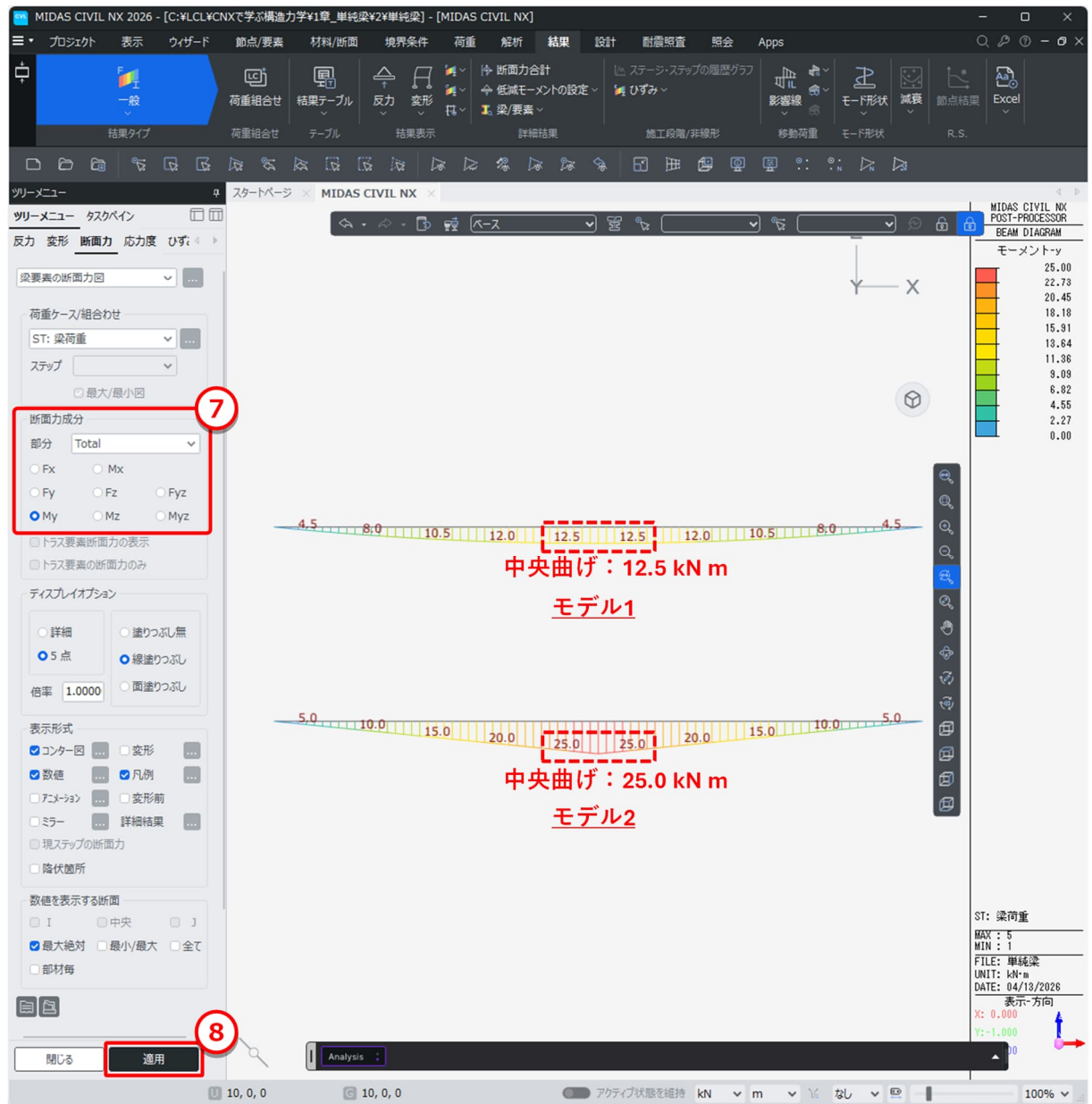


図 1.34 せん断力 (F_z) の結果

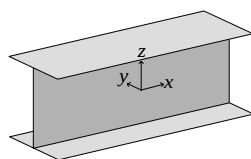
せん断力の数値計算の結果（最大値：5 kN）と一致することが確認できる。

- ⑦ 断面力の成分で「My」を選択する。
 ⑧ [適用] をクリックする。

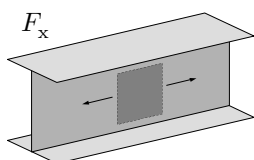


モーメントの数値計算の結果（等分布荷重モデル：12.5 kN m，集中荷重モデル：25 kN m）と一致することを確認する。

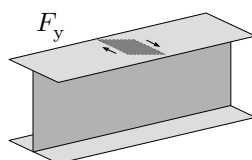
Tip 断面力の成分



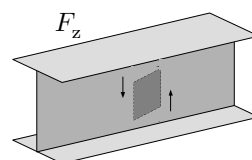
(a) 要素座標軸系



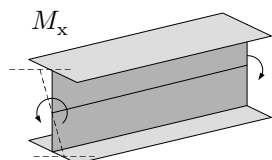
(b) 軸力



(c) y 軸方向のせん断力



(d) z 軸方向のせん断力



(e) ねじりモーメント

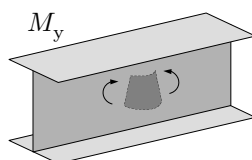
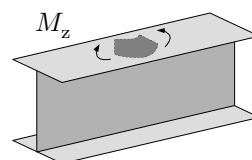
(f) y 軸（強軸）に対する
曲げモーメント(g) z 軸（弱軸）に対する
曲げモーメント

図 1.36 断面力の成分

(4) 応力

せん断力が最大となる支点部のせん断応力度と、曲げモーメントが最大となる中央部の曲げ応力度を計算する。

