東京電気大学 宮地 一裕 先生 監修

MIDAS CIVIL NXで学ぶ構造力学

構造編

第3章

MIDAS × MIYACHI Kazuhiro

STRUCTURAL ANALYSIS

第3章

トラスの解析

教科書 3-1 ～ 3-27 P

第3章
トラスの解析

3.1 概念の理解
3.2 チュートリアル
3.3 構造計算の解説
3.4 練習問題

第3章

トラスの解析

- 概念の理解 -

トラスの解析 ― 概念の理解

トラスとは？

2つ以上の直線部材を節点においてピン（ヒンジ）接合し，
三角形を基本単位として構成された構造物

(a) トラスの屋根

(b) 長スパン橋梁

写真 3.1 トラス構造物

MIDAS × MIYACHI

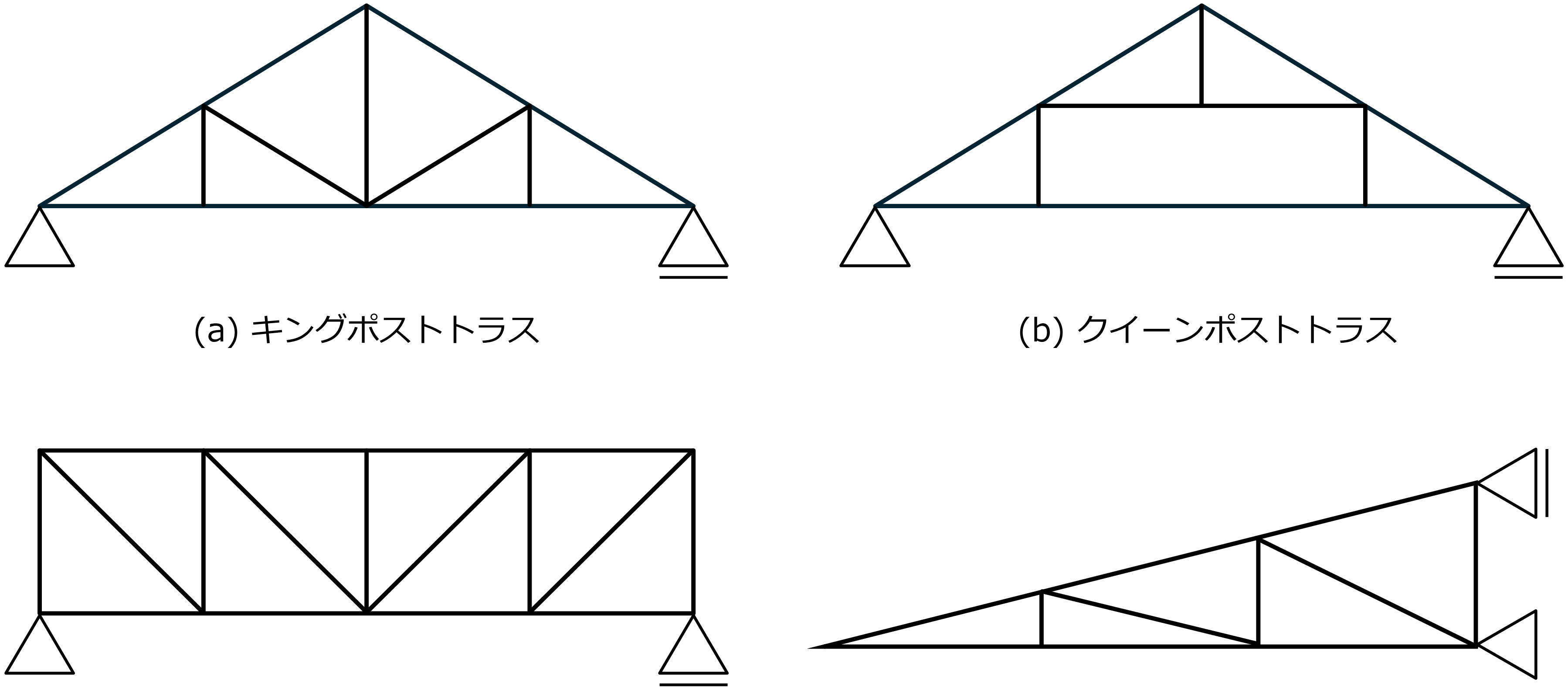
