

第3章 トラスの解析

目 次

3.1	概念の理解	3-1
3.1.1	トラス解析の概念	3-1
3.2	チュートリアル	3-6
3.2.1	モデルの概要	3-6
3.2.2	作業環境の設定	3-7
3.2.3	材料及び断面の定義	3-9
3.2.4	節点及び要素の生成	3-10
3.2.5	境界条件の入力	3-14
3.2.6	荷重の入力	3-15
3.2.7	構造解析の実行	3-20
3.2.8	解析結果の確認	3-21
3.3	構造計算の解説	3-26
3.3.1	力学的概念の理解及び数値計算	3-26
3.4	練習問題	3-29

3.1 概念の理解

3.1.1 トラス解析の概念

(1) 一般事項

トラスとは、2 つ以上の直線部材を節点においてピン（ヒンジ）接合し、三角形を基本単位として構成された構造物である。主にスパン長さが長い橋梁や工場建築、講堂、体育館などの大空間の構造物の屋根などに使用される。



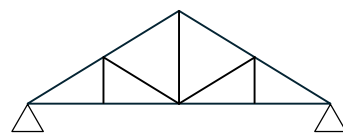
(a) トラスの屋根



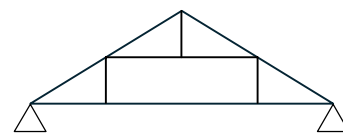
(b) 長スパン橋梁

写真 3.1 トラス構造物

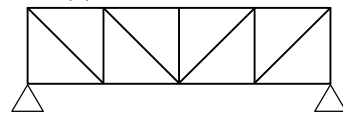
トラスは用途や形式によりさまざまな種類がある。下図はその例である。



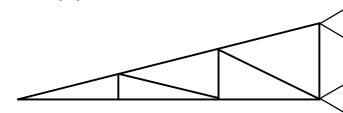
(a) キングポストトラス



(b) クイーンポストトラス



(c) 平行弦トラス



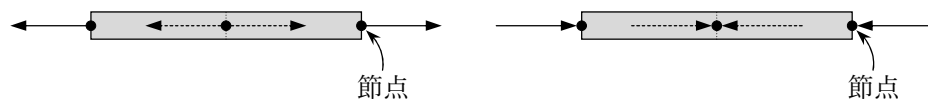
(d) 片持ち梁系トラス

図 3.1 トラスの種類

トラスの部材力は次のような仮定に基づいて計算される。

- ① 各部材が接合する節点は、曲げモーメントを伝達しない摩擦のないピン（ヒンジ）接合である。
- ② 各部材は直線材である。
- ③ 各部材の中心軸は、節点において1点で交差する。
- ④ 全ての外力は、部材が連結される節点にのみ作用する（部材に作用する荷重は、等価な節点荷重に置き換えて考える）。

これらの仮定により、トラス部材には曲げモーメントおよびせん断力は生じず、軸方向の引張力または圧縮力のみが発生する。便宜上、引張力を正（+）、圧縮力を負（-）として表記する。トラス解析においては、節点を基準として、部材力が節点から外向きに作用する場合を引張力、節点に向かって作用する場合を圧縮力と判定する。



(a) 引張

(b) 圧縮

図 3.2 外力と内力の釣り合い

(2) 解析概念

トラスは力学的な観点から、静定トラスと不静定トラスに分類される。

静定トラスとは、力の釣り合い条件のみで反力および部材力が算定できる構造である。

一方、不静定トラスは力の釣り合い条件だけでは解けず、不静定次数に応じた追加の条件（変形条件）が必要となる。不静定トラスは、反力が不静定となる外的不静定トラスと、部材力が不静定となる内的不静定トラスに分類される。

次の式はトラスの不静定次数を算定する方法を式で表したものである。

$$\text{外部不静定次数： } m_e = n - 3 \quad (3.1a)$$

$$\text{内部不静定次数： } m_i = (3 + s + r) - 2k \quad (3.1b)$$

$$\text{全体不静定次数： } m = m_e + m_i \quad (3.1c)$$

ここで、 n は反力の数、 s は部材の数、 r は剛節点の数、 k は節点の数を示す。

(2)-1 静定トラスの解法

トラスの解析方法には、節点法、切断法、応力係数法、図解法、影響線法など、さまざまな手法がある。このうち、節点法は、ある節点を自由体として取り出し、 $\sum H = 0, \sum V = 0$ の力の釣り合い条件を用いて部材力を求める方法である。

一方、切断法は、トラスを任意の断面で切断し、切断された部分を自由体として、 $\sum H = 0, \sum V = 0, \sum M = 0$ の力およびモーメントの釣り合い条件を用いて部材力を求める方法である。

節点法においてモーメントの釣り合い条件を適用しないのは、トラスの節点がピン接合であり、曲げモーメントを伝達できないためである。

図 3.3 は節点法および切断法による解析例を示す。節点法では、節点 A を中心とした力の釣り合い条件が適用されており、切断法では、図に示す切断線によって分離されたトラス部分に対して釣り合い条件が適用されている。

節点法では、独立な釣り合い式が 2 つであるため、未知部材力が 2 つ以下の節点にのみ適用できる。一方、切断法では、3 つの釣り合い式を用いるため、切断によって生じる未知部材力は 3 つ以下でなければならない。

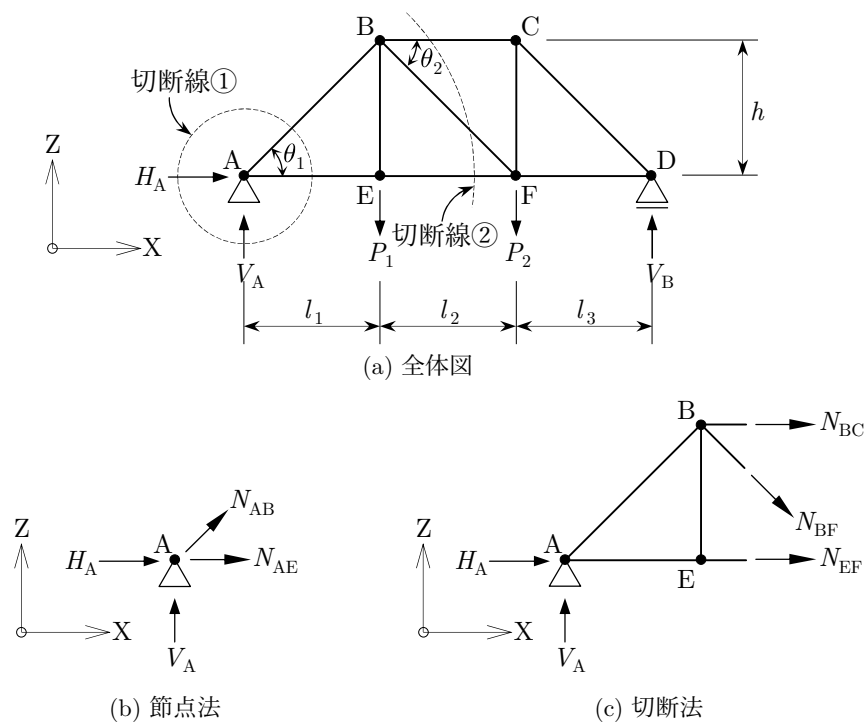


図 3.3 節点法及び切断法

<節点法>

$$\sum H = H_A + N_{AE} + N_{AB} \cos \theta_1 = 0 \quad (3.2a)$$

$$\sum V = V_A + N_{AB} \sin \theta_1 = 0 \quad (3.2b)$$

<切断法>

$$\sum H = H_{\text{A}} + N_{\text{BC}} + N_{\text{BF}} \cos \theta_2 + N_{\text{EF}} = 0 \quad (3.3\text{a})$$

$$\sum V = V_A - N_{\text{BF}} \sin \theta_2 = 0 \quad (3.3b)$$

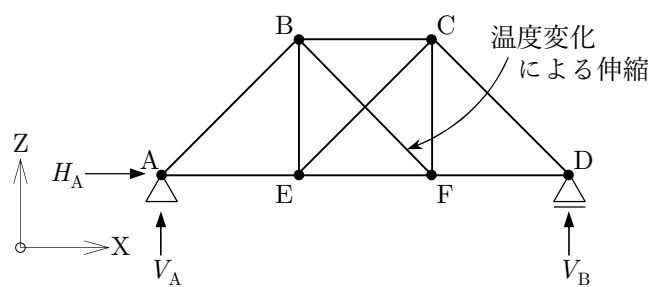
$$\sum M_{\text{B}} = -H_{\text{A}}h + V_{\text{A}}l_1 - N_{\text{EF}}h = 0 \quad (3.3\text{c})$$

(2)-2 不静定トラスの解法

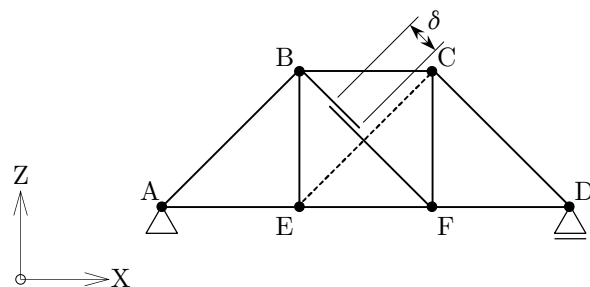
変形法 (Method of consistent deformations) やたわみ性法 (flexibility method) は不静定トラス構造の解析に有用な方法として挙げられる。

変形法では、不静定構造において生じる余剰な未知量を自由度として選定し、それらに対して変形の適合条件を適用することで方程式を構成する。

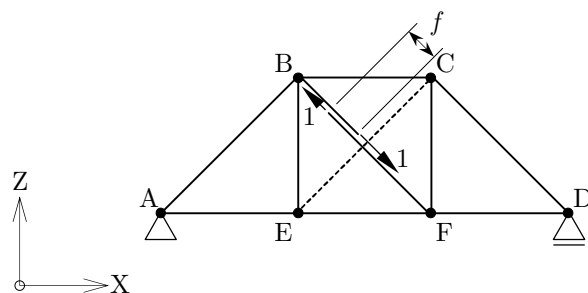
図 3.4 に示す構造物は、自由度が 1 つである不静定トラスに対して、たわみ性法を適用した例である。ここでは、部材 BF に温度変化を与え、その結果として部材長が ΔL だけ伸びた場合を考える。以下では、部材 BF に生じる部材力を未知数 X として選定し、たわみ性法の基本的な考え方を説明する。



(a) 解析モデル



(b) 外部から荷重が作用する場合



(c) 部材 BF に単位荷重を加えた場合

図 3.4 たわみ性法

たわみ性法または、変形法では不静定構造において未知数として選定した部材力または反力を、一度仮想的に取り除いた状態を考え、その状態で変形の適合条件を用いて解析を行う。

ここでは、部材 BF の部材力を未知数 X として選定する。この場合、部材 BF を仮想的に切断し、切断された 2 点が互いに独立して変形できる状態を考える。

まず、外力のみが作用する場合（温度変化は外力として扱わない）に、切断された 2 点間に生じる距離の変化を δ とする。

次に、外力の代わりに、切断された2点に対応する位置へ単位荷重1を作用させたときに生じる距離の変化を f とする。このとき、未知数 X によって生じる距離の変化は fX で表される。

実際の構造物では、部材 BF は切断されておらず、切断された2点間に隙間や重なりは生じない。したがって、外力による変形と未知力による変形は互いに適合しなければならず、次の関係式が成り立つ。

$$\delta + fX = \Delta \quad (3.4)$$

ここで、 Δ は製作誤差や温度変化などによって生じる変形を表す。

荷重のみが作用する場合には $\Delta = 0$ となり、温度変化のみによって部材 BF が伸びる場合には $\delta = 0$ 、 Δ は部材の伸び量となる。

このように、実際に生じる変形 Δ に対して、外力による変形と未知力による変形が一致する条件を用いて解析を行うことから、本手法は変形法 (Method of Consistent Deformations) と呼ばれる。なお、変形量 δ および f を求める方法としては、単位荷重法が最も一般的であり、有効な手法である。