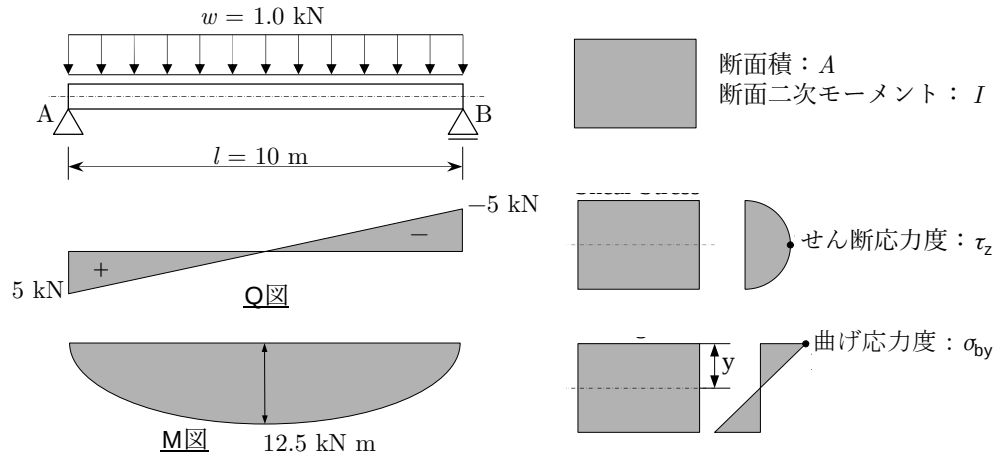


図 1.37 応力度の計算

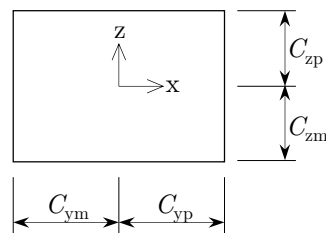
$$A = 1,000 \times 800 = 800 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$I = \frac{BH^3}{12} = \frac{1,000 \times 800^3}{12} = 4.267 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$S = (1,000 \times 400) \text{ mm}^2 \times 200 \text{ mm} = 8.0 \times 10^7 \text{ mm}^3$$

$$\tau_z = \frac{QS}{Ib} = \frac{(5 \times 10^3) \times (8.0 \times 10^7)}{(4.267 \times 10^{10}) \times 1,000} = 0.009 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{by} = \frac{My}{I} = \frac{(12.5 \times 10^6) \times 400}{4.267 \times 10^{10}} = 0.117 \text{ N/mm}^2$$