CIVIL NXで学ぶ
構造力学 構造編

東京電気大学
宮地 一裕 先生

第3章

トラスの解析 ― 概念の理理解

教科書 3-1



(a) キングポストトラス

(b) クイーンポストトラス

(c) 平行弦トラス

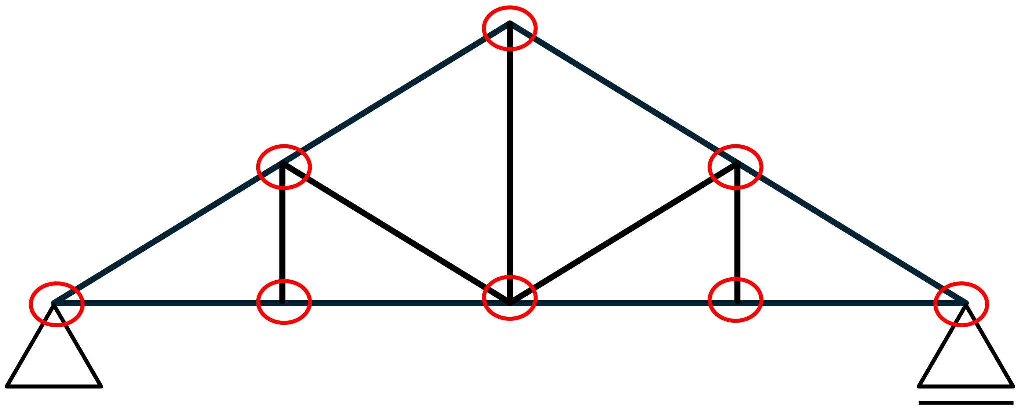
(d) 片持ち梁系トラス

図 3.1 トラスの種類

トラスの解析 ― 概念の理解

トラスの部材力の計算

①各部材が接合する節点は，曲げモーメントを伝達しない摩擦のないピン（ヒンジ）接合である.
②各部材は直線材である.
③各部材の中心軸は，節点において1点で交差する.
④全ての外力は，部材が連結される節点にのみ作用する（部材に作用する荷重は，等価な節点荷重に置き換えて考える）.