構造物が2次不静定構造である場合には、未知数として2つの部材力または反力を選定し、それらを除去した状態に対して、同様の適合条件を2つ設定することで解析を行う。

$$\begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} \quad (3.5a)$$

$$f_{11} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 n_i^1, f_{12} = f_{21} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 n_i^2, f_{22} = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^2 n_i^2 \quad (3.5b)$$

$$\delta_1 = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^1 N_i, \delta_2 = \sum \frac{l_i}{EA_i} n_i^2 N_i \quad (3.5c)$$

ここで、式 (3.5) において記号は以下の通り示す。

Δ_i : 製作誤差または温度変化などによる変形

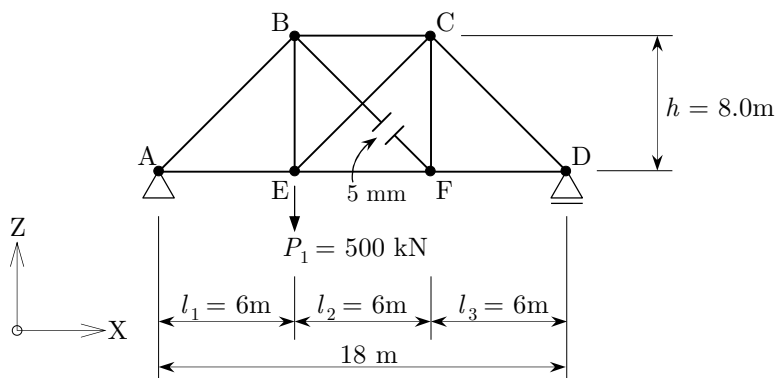
n_i : 部材 BF を切断し、その位置に単位荷重を加えた場合のトラスの部材力

N_i : 部材 BF がない状態での荷重によるトラスの部材力

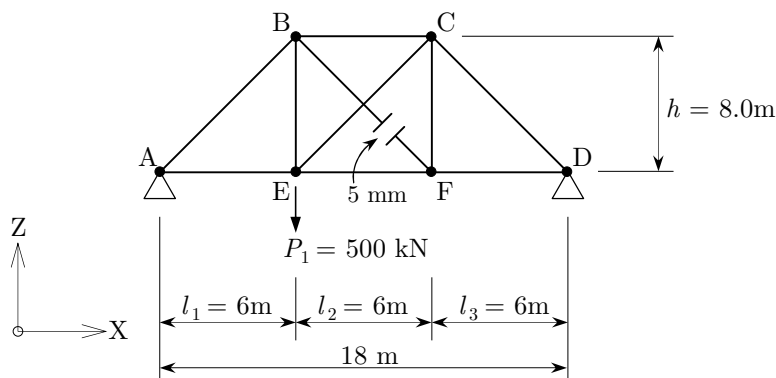
3.2 チュートリアル

3.2.1 モデルの概要

内的 1 次不静定トラスと内的・外的 1 次不静定トラスを対象として，製作誤差に相当するプレテンション荷重および集中荷重を与えた場合の挙動を比較する。



(a) モデル 1：内的 1 次不静定



(b) モデル 2：内的 1 次，外的 1 次不静定

図 3.5 解析モデル

➤ 材料

鋼材：SM400

- ・ヤング係数..... $E_s = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$

➤ 断面

- ・断面形状 ボックス断面
- ・断面寸法 $300 \times 300 \times 12 \text{ mm}$
- ・断面積..... $A = 1.345 \times 10^{-2} \text{ m}^2$

➤ 荷重

- ・節点集中荷重 $P = 500 \text{ kN}$
- ・製作誤差 5 mm に相当するプレテンション荷重 $F_{\text{pre}} = 1,345 \text{ kN}$

$$F_{\text{pre}} = K\delta = \frac{EA}{l}\delta = \frac{2.00 \times 10^8 \times 0.01345}{10} \times 0.005 = 1,345 \text{ kN}$$

3.2.2 作業環境の設定

(1) 単位系の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを作成しファイルを保存する。

メインメニュー：[ ファイル] > [ 新規プロジェクト]

メインメニュー：[ ファイル] > [ 保存]

① ファイル名に「トラス」と入力し，[保存] をクリックする。

使用する単位系を設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [単位系]

② 長さで「m」，力(質量)で「kN(ton)」を選択する。

③ [OK] をクリックする。



図 3.6 ファイルの保存と単位系の設定

(2) 作業平面の設定

解析モデルは平面トラス（X-Z 平面）構造であるため、構造形式を「X-Z 平面」として設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [基本設定]

- ① 構造形式で「X-Z 平面」を選択する。
- ② [OK] をクリックする。



図 3.7 作業平面の設定

3.2.3 材料及び断面の定義

トラスの材料及び断面は CIVIL NX のデータベースの JIS-Civil 規格セットから選択する。

メインメニュー：[材料/断面] > [材料特性] > [材料特性]

[追加...] をクリックする。

① 弾性データ>タイプで「鉄骨」を選択する。

② 弾性データ>鉄骨>規格で「JIS-Civil(S)」,
>種別で「SM400」を選択する。

③ [OK] をクリックする。

[断面] タブをクリックし、[追加...] をクリックする。

④ 断面形状リストで「ボックス断面」を選択する。

⑤ 断面の定義方法として「規格」を選択し、「JIS」を選択する。

⑥ 鋼材リストで「B 300x300x12」を選択する。

⑦ 「せん断変形を考慮する」をオフにする。

⑧ [OK] をクリックする。

[閉じる] をクリックする。

(a) 材料の定義

(b) 断面の定義

図 3.8 材料の定義と断面の定義

3.2.4 節点及び要素の生成

(1) 節点の生成

トラス要素を生成するための節点を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成▼] > [節点生成]

- ① 座標 (x, y, z) に「0, 0, 0」を入力する。
- ② [適用] をクリックする。
- ③ [自動フィット] をオンにし，[正面] をクリックする。

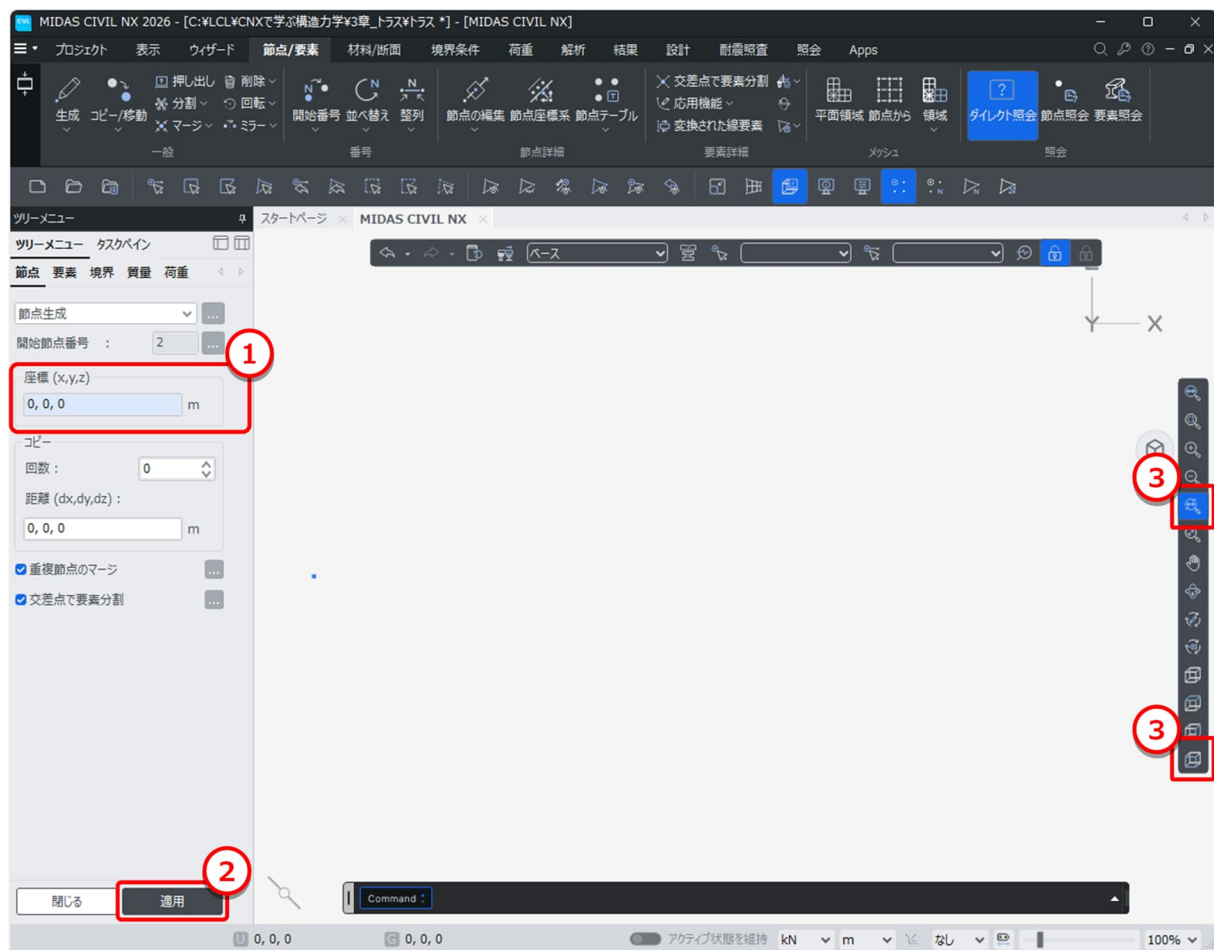


図 3.9 節点の生成

(2) 要素の生成

押し出し機能でトラスの下弦材を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [押し出し]

- ① 押出形式で「節点 -> 線要素」を選択する。
- ② 要素属性>要素タイプで「トラス要素」を選択する。
- ③ 要素属性>材料で「1: SM400」,
 >断面で「1: B300×300×12」を選択する。
 > β -角度に「0」を入力する。
- ④ 生成形式で「コピー/移動」を選択する。
- ⑤ コピー/移動で「等間隔」を選択し, dx, dy, dz に「6, 0, 0」を, 回数に「3」を入力する。
- ⑥ [ 全て選択] をクリックする。
- ⑦ [適用] をクリックする。