(a) 縁端距離

断面性能		
	値	単位
Area	8.000000e-01	m ²
Ixx	8.758868e-02	m ⁴
Iyy	4.266667e-02	m ⁴
Izz	6.666667e-02	m ⁴
Cyp	5.000000e-01	m
Cym	5.000000e-01	m
Czp	4.000000e-01	m
Czm	4.000000e-01	m
Qyb	8.000000e-02	m ²
Qzb	1.250000e-01	m ²
Peri:0	3.600000e+00	m
Peri:I	0.000000e+00	m
Center:y	5.000000e-01	m
Center:z	4.000000e-01	m
y1	-5.000000e-01	m
z1	4.000000e-01	m
y2	5.000000e-01	m
z2	4.000000e-01	m
y3	5.000000e-01	m
z3	-4.000000e-01	m
y4	-5.000000e-01	m
z4	-4.000000e-01	m

(b) 断面性能表

図 1.38 断面性能の確認

応力度は断面内の位置によって異なる値をとる。CIVIL NX では断面ごとに代表値として1つの応力を出力するが、出力の位置はC値 (C_{yp} , C_{ym} , C_{zp} , C_{zm}) および y, z 座標 ($y_1 \sim y_4$, $z_1 \sim z_4$) を指定することで調整できる。

Tip 応力度の成分

要素座標系を次のように定義した場合の応力度および算定式を示す.

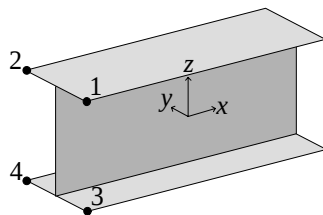


図 1.39 要素座標系と断面位置

軸応力度 σ_n は下式によって算定する.

$$\sigma_n = \frac{N}{A}$$

ここで、 N は軸力、 A は断面積を示す.

要素座標系 y 軸方向に生ずるせん断応力度 τ_y 及び z 軸方向に生ずるせん断応力度 τ_z は下式によって算定する.

$$\tau_y = \frac{Q_y S_z}{I_{zz} b_z} = \frac{Q_y Q_{zb}^*}{I_{zz}} \quad , \quad \tau_z = \frac{Q_z S_y}{I_{yy} b_y} = \frac{Q_z Q_{yb}^*}{I_{yy}}$$

ここで、上式の記号は以下の通り示す.

Q_y, Q_z : それぞれ要素座標系 y 方向, z 方向に生ずるせん断力

S_y, S_z : それぞれ要素座標系 y 軸, z 軸に対する断面一次モーメント

I_{yy}, I_{zz} : それぞれ要素座標系 y 軸, z 軸に対する断面二次モーメント

b_y : せん断応力度を計算する位置での要素座標系 y 軸方向の断面幅

b_z : せん断応力度を計算する位置での要素座標系 z 軸方向の断面幅

Q_{yb}^* : せん断弾性係数で, $Q_{yb}^* = S_y / b_y$ によって算定する.

Q_{zb}^* : せん断弾性係数で, $Q_{zb}^* = S_z / b_z$ によって算定する.

※せん断力との混同を避けるため、ここでは * を右上に添えた.

式中の Q_{yb}^* 及び Q_{zb}^* は、図 1.38 (b) 中の Q_{yb} 及び Q_{zb} を示す.

要素座標系 y 軸回りに生ずる曲げ応力度 σ_{by} 及び z 軸方向に生ずる曲げ応力度 σ_{bz} は下式によって算定する.

$$\sigma_{by} = \frac{M_y}{I_{yy}} C_z \quad , \quad C_z = \max(C_{zp}, C_{zm})$$

$$\sigma_{bz} = \frac{M_z}{I_{zz}} C_y \quad , \quad C_y = \max(C_{yp}, C_{ym})$$

ここで、上式の記号は以下の通り示す.

M_y, M_z : それぞれ要素座標系 y 軸回り, z 軸回りに生ずる曲げモーメント

C_y, C_z : それぞれ要素座標系 y 軸方向, z 軸方向の最外縁距離

組合せ応力度 σ_{CMB} は軸応力度及び二軸曲げ応力度を考慮して、断面 4 隅の位置ごとに下式によって算定する.

$$\sigma_{CMB} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_{yy}} z_i + \frac{M_z}{I_{zz}} y_i$$

ここで、 i は図 1.39 に示す断面の位置番号を示す.