トラスの解析 — 概念の理解

図 1.3 断面力の符号規約

軸力

軸力 N は部材要素が

伸ばされる方向（引張）が

＋方向

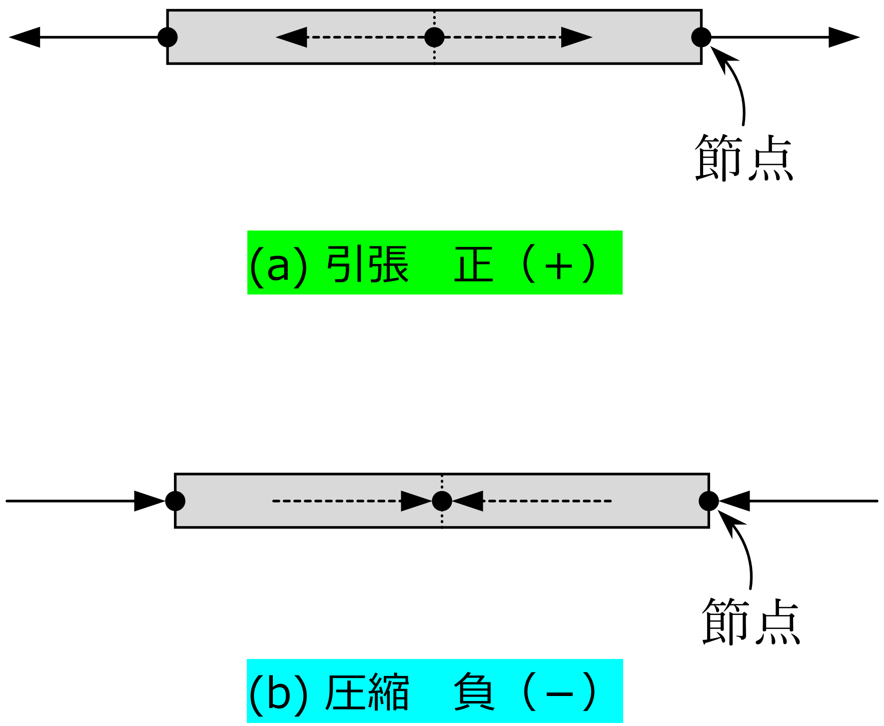


図 3.2 外力と内力の釣り合い

トラスの解析　― 概念の理解

外部不静定次数：　$$m_e = n - 3 \tag{3.1a}$$

内部不静定次数：　$$m_i = (3 + s + r) - 2k \tag{3.1b}$$

全体不静定次数：　$$m = m_e + m_i \tag{3.1c}$$

※ n は反力の数，s は部材の数，r は剛節点の数，k は節点の数

MIDAS × MIYACHI

CIVIL NXで学ぶ
構造力学 構造編

東京電気大学
宮地 一裕 先生

第3章

トラスの解析 ― 概念の理解

静定トラスの解法