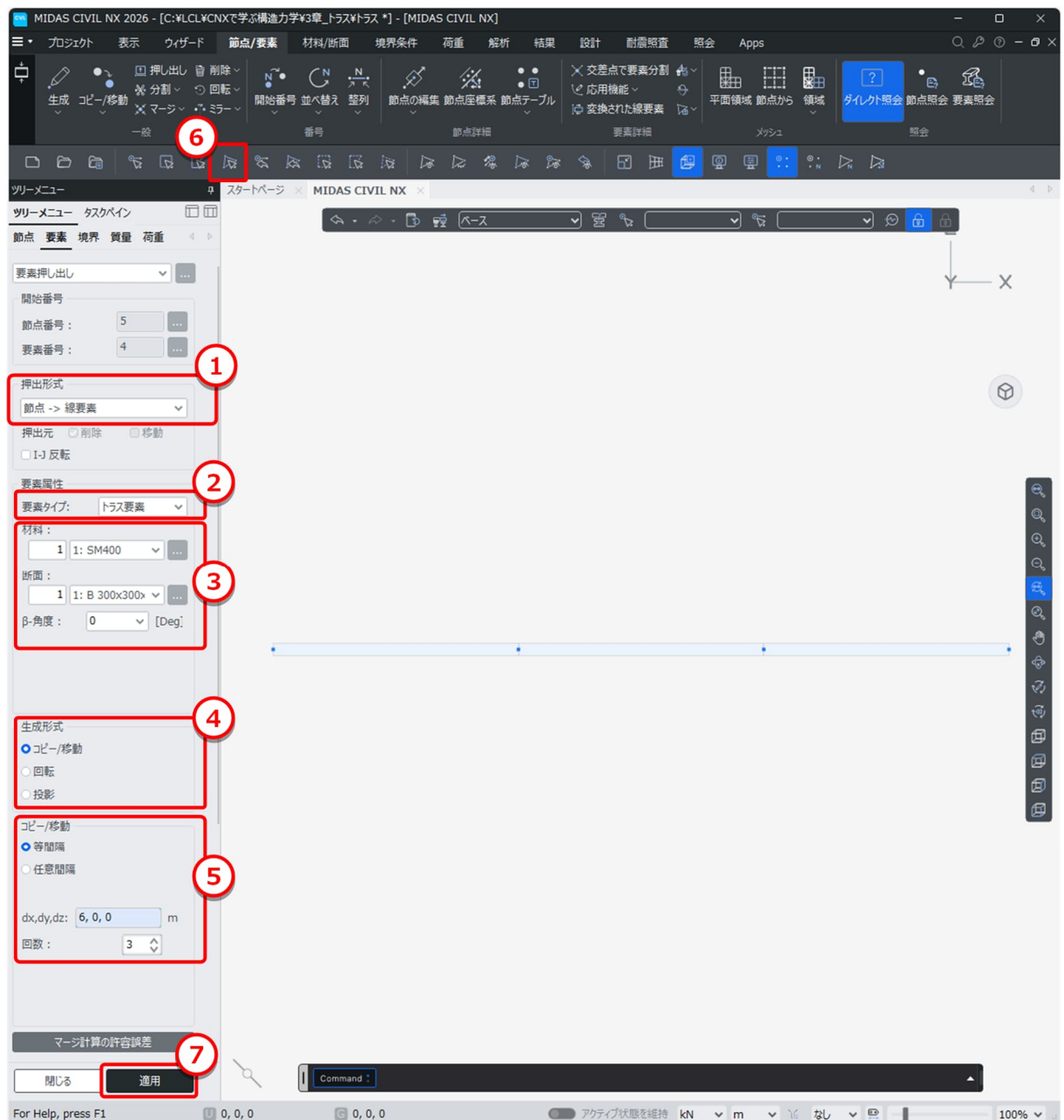


図 3.10 下弦材の生成

下弦材を複製しトラスの上弦材を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [コピー/移動▼] > [要素コピー/移動]

- ① モードで「コピー」を選択する。
- ② コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「0, 0, 8」を、回数に「1」を入力する。
- ③ [要素番号] をオンにする。
- ④ [単一選択] をオンにして、要素 2 を選択する。
- ⑤ [適用] をクリックする。

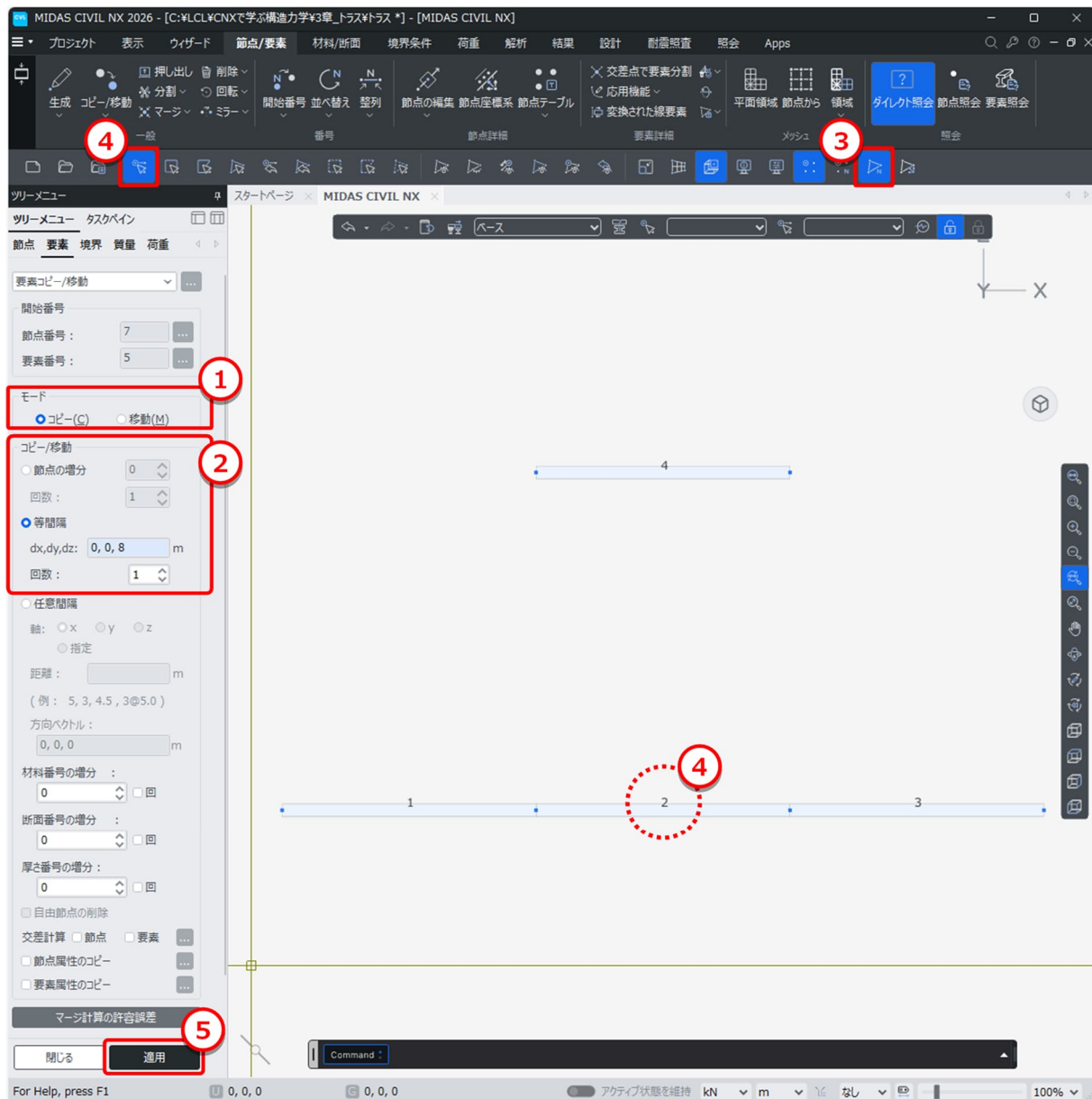


図 3.11 上弦材の生成

斜材及び鉛直材を入力する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成▼] > [要素生成]

- ① 要素タイプで「トラス要素」を選択する。
 - ② 材料>名称で「1: SM400」を、断面>名称で「1: B300×300×12」を選択する。
 - ③ 構成節点>交差計算>「要素」をオフにする。
 - ④ [節点番号] をオンにし、[要素番号] をオフにする。
 - ⑤ 構成節点の入力ボックスをクリックし、モデルビューで節点 1、節点 5 を順にクリックする。
- 続けて、節点 5 と節点 2、節点 2 と節点 6、節点 5 と節点 3、節点 6 と節点 3、節点 6 と節点 4 をそれぞれ順にクリックする。

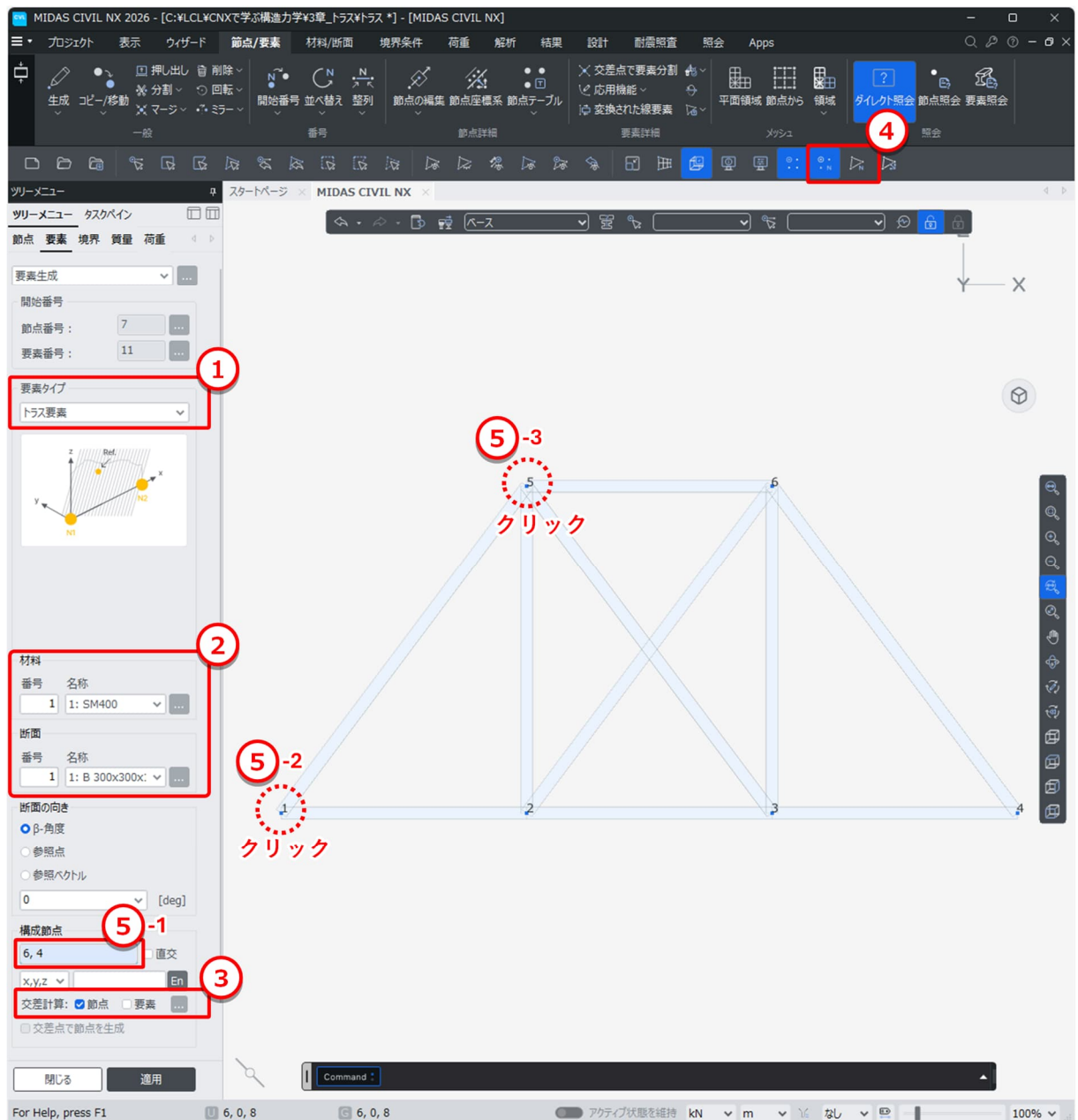


図 3.12 斜材及び鉛直材の生成

3.2.5 境界条件の入力

3次元の節点は6自由度を持つ。

本チュートリアルでは X-Z 平面の挙動のみを考慮するため、 D_x, D_z, R_y の自由度のみを考慮する。

ピン支点は D_x, D_z の自由度を拘束し、ローラー支点は D_z の自由度を拘束することで支持条件を設定する。

メインメニュー：[境界条件] > 「支持」 > [支持条件]

- ① オプションで「追加」を選択する。
- ② 支持形式で「Dx」と「Dz」をオンにする。
- ③ [ 単一選択] をオンにして、節点1を選択する。
- ④ [適用] をクリックする。
- ⑤ 支持形式で「Dx」をオフにする。
- ⑥ [ 単一選択] がオンを確認して、節点4を選択する。
- ⑦ [適用] をクリックする。