分布荷重によるせん断応力度および曲げ応力度を確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [応力図▼] > [梁要素の応力度図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 梁荷重」を選択する。
- ② 応力度成分で「Ssz」を選択する。
- ③ 表示形式で「コンター図」, 「数値」, 「凡例」をオンにする。
- ④ 「数値」の右にある [...] をクリックする。
- ⑤ 数値オプション>小数点以下桁数に「3」を入力する。
- ⑥ 「OK時に適用」をオンにする。
- ⑦ [OK] をクリックする。
- ⑧ ステータスバーから、力の単位を「N」に、長さの単位を「mm」に変更する。

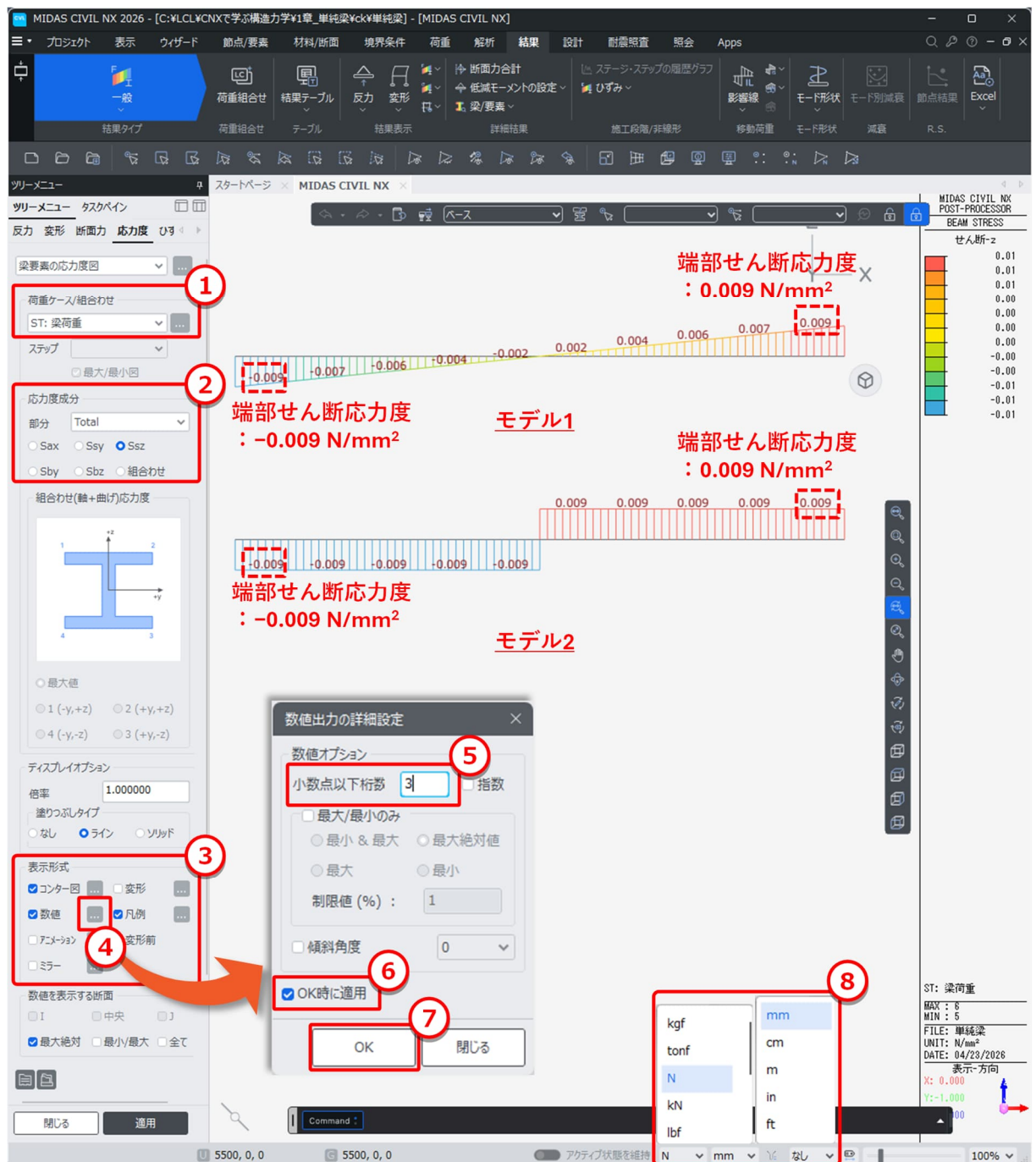


図 1.40 せん断応力度の結果

⑤ 応力度成分で「Sbz」を選択する。

⑥ 「適用」をクリックする。

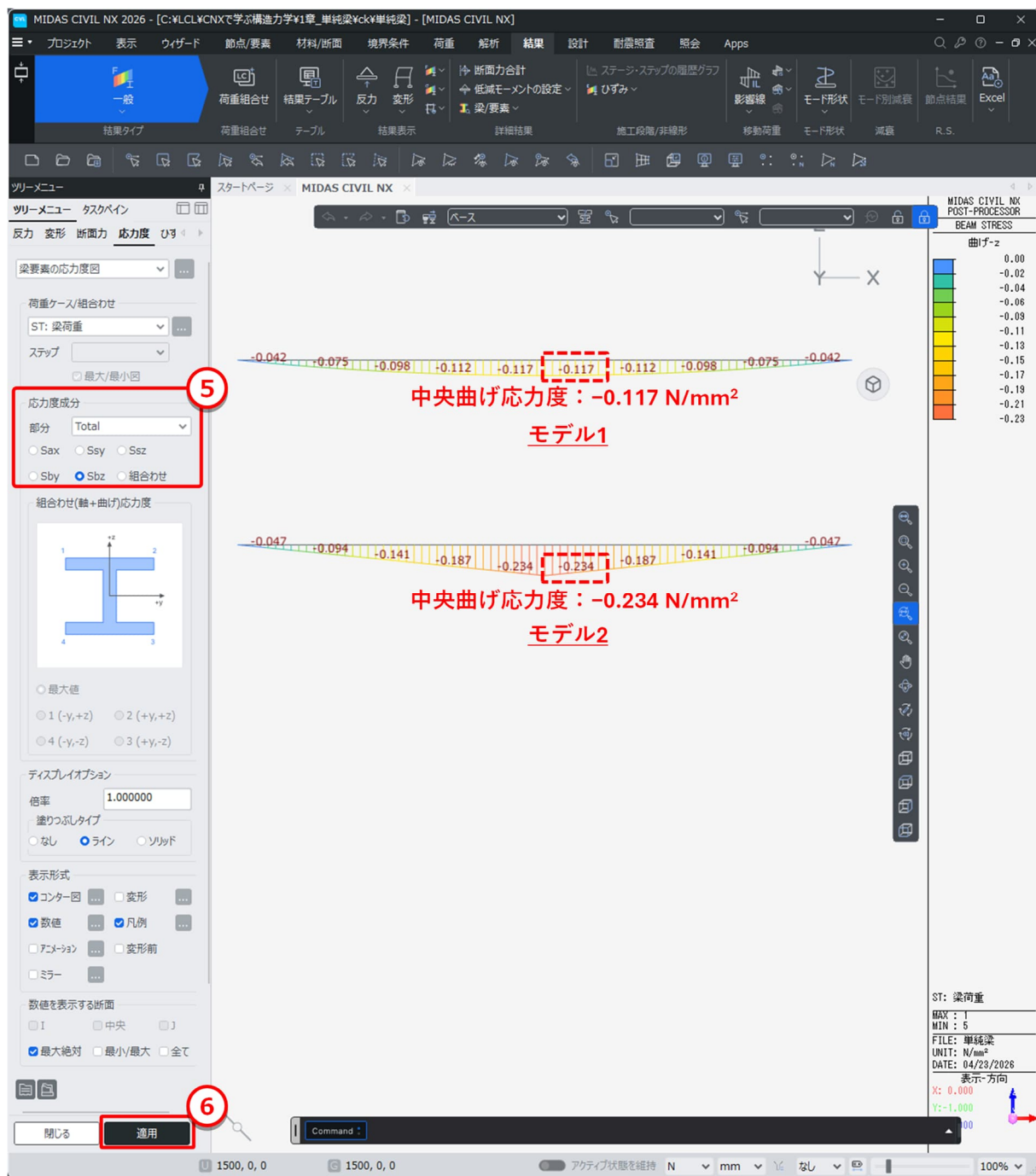


図 1.41 曲げ応力度の結果

1.3 構造計算の解説