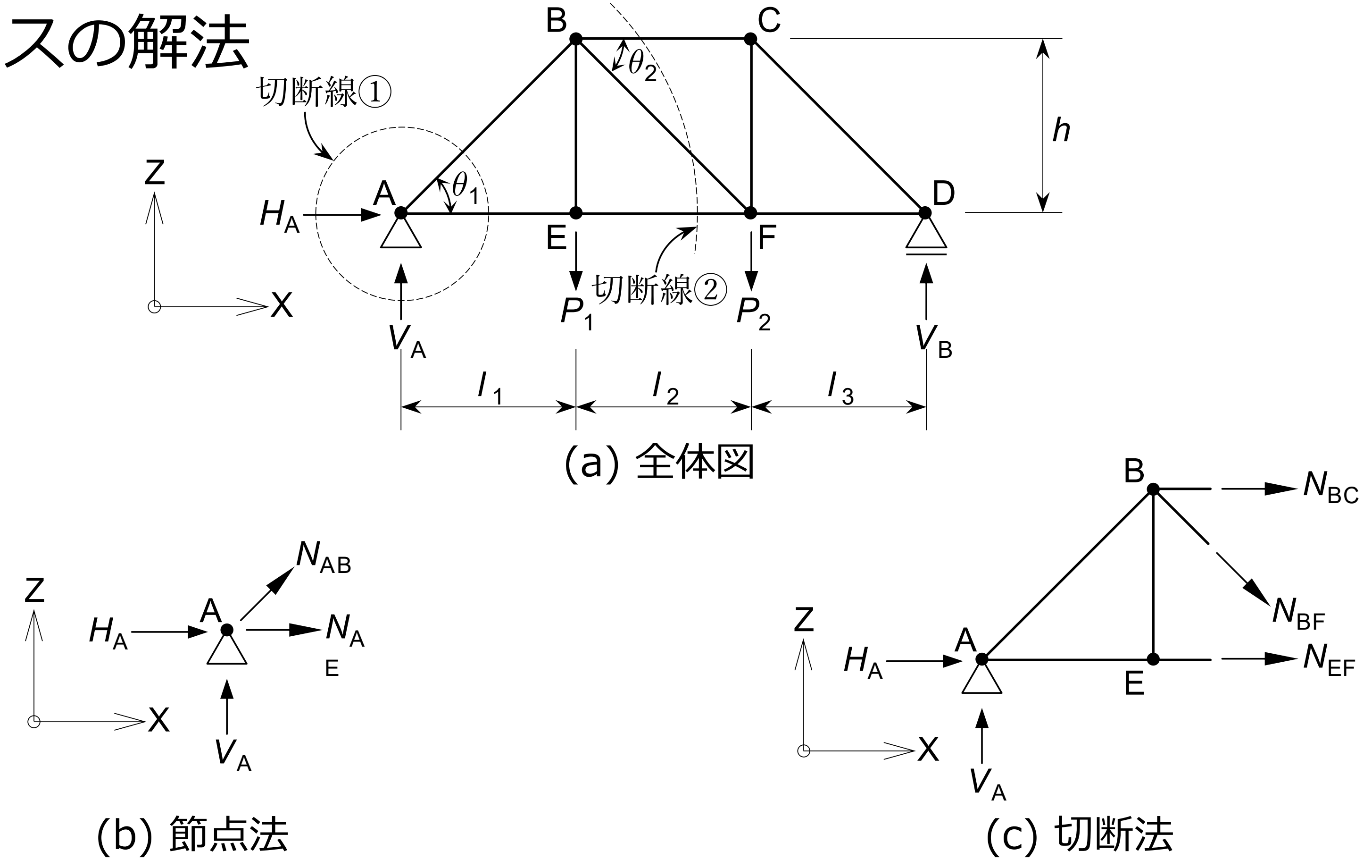


図 3.3 節点法および切断法

MIDAS × MIYACHI

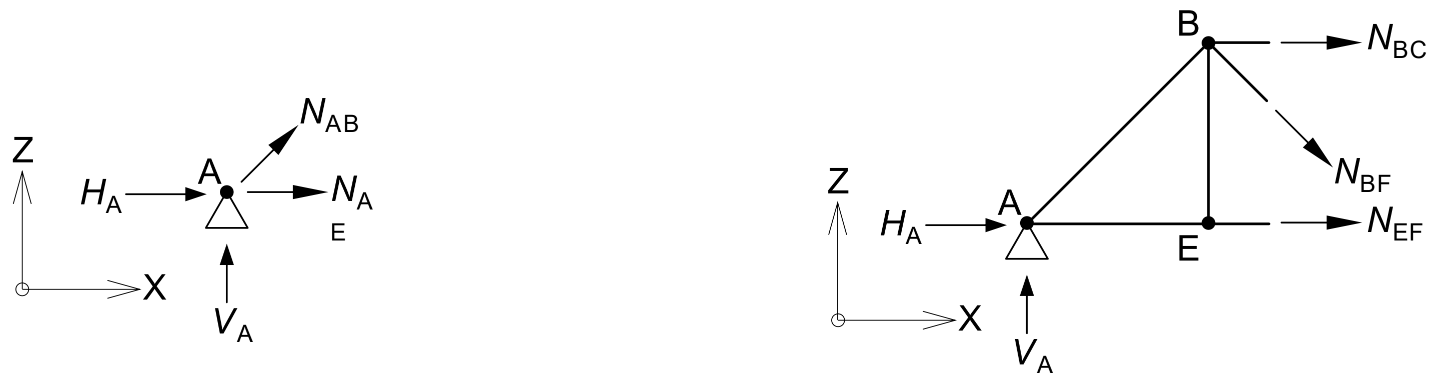
CIVIL NXで学ぶ
構造力学 構造編

東京電気大学
宮地 一裕 先生

第3章

トラスの解析 ― 概念の理解

教科書 3-3



(b) 節点法　　(c) 切断法

図 3.3 節点法および切断法

節点法

$$\sum H = H_A + N_{AE} + N_{AB}\cos\theta_1 = 0 \quad (3.2a)$$

$$\sum V = R_A + N_{AB}\sin\theta_1 = 0 \quad (3.2b)$$

切断法

$$\sum H = H_A + N_{BC} + N_{BF}\cos\theta_2 + N_{EF} = 0 \quad (3.3a)$$