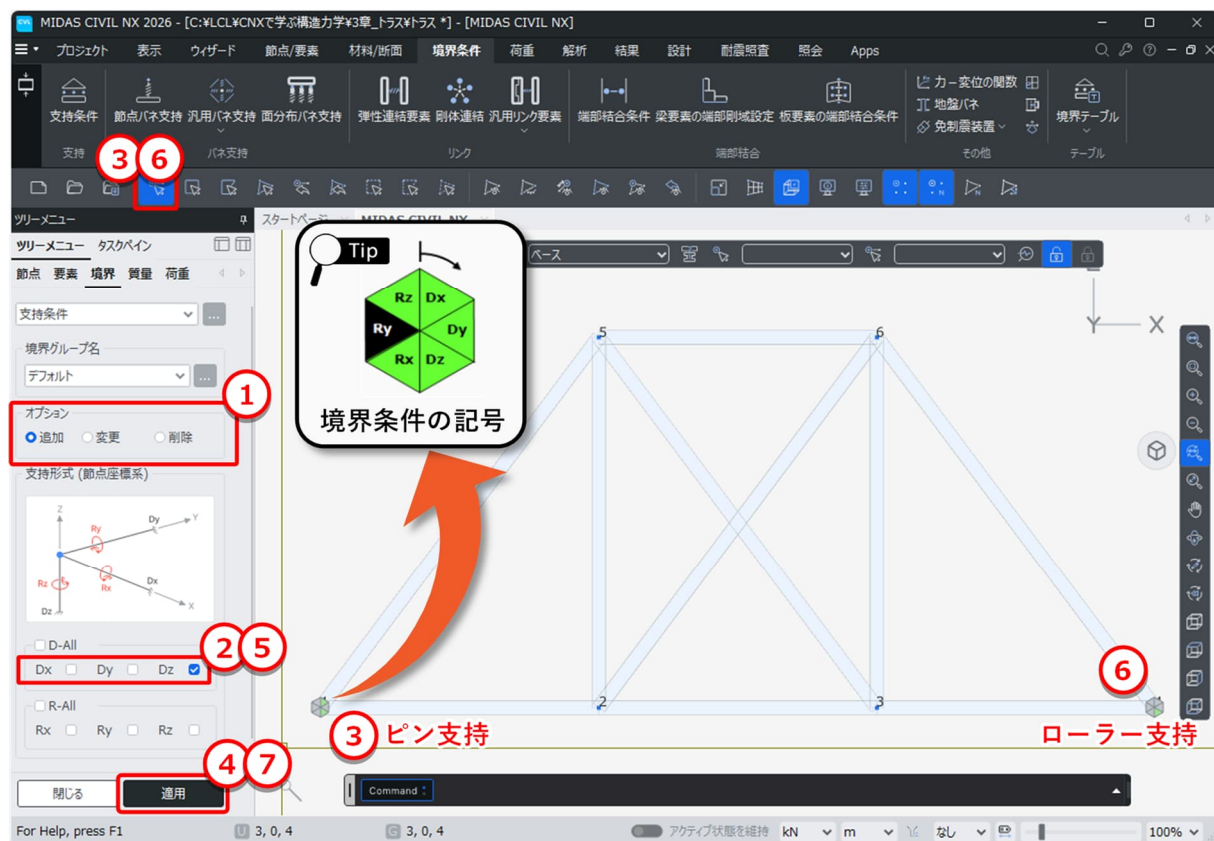


図 3.13 支持条件の入力

3.2.6 荷重の入力

(1) 荷重条件の定義

節点集中荷重と製作誤差によるプレテンション荷重を入力するため、荷重条件を定義する。

メインメニュー：〔荷重/静的荷重〕＞〔荷重ケース生成〕＞〔静的荷重ケース〕

- ① 名称に「節点荷重」と入力し、タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ② 〔追加〕をクリックする。
- ③ 名称に「製作誤差」と入力し、タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ④ 〔追加〕をクリックする。
- ⑤ 〔閉じる〕をクリックする。

静的荷重ケース

名称 : 製作誤差

ケース : 全ての荷重ケース

タイプ : ユーザー定義荷重 (USER)

解説

No	名称	タイプ	解説
1	節点荷重	ユーザー定義荷重 (USER)	
2	製作誤差	ユーザー定義荷重 (USER)	
*			

閉じる (C)

図 3.14 荷重条件の入力

(2) 荷重の入力

節点 2 に鉛直下向きの集中荷重 500 kN を入力する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「静的荷重」 > [節点荷重]

- ① 荷重ケース名で「節点荷重」を選択する。
- ② オプションで「追加」を選択する。
- ③ 節点荷重>FZ に「-500」を入力する。
- ④ [ 単一選択] をオンにして、節点 2 を選択する。
- ⑤ [適用] をクリックする。

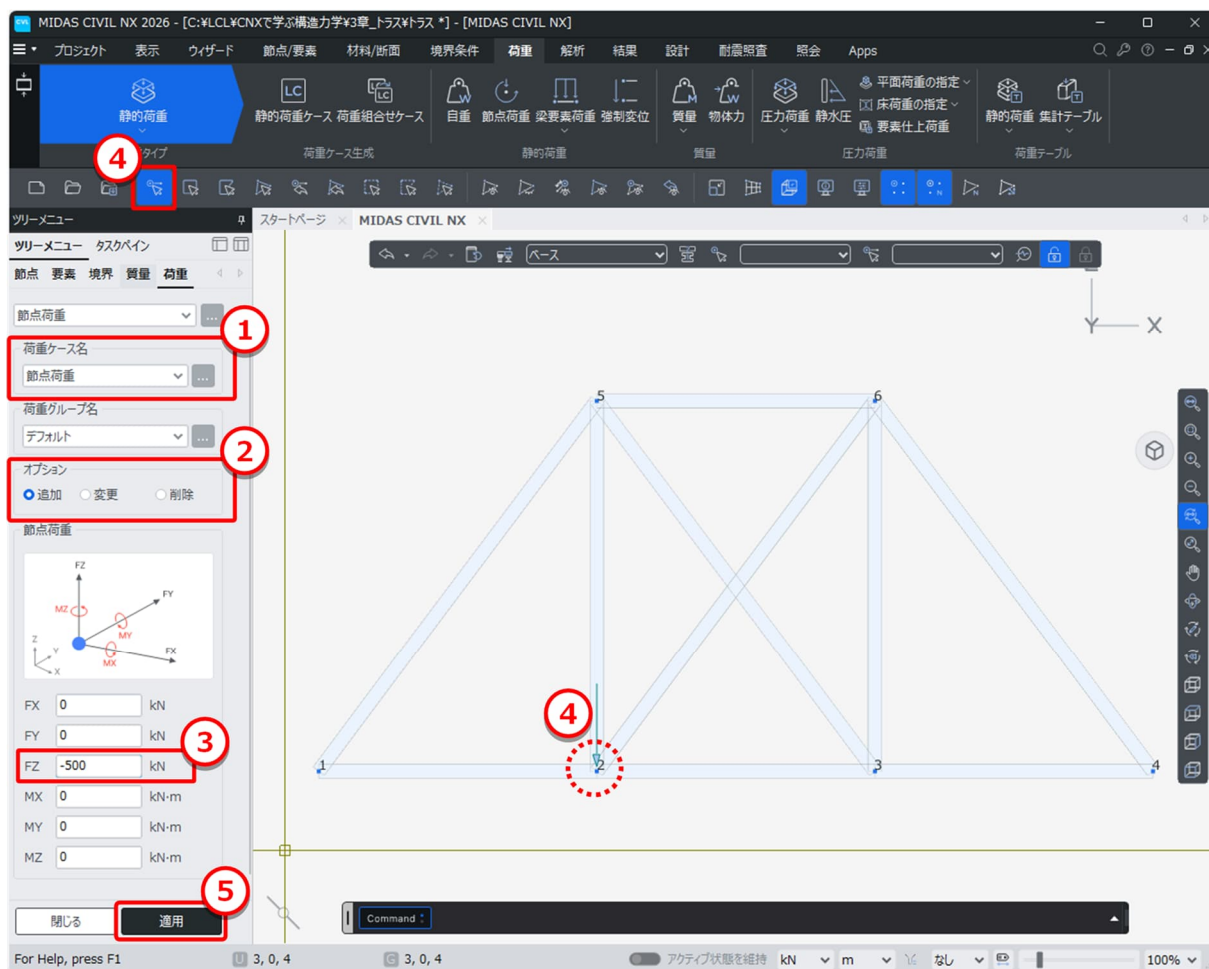


図 3.15 節点荷重の入力

(3) 製作誤差の入力

部材の長さが 5 mm 短く製作された場合、当該部材には引張力が発生する。

この状況を考慮するため、製作誤差を荷重に換算し、当該部材にプレテンション荷重として入力する。

$$T = K\delta = \frac{EA}{l} \times \delta = \frac{2.00 \times 10^8 \times 0.01345}{10} \times 0.005 = 1,345 \text{ kN}$$

メインメニュー：[荷重/プレストレス] > 「プレストレス」 > [プレテンション荷重]

- ① 荷重ケース名で「製作誤差」を選択する。
- ② オプションで「追加」を選択する。
- ③ 緊張力に「1345」を入力する。
- ④ [要素番号] をオンにする。
- ⑤ [ 単一選択] をオンにして、要素 8 を選択する。
- ⑥ [適用] をクリックする。

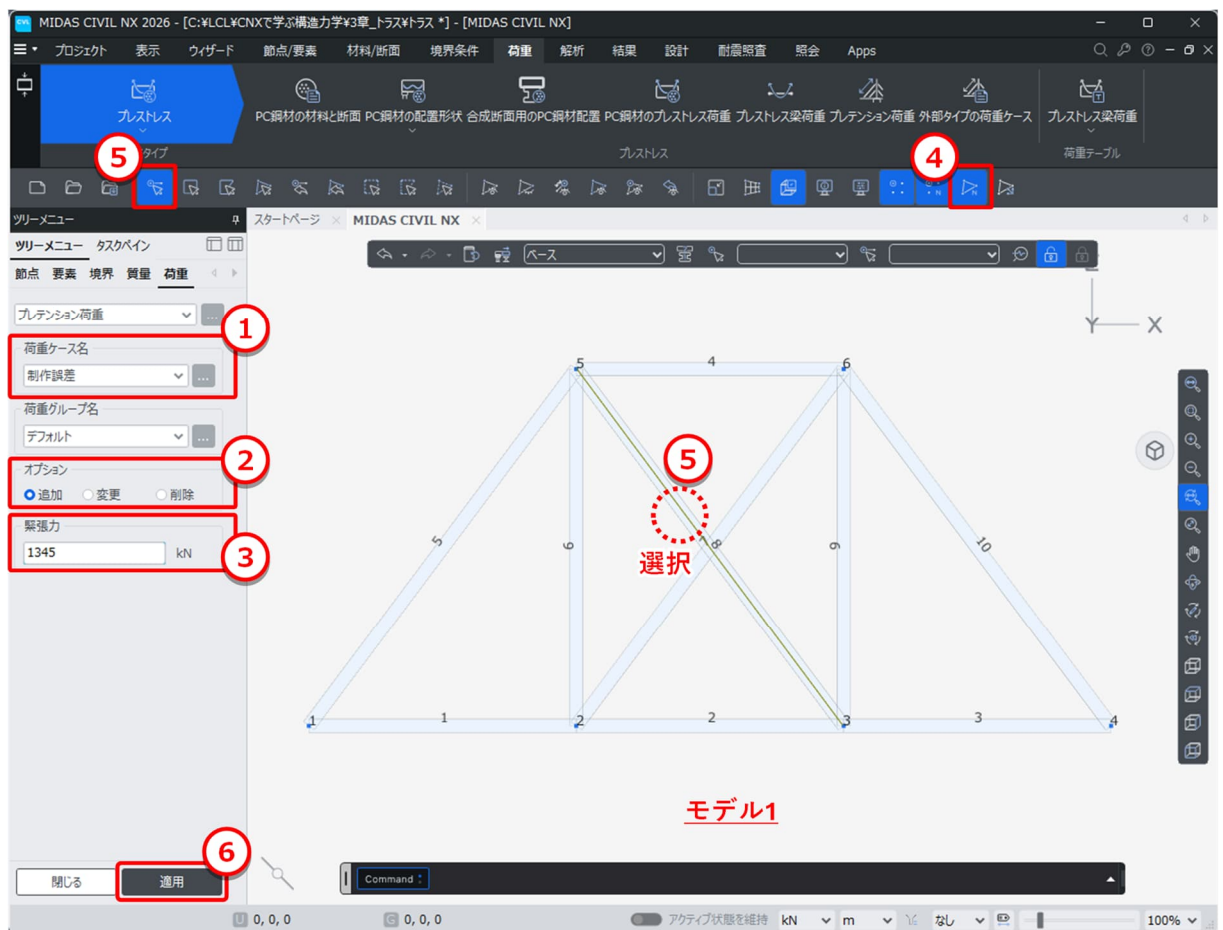


図 3.16 プレテンション荷重の入力

(4) 要素の複製

モデル 1 をコピーしモデル 2 を生成する。

この時、「節点属性のコピー」と「要素属性のコピー」機能を利用すると、モデル 1 に設定された荷重および境界条件も同時にコピーされる。

メインメニュー：[節点/要素] > [一般] > [コピー/移動▼] > [要素コピー/移動]