1.3.1 力学的概念の理解及び数値計算

(1) 変位

等分布荷重が作用するモデル 1 および集中荷重が作用するモデル 2 について、変位の計算結果を次に示す。CIVIL NX の解析結果と一致することを確認する。

なお、せん断変形は無視する。

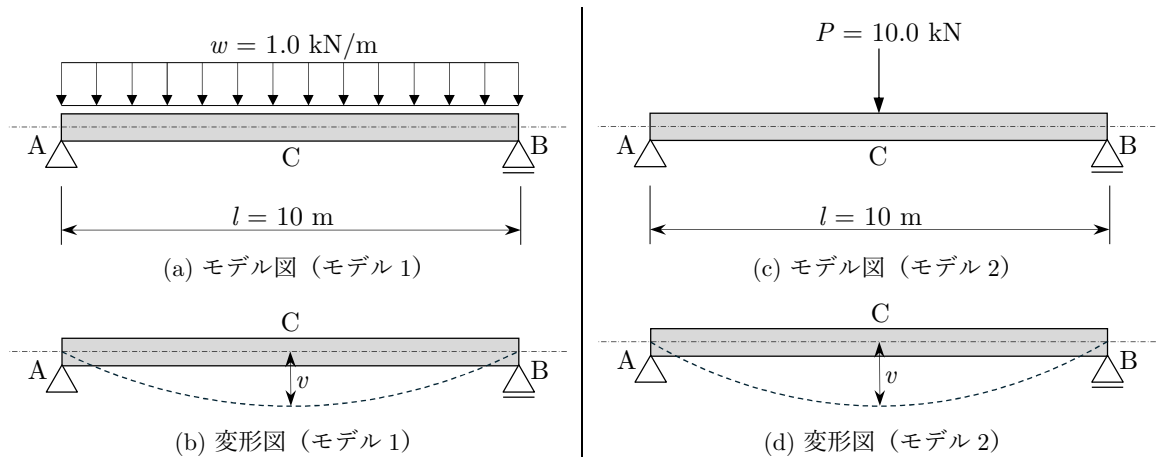


図 1.42 解析モデル図

<モデル 1 の計算過程>

単位を N, mm 系に換算する。

$$w = 1.0 \text{ kN/m} = 1.0 \text{ N/mm}$$

$$l = 10 \text{ m} = 10 \times 10^3 \text{ mm}$$

$$E_c = 2.50 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$I_y = 4.267 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

中央 C 点のたわみ量を算定する。

$$\frac{5wl^4}{384EI} = \frac{5 \times 1.0 \times (10 \times 10^3)^4}{384 \times 2.50 \times 10^4 \times 4.267 \times 10^{10}}$$

$$\therefore v = 0.122 \text{ mm}$$

<モデル 2 の計算過程>

単位を N, mm 系に換算する。

$$P = 10.0 \text{ kN} = 10.0 \times 10^3 \text{ N}$$

$$l = 10 \text{ m} = 10 \times 10^3 \text{ mm}$$

$$E_c = 2.50 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$I_y = 4.267 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

中央 C 点のたわみ量を算定する。

$$\frac{Pl^3}{48EI} = \frac{10.0 \times 10^3 \times (10 \times 10^3)^3}{48 \times 2.50 \times 10^4 \times 4.267 \times 10^{10}}$$