$$\sum V = V_A - N_{BF}\sin\theta_2 = 0 \quad (3.3b)$$

$$\sum M_B = -H_A h + V_A l_1 - n_{EF} h = 0 \quad (3.3c)$$

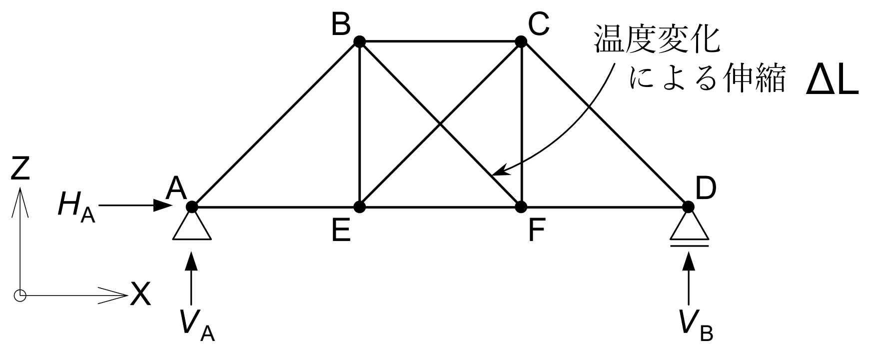
CIVIL NXで学ぶ
構造力学 構造編

東京電気大学
宮地 一裕 先生

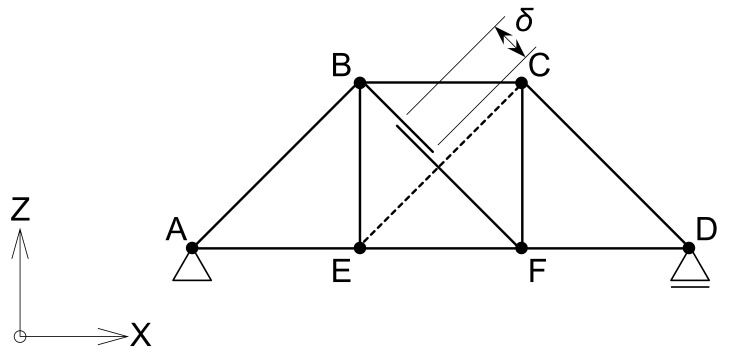
トラスの解析 ― 概念の理解

不静定トラスの解法

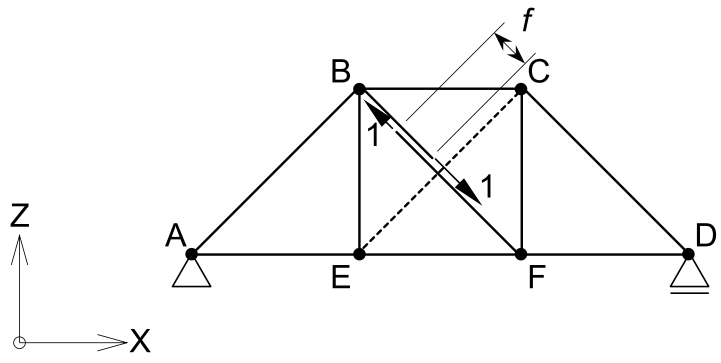
① 余分な力を1つ決める（これが未知数X）
② その力でどれくらい変形するか考える
③ 「本来あるべき変形」と一致させる