- ① モードで「コピー」を選択する。
- ② コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「0, 0, -14」を、回数に「1」を入力する。
- ③ コピー/移動で「節点属性のコピー」と「要素属性のコピー」をオンにする。
- ④ [ 全て選択] をクリックする。
- ⑤ [適用] をクリックする。

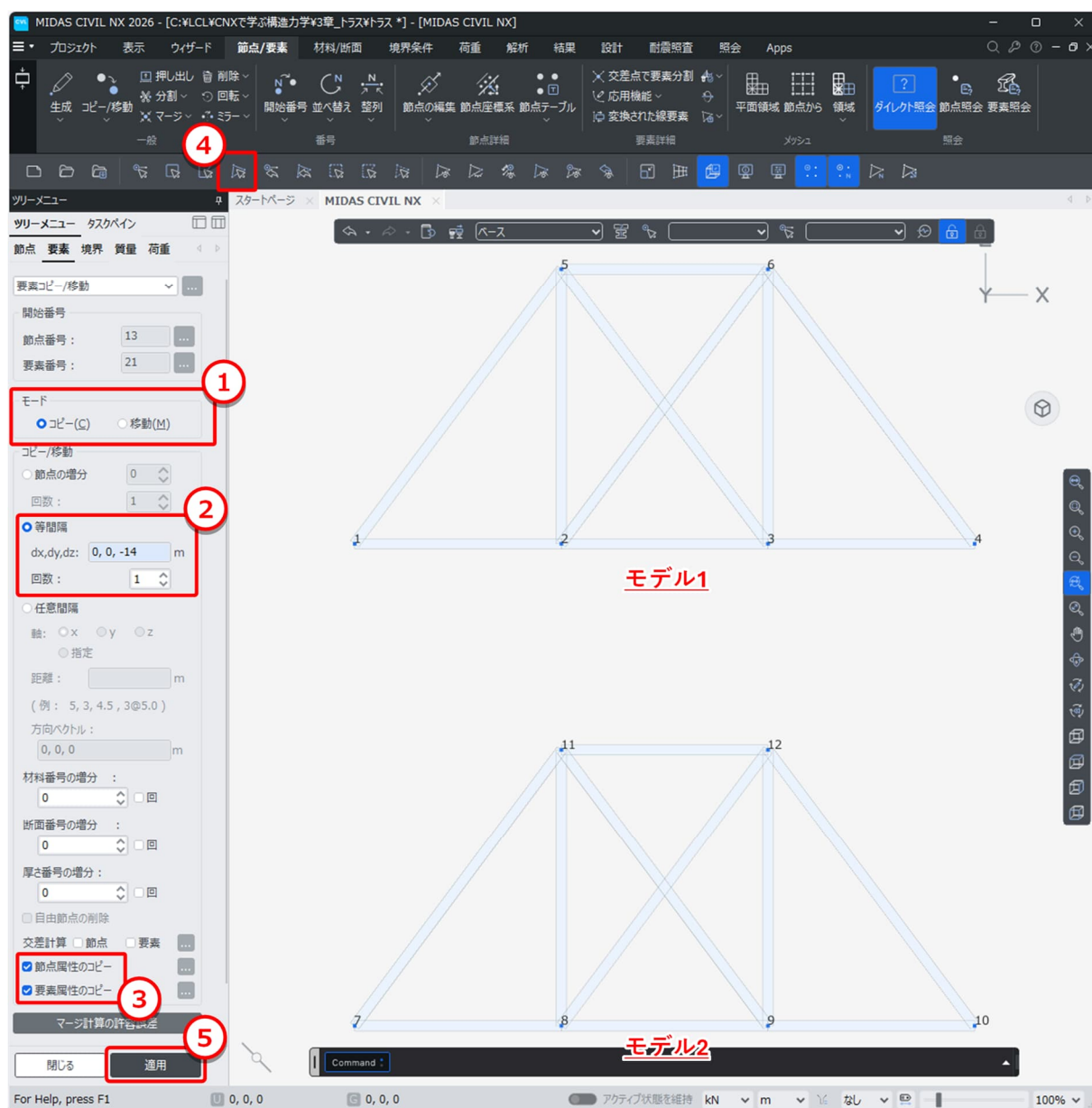


図 3.17 要素の複製

(5) 境界条件の変更

モデル2を外的1次不静定構造物とするため、節点10にx方向の自由度(D_x)の拘束を追加し、ピン支点に変更する。

メインメニュー：[表示] > 「ディスプレイ」 > [ディスプレイ▼] > [ディスプレイ]

① [境界条件] タブを開き、「支持条件」をオンにし、[OK] をクリックする。

メインメニュー：[境界条件] > 「支持」 > [支持条件]

② オプションで「追加」を選択する。

③ 支持形式で「Dx」をオンにする。

④ [単一選択] をオンにして、節点10を選択する。

⑤ [適用] をクリックする。

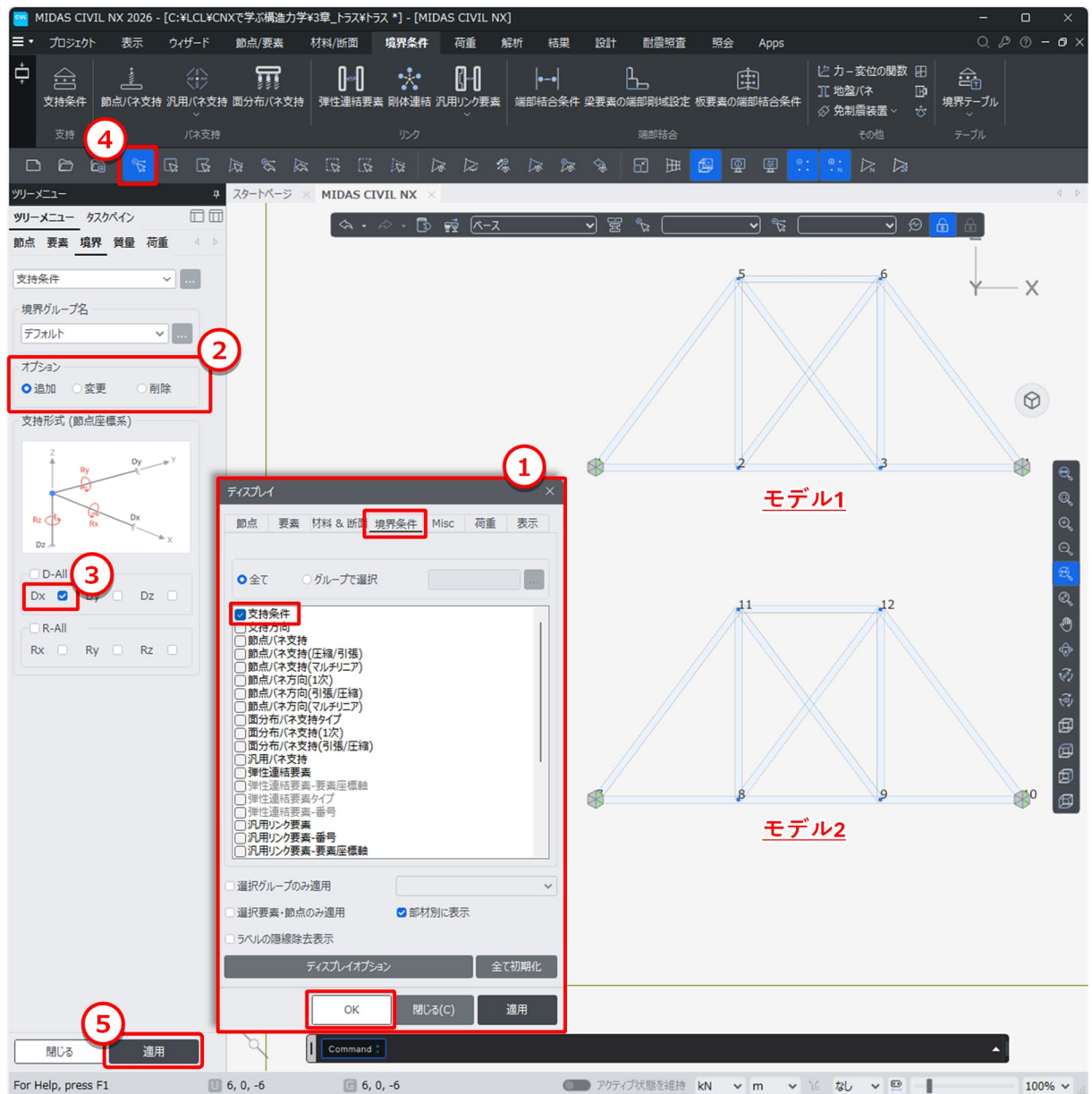


図 3.18 境界条件の変更

3.2.7 構造解析の実行

入力されたモデル 1 およびモデル 2 に対して構造解析を実行する。

メインメニュー：〔解析〕＞「解析実行」＞〔解析実行〕

- ① 〔解析実行〕をクリックする。
- ② 解析が正常に終了したことを確認する。

CIVIL NX では、解析モデルの管理を効率的に行うため、モデル作成モード（プレモード、Preprocessing Mode）と結果表示モード（ポストモード、Postprocessing Mode）が用意されている。



図 3.19 前・後処理モードの区分

モデル作成モード（プレモード）は、幾何情報、部材情報、荷重および境界条件など、解析に必要なモデル情報を入力するモードである。

解析を実行すると、自動的に結果表示モード（ポストモード）に切り替わる。

結果表示モード（ポストモード）は、解析結果が存在する場合に有効となり、反力、変位、部材力および応力度の確認や結果の出力が可能である。

作業状態は、ツールバー上の南京錠アイコンで確認および切替えができる。

3.2.8 解析結果の確認

(1) 反力の確認

節点荷重により，モデル1（外的静定）とモデル2（外的不静定）に発生する反力を比較する．

メインメニュー：[結果/一般] > [結果表示] > [反力▼] > [反力/モーメント]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 節点荷重」を選択する．
- ② 反力成分で「FXYZ」を選択する．
- ③ 表示形式で「数値」と「凡例」をオンにする．
- ④ 「数値」の右側にある [...] をクリックする
- ⑤ 数値オプション>小数点以下桁数に「3」を入力する．
- ⑥ 「OK時に適用」をオンにする．
- ⑦ [OK] をクリックする．
- ⑧ [節点番号] をオフにする．