$$\therefore v = 0.195 \text{ mm}$$

(2) 断面力

モデル 1 およびモデル 2 の断面力の計算結果は次に示す。CIVIL NX の計算結果と一致することを確認する。

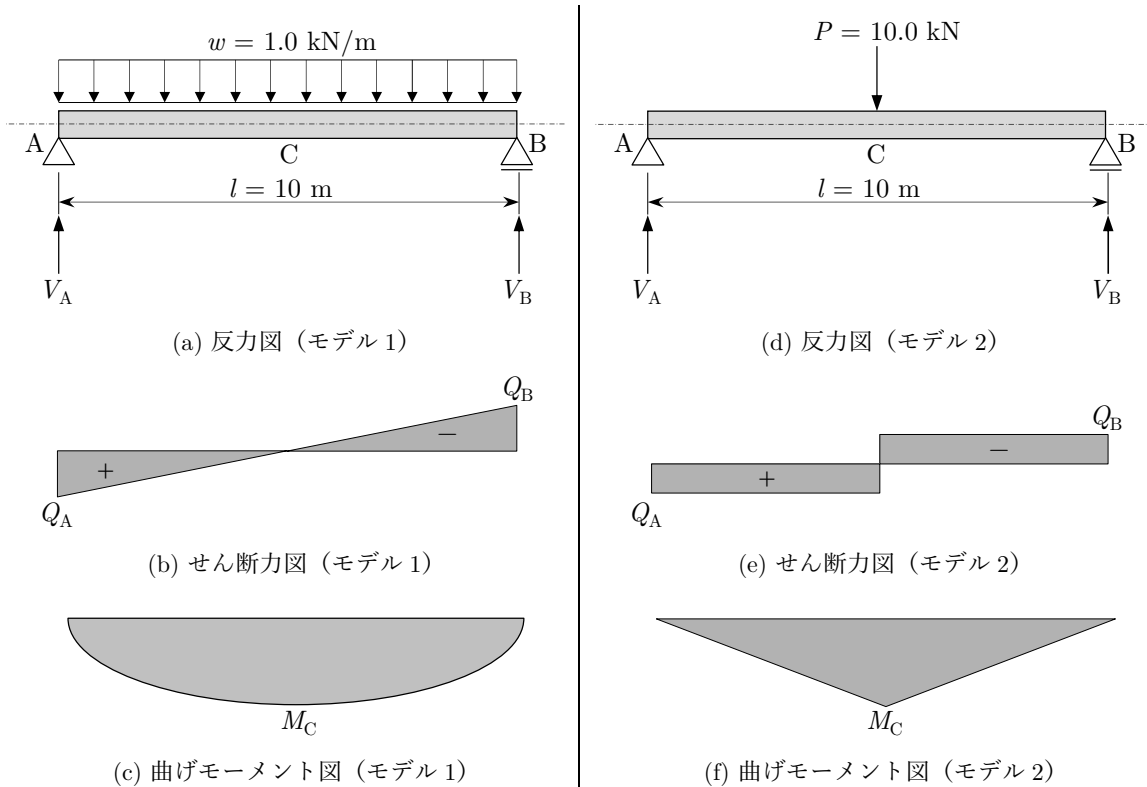


図 1.43 計算結果

<モデル 1 の計算過程>

断面力と反力の単位は kN, m 系で算定する。

$$w = 1.0 \text{ kN/m}$$

$$l = 10 \text{ m}$$

両端の支点に作用する鉛直反力を算定する。

$$V_A = V_B = \frac{wl}{2} = \frac{1.0 \times 10}{2} = 5.0 \text{ kN}$$

A 点に生じるせん断力を算定する。

$$Q_A = \frac{wl}{2} = \frac{1.0 \times 10}{2} = 5.0 \text{ kN}$$

B 点に生じるせん断力を算定する。

$$Q_B = -\frac{wl}{2} = -\frac{1.0 \times 10}{2} = -5.0 \text{ kN}$$

中央 C 点に生じる曲げモーメントを算定する。

$$M_C = \frac{wl^2}{8} = \frac{1.0 \times 10^2}{8} = 12.5 \text{ kN m}$$

<モデル 2 の計算過程>

断面力と反力の単位は kN, m 系で算定する。

$$P = 10.0 \text{ kN}$$

$$l = 10 \text{ m}$$

両端の支点に作用する鉛直反力を算定する。

$$V_A = V_B = \frac{P}{2} = \frac{10.0}{2} = 5.0 \text{ kN}$$

A 点に生じるせん断力を算定する。

$$Q_A = \frac{P}{2} = \frac{10.0}{2} = 5.0 \text{ kN}$$

B 点に生じるせん断力を算定する。

$$Q_B = -\frac{P}{2} = -\frac{10.0}{2} = -5.0 \text{ kN}$$

中央 C 点に生じる曲げモーメントを算定する。

$$M_C = \frac{Pl}{4} = \frac{10.0 \times 10}{4} = 25.0 \text{ kN m}$$

1.4 練習問題

(1) 問題

下図に示すように、一端をヒンジ支持、他端をローラー支持とする単純梁について、変形、反力、せん断力および曲げモーメントを求めよ。

ただし、せん断変形は無視するものとする。

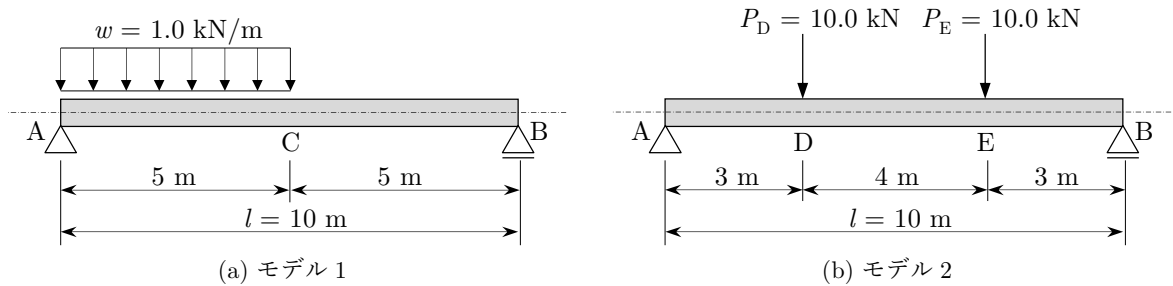


図 1.44 練習問題

仮定条件を次に示す。

➤ 材料

コンクリート

- ・設計基準強度..... $\sigma_{ck} = 24 \text{ N/mm}^2$
- ・ヤング係数..... $E_c = 2.5 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$

➤ 断面

- ・断面寸法（幅×梁せい）..... $B \times H = 0.4 \text{ m} \times 0.75 \text{ m}$