(a) 解析モデル



(b)外部から荷重が作用する場合



(c)部材BFに単位荷重を加えた場合

図 3.4 たわみ性法

MIDAS × MIYACHI

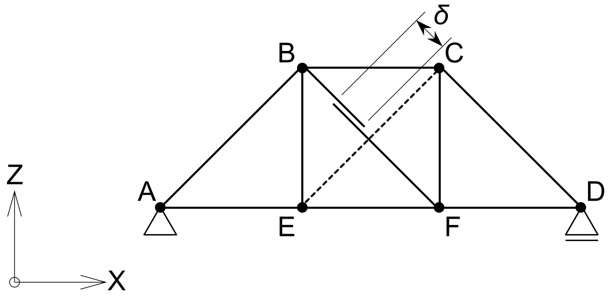
CIVIL NXで学ぶ構造力学 構造編

東京電気大学
宮地 一裕 先生

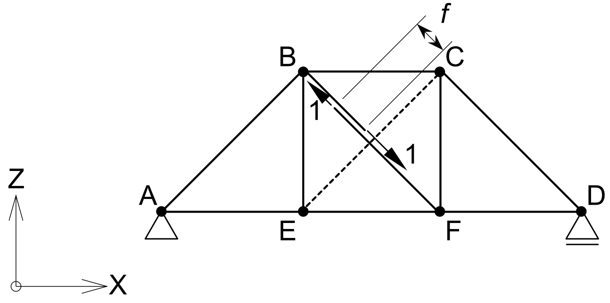
第3章

トラスの解析 ― 概念の理解

教科書 3-4



(b)外部から荷重が作用する場合



(c)部材BFに単位荷重を加えた場合

図 3.4 たわみ性法

$$\boldsymbol{\delta + fX - \Delta L = 0} \;\Rightarrow\; \delta + fX = \Delta \quad (3.4)$$

$$\begin{Bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12}\\ f_{21} & f_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X_1\\ X_2\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{Bmatrix} \quad (3.5a)$$

$$f_{11} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 n_i^1 \;, f_{12} = f_{21} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 n_i^2 \,, f_{22} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^2 n_i^2 \quad (3.5b)$$

$$\delta_1 = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 N_i \;, \delta_2 = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^2 N_i \quad (3.5c)$$

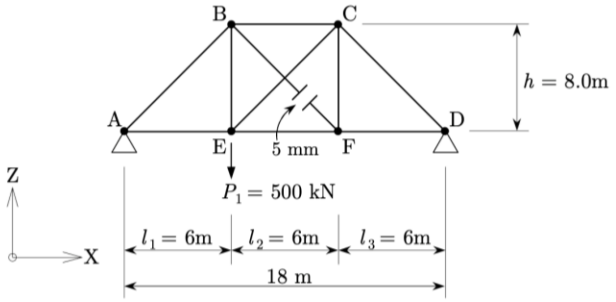
Δ_i ：製作誤差または温度変化などによる変形
n_i^1 ：部材BFを切断し，その位置に単位荷重を加えた場合のトラスの部材力
N_i ：部材BFがない状態での荷重によるトラスの部材力

MIDAS

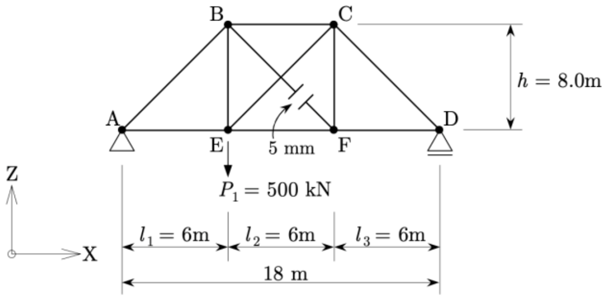
第3章
トラスの解析
- チュートリアル -

チュートリアル　モデルの概要

内的 1 次不静定トラスと内的・外的 1 次不静定トラスを対象として，
製作誤差に相当するプレテン ション荷重および集中荷重を与えた場合の挙動を比較する．



(a) モデル 1：内的 1 次不静定



(b) モデル 2：内的 1 次，外的 1 次不静定

図 3.5 解析モデル

- 材料

  鋼材：SM400

  ・ヤング係数……$E_s = 2.00 \times 10^8$ kN/m^2

- 断面

  ・断面形状……ボックス断面

  ・断面寸法……300 × 300 × 12 mm

  ・断面積……$A = 1.345 \times 10^{-2}$ m^2

- 荷重

  ・節点集中荷重……$P = 500$ kN

  ・製作誤差 5 mm に相当するプレテンション荷重 $F_{\text{pre}} = 1{,}345$ kN

$$F_{\text{pre}} = K\delta = \frac{EA}{l}\delta = \frac{2.00 \times 10^8 \times 0.01345}{10} \times 0.005 = 1{,}345 \text{ kN}$$