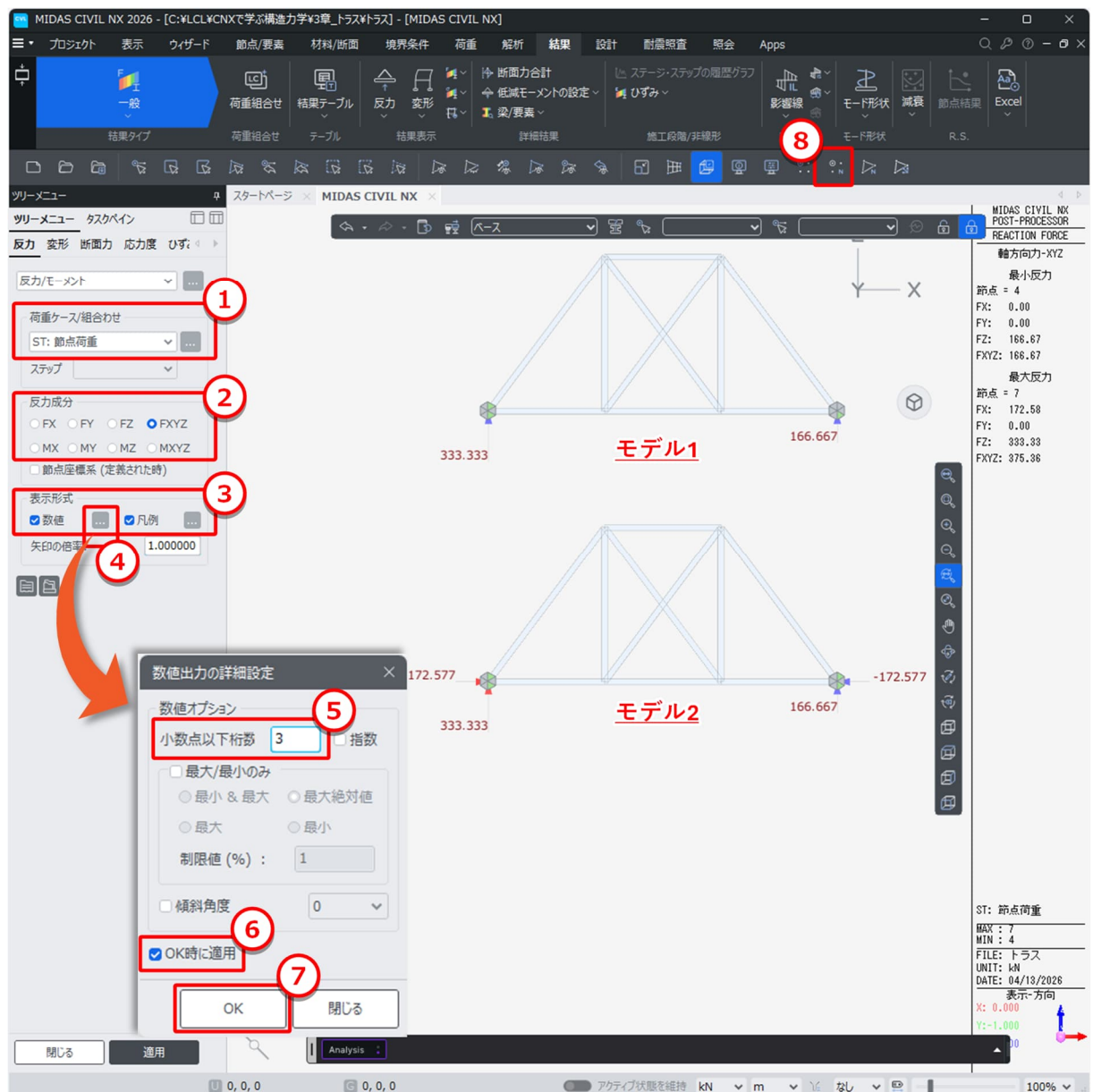


図 3.20 節点荷重による反力

モデル2では水平方向（X 軸）の反力が発生することが確認できる．

外的静定構造であるモデル1では、制作誤差によるプレテンション荷重による反力は発生しない。
一方、外的1次不静定構造であるモデル2では、X軸方向の変位自由度が拘束されているため、水平反力 F_X が発生する。

メインメニュー [結果/一般] > 「結果表示」 > [反力▼] > [反力/モーメント]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 製作誤差」を選択する。
- ② 反力成分で「FXYZ」を選択する。
- ③ 表示形式で「数値」と「凡例」をオンにする。
- ④ [適用] をクリックする。

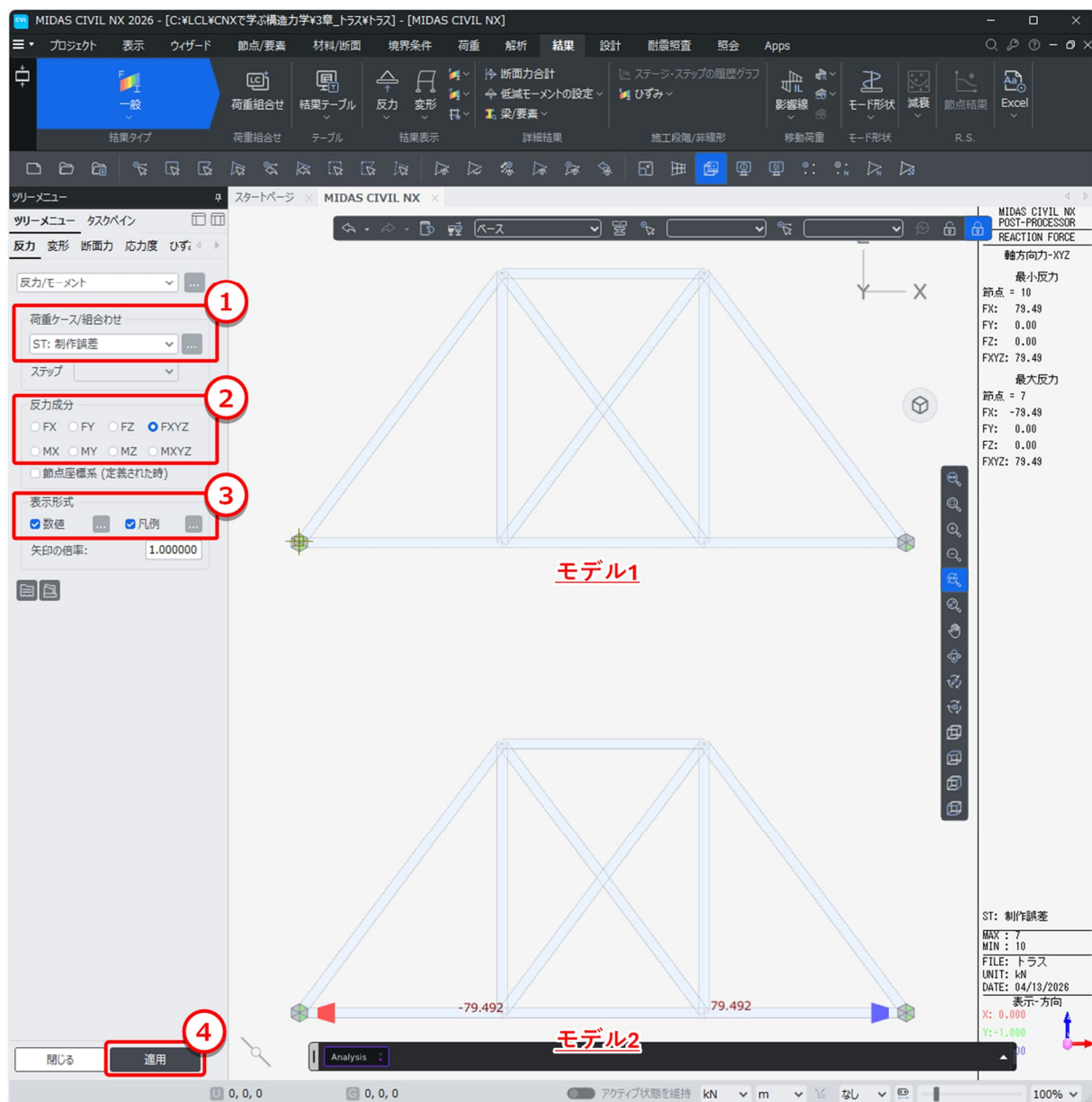


図 3.21 プレテンション荷重による反力

(2) 変位及び変形

節点荷重による変形図を確認する。ここで、 $D_{XZ} = \sqrt{D_X^2 + D_Z^2}$ は X 方向および Z 方向の変位を合成した全変位量を表す。

メインメニュー：[結果/一般] > [結果表示] > [変形▼] > [変形図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 節点荷重」を選択する。
- ② 成分で「DXYZ」を選択する。
- ③ 表示形式で「変形前」，「数値」，「凡例」をオンにする。
- ④ 「数値」の右側にある [...] をクリックする。
- ⑤ 数値オプション>小数点以下桁数に「1」を入力する。
- ⑥ 数値オプション>「指数」をオンにする。
- ⑦ 「OK 時に適用」をオンにする。
- ⑧ [OK] をクリックする。

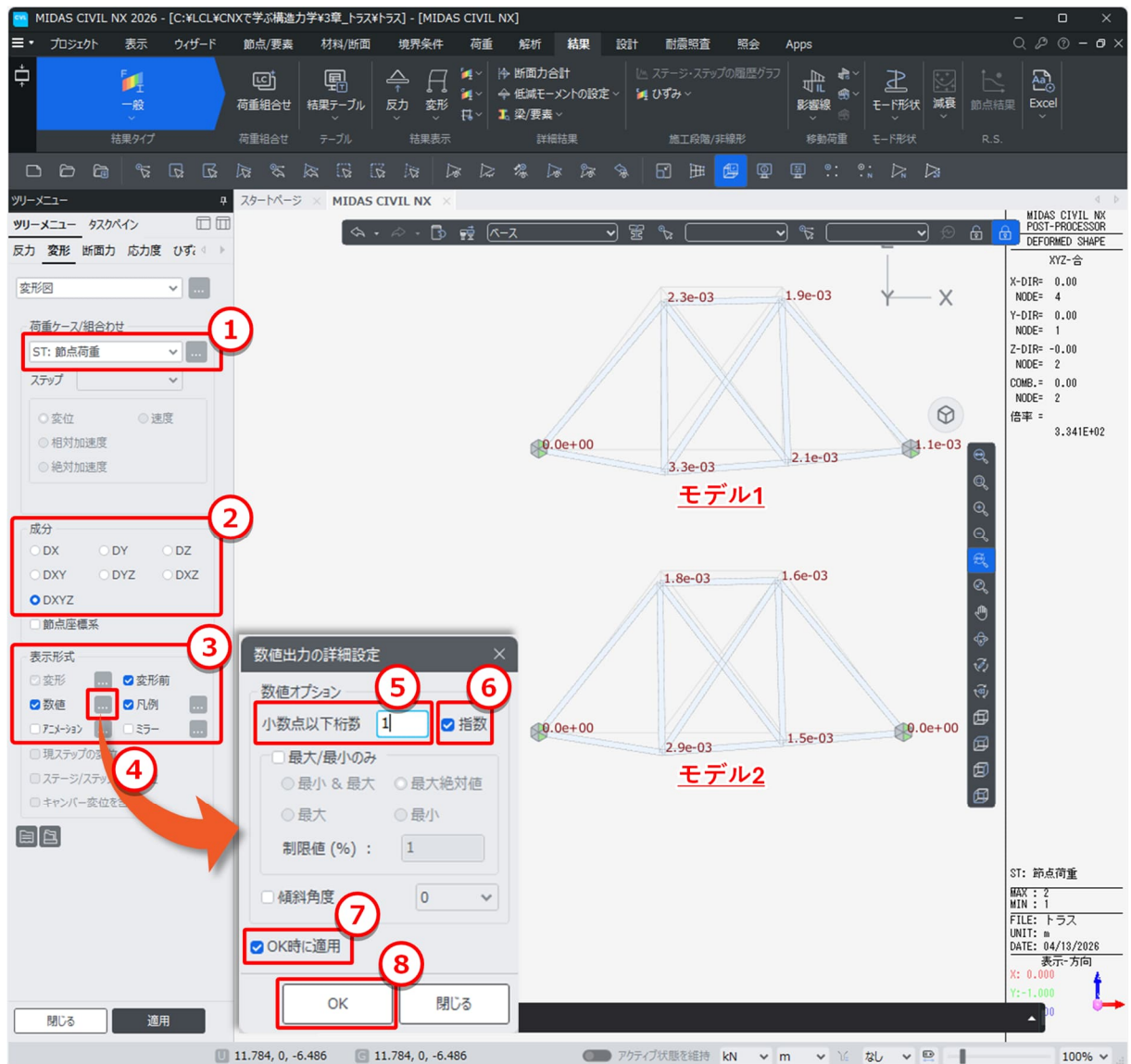


図 3.22 節点荷重による変形

外的不静定構造であるモデル 2 より，外的静定構造であるモデル 1 の方がより大きい変位が発生することを確認する。

(3) 部材力

節点荷重により発生する軸力を確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [断面力▼] > [トラス要素の断面力]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 節点荷重」を選択する。
- ② 断面力フィルターで「全て」を選択する。
- ③ 表示形式で「コンター図」, 「変形」, 「数値」, 「凡例」をオンにする。
- ④ 数値を表示する断面で「最大値」を選択する。
- ⑤ 「数値」の右側にある [...] をクリックする。
- ⑥ 数値オプション>小数点以下桁数に「1」を入力する。
- ⑦ 数値オプション>「指数」をオンにする。
- ⑧ 「OK 時に適用」をオンにする。
- ⑨ [OK] をクリックする。