- ・断面積..... $A = 0.3 \text{ m}^2$
- ・断面二次モーメント..... $I_y = 1.406 \times 10^{-2} \text{ m}^4$

➤ 荷重

モデル 1

- ・等分布荷重；鉛直下向き載荷..... $w = 1.0 \text{ kN/m}$

モデル 2

- ・集中荷重；鉛直下向き載荷..... $P_D = P_E = 10.0 \text{ kN}$

(2) 解答

モデル 1 の解答を以下に示す.

➤ 反力

$$V_A = 3.75 \text{ kN}, \quad V_B = 1.25 \text{ kN}$$

➤ セン断力

$$Q(x) = \begin{cases} -3.75 + x & 0 \leq x \leq 5.0 \\ 1.25 & 5.0 < x \leq 10.0 \end{cases} \quad [\text{kN}]$$

➤ 曲げモーメント

$$M(x) = \begin{cases} 3.75x + \frac{x^2}{2} & 0 \leq x < 5 \\ 1.25(10 - x) & 5 < x \leq 10 \end{cases} \quad [\text{kN m}]$$

➤ たわみ

$$v(x) = \begin{cases} \frac{x(2x^3 - 30x^2 + 1125)}{48EI} & 0 \leq x \leq 5.0 \\ \frac{5(2x^3 - 60x^2 + 425x - 250)}{48EI} & 5.0 < x \leq 10.0 \end{cases}$$

$$v_{\max} = v(4.6) = 0.00087 \text{ m} = 0.187 \text{ mm}$$

(2)-1 モデル 2

モデル 2 の解答を以下に示す.

➤ 反力

$$V_A = V_B = 10.0 \text{ kN}$$

➤ セン断力

$$Q(x) = \begin{cases} 10 & 0 \leq x \leq 3.0 \\ 0 & (3.0 < x < 7.0) \\ -10x & (7.0 \leq x \leq 10.0) \end{cases} \quad [\text{kN}]$$

➤ 曲げモーメント

$$M(x) = \begin{cases} 10x & (0 \leq x \leq 3.0) \\ 30 & (3.0 < x < 7.0) \\ 100 - 10x & (7.0 \leq x \leq 10.0) \end{cases} \quad [\text{kN m}]$$

➤ たわみ

$$v(x) = \begin{cases} \frac{5x(63 - x^2)}{3EI} & 0 \leq x \leq 3.0 \\ \frac{15(-x^2 + 10x - 3)}{EI} & 3.0 < x < 7.0 \\ \frac{5(x^3 - 30x^2 + 237x - 370)}{3EI} & 7.0 \leq x \leq 10.0 \end{cases}$$

$$v_{\max} = v(5.0) = 0.000939 \text{ m} = 0.939 \text{ mm}$$