CIVIL NXで学ぶ
構造力学 構造編

東京電気大学
宮地 一裕 先生

第3章

MIDAS

第3章

トラスの解析

- 構造計算の解説 -

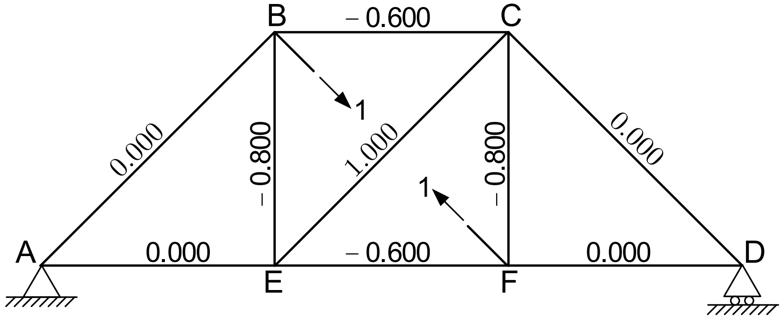
CIVIL NXで学ぶ
構造力学 構造編

東京電気大学
宮地 一裕 先生

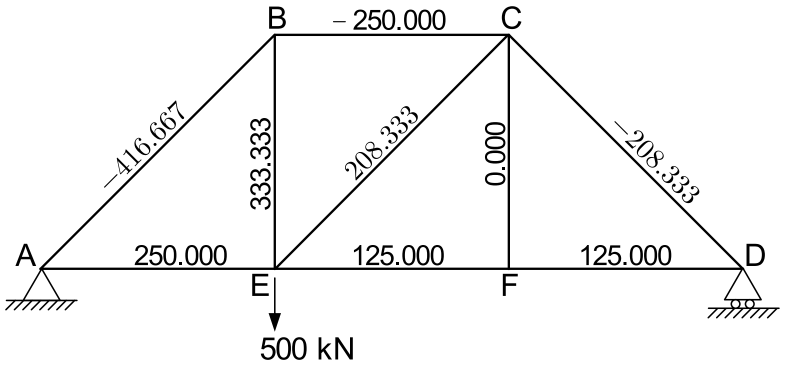
第3章

トラスの解析 ― 構造計算の解説

教科書 3-31



(a) n_i^1



(b) N_i

図 3.26

$$\delta_1 + f_{11} X_1 = \Delta_1 \qquad (3.6)$$

$$f_{11} = \frac{1}{EA}\sum n_i^1 n_i^1 l_i$$
$$= \frac{1}{EA}\{(-0.6)^2 \times (6{,}000) + (-0.8)^2 \times (8{,}000) + (1.0)^2 \times (10{,}000) \times 2$$
$$+ (-0.8)^2 \times (8{,}000) + (-0.6)^2 \times (6{,}000)\}$$
$$= \frac{34{,}560}{EA}$$

$$\delta_1 = \frac{1}{EA}\sum n_i^1 N_i l_i$$
$$= \frac{1}{EA}\{(-0.6) \times (-250) \times (6{,}000) + (-0.8) \times (333.333) \times (8{,}000)$$
$$+ (1.0) \times (208.333) \times (10{,}000) + (-0.6) \times (125) \times (6{,}000)\}$$
$$= \frac{399{,}998.8}{EA}$$