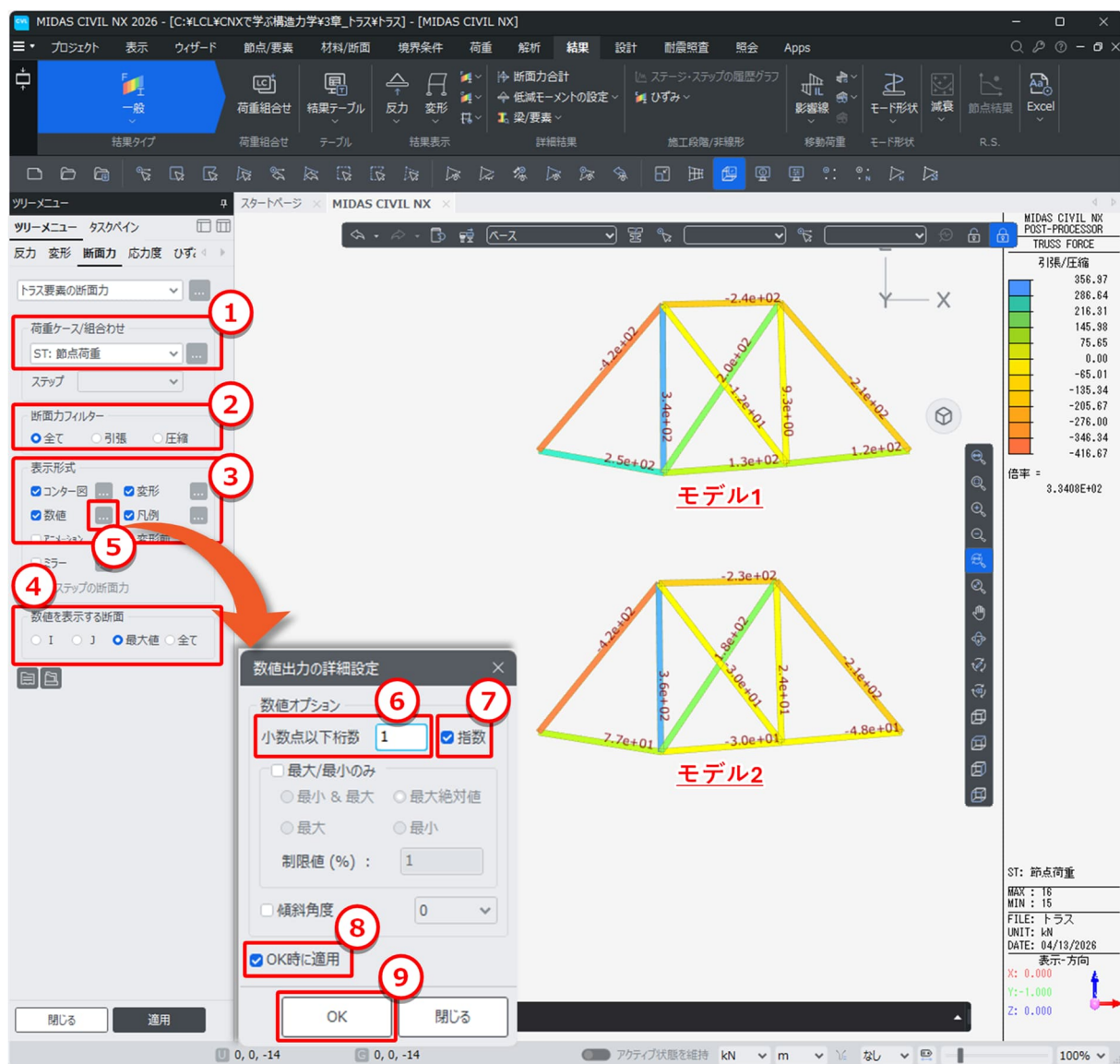


図 3.23 節点荷重による軸力

モデル 1 とモデル 2 で軸力の分布が異なることを確認する。

プレテンション荷重では、外的静定構造物であるモデル1では反力が発生しないため、支点には軸力は伝達されない。

メインメニュー：[結果/一般] > [結果表示] > [断面力▼] > [トラス要素の断面力]

- ① 荷重ケース/組合わせで「ST：製作誤差」を選択する。
- ② 断面力フィルターで「全て」を選択する。
- ③ 表示形式で「コンター図」，「変形」，「数値」，「凡例」をオンにする。
- ④ 数値を表示する断面で「最大値」を選択する。
- ⑤ [適用] をクリックする。

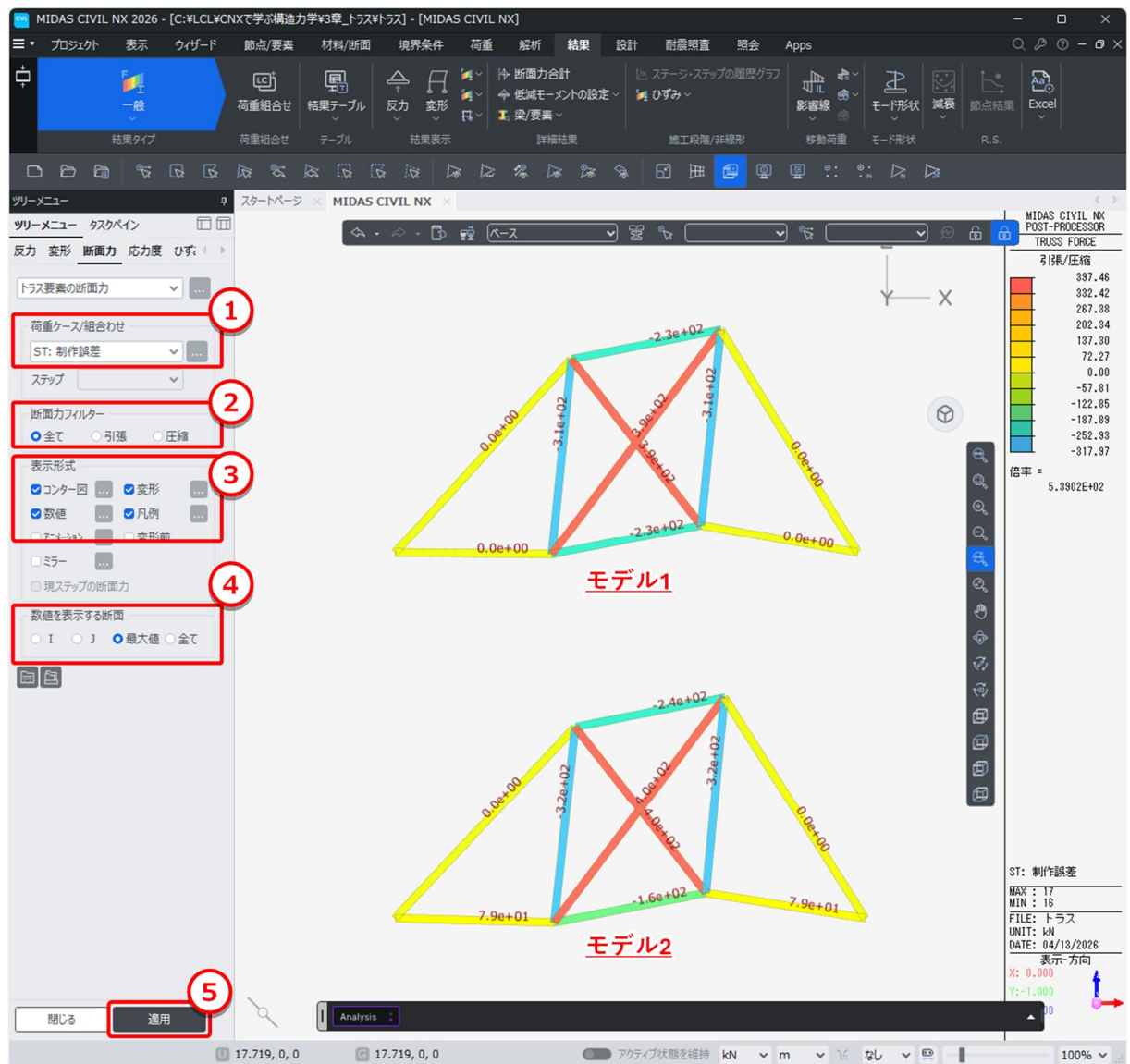


図 3.24 プレテンションによる軸力

3.3 構造計算の解説

3.3.1 力学的概念の理解及び数値計算

(1) モデル 1 の内的 1 次不静定

モデル 1 は次のような理由により外的には静定、内的には 1 次不静定構造である。

外的不静定の次数： $m_e = n - 3 = 3 - 3 = 0$

内的不静定の次数： $m_i = (3 + s + r) - 2k = (3 + 10 + 0) - 2 \times 6 = 1$

モデル 1 は 1 次不静定構造であるため、部材 BF の部材力を未知数にし、変形法を次のように適用できる。

$$\delta_1 + f_{11}X_1 = \Delta_1 \quad (3.6)$$

ここで、 δ_1 は部材 BF がいない状態（静定構造物）での荷重による BF 間の距離の変化を意味し、 $f_{11}X_1$ は部材 BF の部材力 X_1 による BF 間の距離の変化を意味する。したがって、製作誤差がなければ Δ_1 はゼロとなるが、製作誤差が 5 mm 発生しているため、 Δ_1 は 5 mm となる。

図 3.25 は部材 BF を切断し、その位置に単位荷重を加えた場合のトラスの部材力と部材 BF がいない状態での荷重によるトラスの部材力を表したものである。部材 BF がいない状態であるため、どちらも静定トラス構造となる。

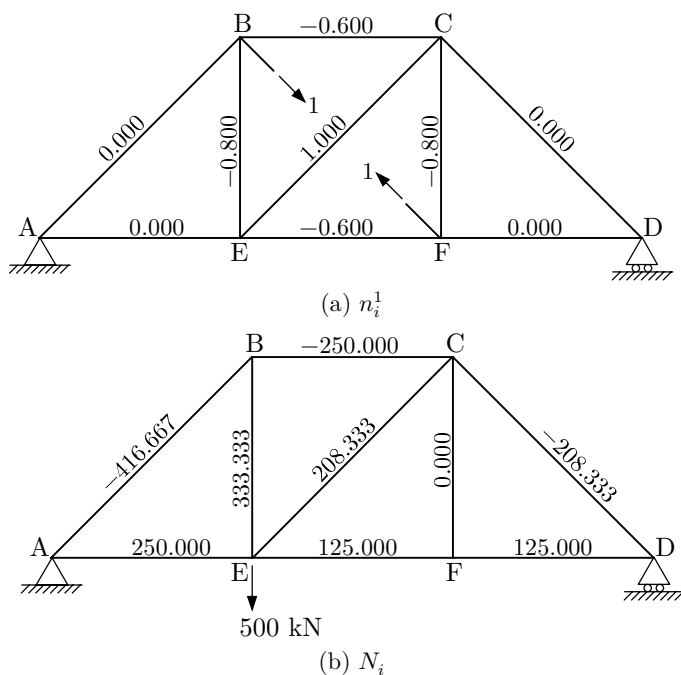


図 3.25

単位荷重法により f_{11} と δ_1 を求めると次のようになる.

$$\begin{aligned}
 f_{11} &= \frac{1}{EA} \sum n_i^1 n_i^1 l_i \\
 &= \frac{1}{EA} \{(-0.6)^2 \times (6,000) + (-0.8)^2 \times (8,000) + (1.0)^2 \times (10,000) \times 2 \\
 &\quad + (-0.8)^2 \times (8,000) + (-0.6)^2 \times (6,000)\} \\
 &= \frac{34,560}{EA} \\
 \delta_1 &= \frac{1}{EA} \sum n_i^1 N_i l_i \\
 &= \frac{1}{EA} \{(-0.6) \times (-250) \times (6,000) + (-0.8) \times (333.333) \times (8,000) \\
 &\quad + (1.0) \times (208.333) \times (10,000) + (-0.6) \times (125) \times (6,000)\} \\
 &= \frac{399,998.8}{EA} \\
 \Delta_1 &= 5 \text{ mm} \\
 \frac{1}{EA} (34,560 X_1 + 399,998.8) &= 5 \text{ mm} \\
 X_1 &= 377.604 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

ここで, X_1 は荷重と製作誤差による部材 BF の部材力である.