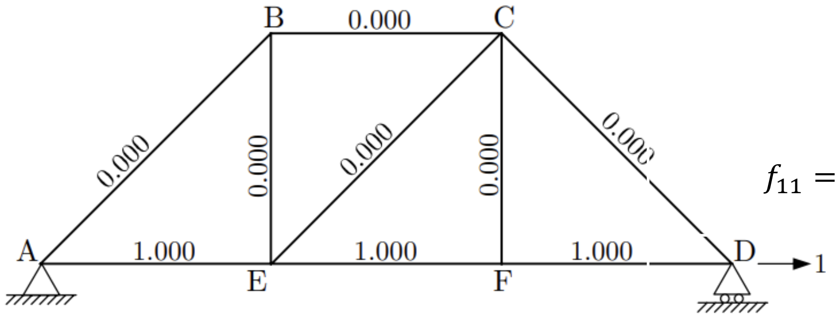
$$\Delta_1 = 5\ \mathrm{mm}$$

$$\frac{1}{EA}(34{,}560 X_1 + 399{,}998.8) = 5\ \mathrm{mm}$$

$$X_1 = 377.604\ \mathrm{kN}$$

トラスの解析　— 構造計算の解説

教科書 3-31

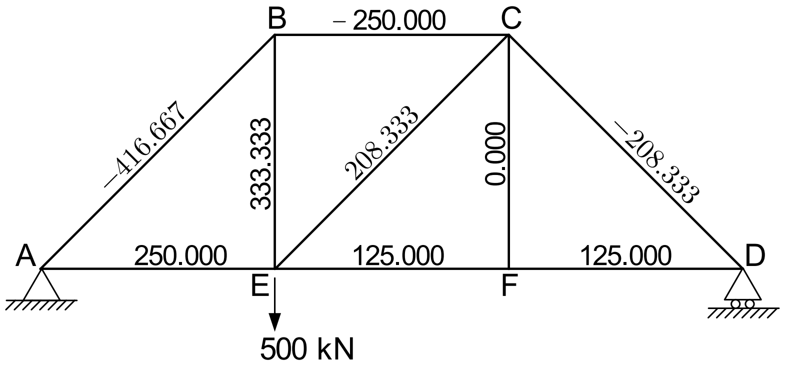


(a) n_i^2

$$\begin{Bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12}\\ f_{21} & f_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X_1\\ X_2\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{Bmatrix} \tag{3.5a}$$

$$f_{11} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 n_i^1 \ , f_{12} = f_{21} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 n_i^2 \, , f_{22} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^2 n_i^2 \tag{3.5b}$$

$$\delta_1 = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 N_i \ , \delta_2 = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^2 N_i \tag{3.5c}$$



(b) N_i

図 3.26

$$f_{11} = \frac{34{,}560}{EA}$$

$$f_{12} = \frac{1}{EA}\sum n_i^1 n_i^2 l_i = \frac{1}{EA}(-0.6)\times(1)\times(6{,}000) = -\frac{3{,}600}{EA}$$

$$f_{22} = \frac{1}{EA}\sum n_i^1 n_i^2 l_i = \frac{1}{EA}(1)\times(1)\times(6{,}000)\times 3 = \frac{18{,}000}{EA}$$

$$\delta_1 = \frac{399{,}998.8}{EA}$$

$$\begin{aligned}\delta_2 &= \frac{1}{EA}\sum n_i^2 N_i l_i\\ &= \frac{1}{EA}\{(1.0)\times(250)\times(6{,}000) + (1.0)\times(125)\times(6{,}000)\times 2\}\\ &= \frac{3{,}000{,}000}{EA}\end{aligned}$$

$$\frac{1}{EA}\begin{bmatrix}34{,}560 & -3{,}600\\ -3{,}600 & 18{,}000\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X_1\\ X_2\end{Bmatrix} + \frac{1}{EA}\begin{Bmatrix}399{,}998.8\\ 3{,}000{,}000\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}5\\ 0\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}X_1\\ X_2\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}367.908\ \text{kN}\\ -93.085\ \text{kN}\end{Bmatrix}$$

CIVIL NXで学ぶ
構造力学 構造編

東京電気大学
宮地 一裕 先生

第3章