(2) モデル 2 の外的・内的 1 次不静定

モデル 2 は次のような理由により、外的・内的 1 次不静定であるため、全体的には 2 次不静定構造である。

$$\text{外的不静定の次数: } m_e = n - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$\text{内的不静定の次数: } m_i = (3 + s + r) - 2k = (3 + 10 + 0) - 2 \times 6 = 1$$

モデル 2 は 2 次不静定構造であるため、部材 BF の部材力と D 点の水平反力をそれぞれ X_1 と X_2 にした方程式で表せる。

モデル 1 と比べ、D 点の水平反力が未知数に加わったため、D 点の水平反力を除去し、その位置に単位荷重を加えた場合の部材力は図 3.26 のようになる。

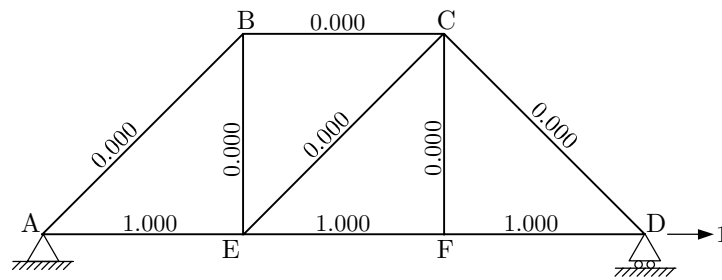


図 3.26 n_i^2

モデル 1 で求めた結果と $\{n^2\}$ を用いて単位荷重法を適用すると、次のような結果が得られる。

$$f_{11} = \frac{34,560}{EA}$$

$$f_{12} = \frac{1}{EA} \sum n_i^1 n_i^2 l_i = \frac{1}{EA} (-0.6) \times (1) \times (6,000) = -\frac{3,600}{EA}$$

$$f_{22} = \frac{1}{EA} \sum n_i^1 n_i^2 l_i = \frac{1}{EA} (1) \times (1) \times (6,000) \times 3 = \frac{18,000}{EA}$$

$$\delta_1 = \frac{399,998.8}{EA}$$

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \frac{1}{EA} \sum n_i^2 N_i l_i \\ &= \frac{1}{EA} \{ (1.0) \times (250) \times (6,000) + (1.0) \times (125) \times (6,000) \times 2 \} \\ &= \frac{3,000,000}{EA} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{EA} \begin{bmatrix} 34,560 & -3,600 \\ -3,600 & 18,000 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EA} \begin{Bmatrix} 399,998.8 \\ 3,000,000 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 367.908 \text{ kN} \\ -93.085 \text{ kN} \end{Bmatrix}$$

ここで、 X_1 は部材 BF の部材力で、 X_2 は D 点の水平反力である。

3.4 練習問題

(1) 問題

問1

次のトラス構造物について、各部材に引張力と圧縮力のいずれが発生するか求めよ。

ただし、鋼材のヤング係数は $E_s = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ ，断面形状はボックス断面（ $300 \times 300 \times 12 \text{ mm}$ ），図中の荷重 $P_1 = 100 \text{ kN}$ とする。

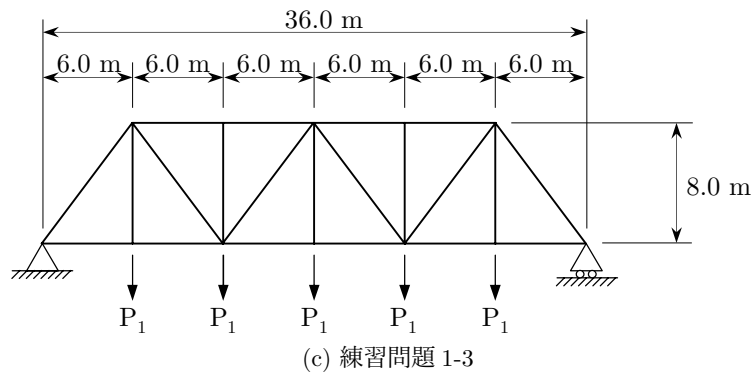
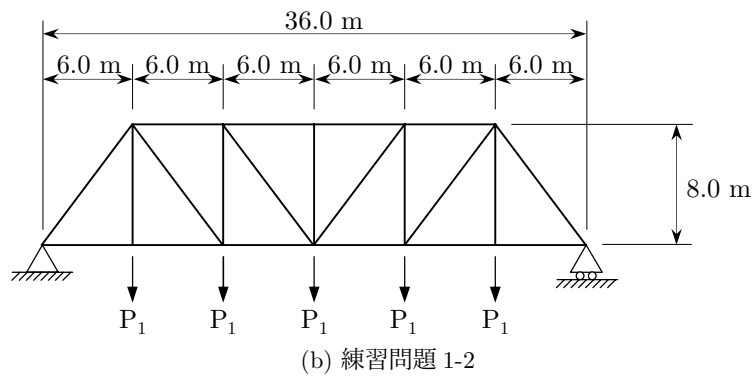
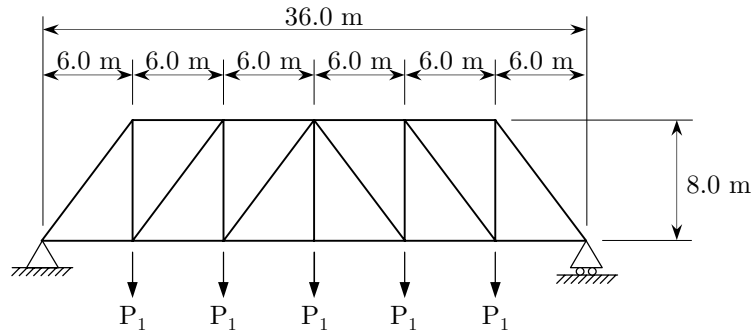


図 3.27 練習問題 1

問 2

次の不静定トラス構造物について、節点荷重が作用し、製作誤差がある場合の各部材の軸力を求めよ。

ただし、鋼材のヤング係数は $E_s = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ ，断面形状はボックス断面（ $300 \times 300 \times 12 \text{ mm}$ ），図中の荷重 $P_2 = 180 \text{ kN}$ ，製作誤差は 5 mm とする。

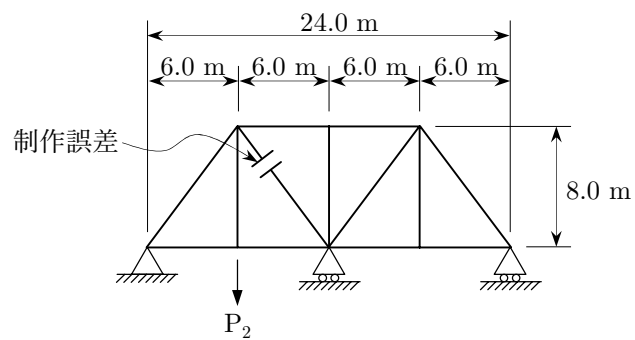


図 3.28 練習問題 2

(2) 解答

問1の解答を以下に示す。

表 3.1 練習問題1の回答（トラス部材の軸力一覧）

(a) 図 3.27(a) モデル 1			(a) 図 3.27(b) モデル 2			(c) 図 3.27(c) モデル 3		
部材	軸力	判定	部材	軸力	判定	部材	軸力	判定
下弦材 1	+187.5	引張	下弦材 1	+187.5	引張	下弦材 1	+187.5	引張
下弦材 2	+300.0	引張	下弦材 2	+187.5	引張	下弦材 2	+187.5	引張
下弦材 3	+337.5	引張	下弦材 3	+300.0	引張	下弦材 3	+337.5	引張
下弦材 4	+337.5	引張	下弦材 4	+300.0	引張	下弦材 4	+337.5	引張
下弦材 5	+300.0	引張	下弦材 5	+187.5	引張	下弦材 5	+187.5	引張
下弦材 6	+187.5	引張	下弦材 6	+187.5	引張	下弦材 6	+187.5	引張
上弦材 1	-187.5	圧縮	上弦材 1	-300.0	圧縮	上弦材 1	-300.0	圧縮
上弦材 2	-300.0	圧縮	上弦材 2	-337.5	圧縮	上弦材 2	-300.0	圧縮
上弦材 3	-300.0	圧縮	上弦材 3	-337.5	圧縮	上弦材 3	-300.0	圧縮
上弦材 4	-187.5	圧縮	上弦材 4	-300.0	圧縮	上弦材 4	-300.0	圧縮
鉛直材 1	+250.0	引張	鉛直材 1	+100.0	引張	鉛直材 1	+100.0	引張
鉛直材 2	+150.0	引張	鉛直材 2	-50.0	圧縮	鉛直材 2	0.0	ゼロ
鉛直材 3	+100.0	引張	鉛直材 3	0.0	ゼロ	鉛直材 3	+100.0	引張
鉛直材 4	+150.0	引張	鉛直材 4	-50.0	圧縮	鉛直材 4	0.0	ゼロ
鉛直材 5	+250.0	引張	鉛直材 5	+100.0	引張	鉛直材 5	+100.0	引張
斜材 1	-312.5	圧縮	斜材 1	-312.5	圧縮	斜材 1	-312.5	圧縮
斜材 2	-187.5	圧縮	斜材 2	+187.5	引張	斜材 2	+187.5	引張
斜材 3	-62.5	圧縮	斜材 3	+62.5	引張	斜材 3	-62.5	圧縮
斜材 4	-62.5	圧縮	斜材 4	+62.5	引張	斜材 4	-62.5	圧縮
斜材 5	-187.5	圧縮	斜材 5	+187.5	引張	斜材 5	+187.5	引張
斜材 6	-312.5	圧縮	斜材 6	-312.5	圧縮	斜材 6	-312.5	圧縮

問 2 の解答を以下に示す.

表 3.2 練習問題 2 の回答
(トラス部材の軸力一覧)

部材	軸力	判定
AB	+185.5	引張
BC	+185.5	引張
CD	+118.0	引張
DE	+118.0	引張
AF	-309.2	圧縮
BF	+180.0	引張
FG	-236.0	圧縮
FC	+84.2	引張
CG	0.0	ゼロ部材
GH	-236.0	圧縮
CH	+196.7	引張
DH	0.0	ゼロ部材
HE	-196.7	圧縮

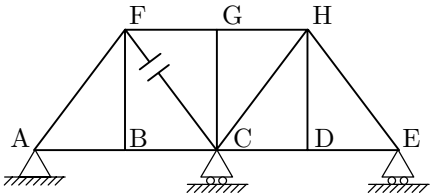


図 3.29 練習問題 2