

第5章 連続梁の解析

目 次

5.1	概念の理解	5-1
5.1.1	連続梁の概念	5-1
5.2	チュートリアル	5-4
5.2.1	モデルの概要	5-4
5.2.2	作業環境の設定	5-5
5.2.3	材料及び断面の定義	5-7
5.2.4	節点及び要素の生成	5-8
5.2.5	境界条件の入力	5-10
5.2.6	荷重の入力	5-11
5.2.7	構造解析の実行	5-16
5.2.8	解析結果の確認	5-17
5.3	構造計算の解説	5-23
5.3.1	力学的概念の理解及び数値計算	5-23
5.4	練習問題	5-29

5.1 概念の理解

5.1.1 連続梁の概念

(1) 一般事項

単純梁が連続的につながっている構造物が連続梁である。



(a) 単純梁



(b) 連続梁

写真 5.1 単純梁及び連続桁

(2) 解析の概念

連続梁は、支点反力すなわち未知数の数が、力の釣り合い条件式の数よりも多いため、不静定構造となる。

静定梁の場合、支点反力は力の釣り合い条件式のみから求めることができる。一方、不静定構造である連続梁では、力の釣り合い条件だけでは反力を求めることができないため、変形の適合条件などの追加条件を用いる必要がある。

連続梁の構造的挙動は、隣接する部材の曲げ剛性の影響を受ける。図 5.1 に示す 3 スパン連続梁を例に考えると、部材 BC における曲げモーメントの分布は、隣接する部材 AB および部材 CD の曲げ剛性の特性によって変化する。

仮に部材 BC が単純梁であれば、両端（B 端および C 端）における曲げモーメントはゼロとなる。しかし、実際の連続梁では、隣接部材の拘束効果により、B 端および C 端に端部モーメント（ M_B 、 M_C ）が発生する。

これらの端部モーメントの大きさは、部材 AB および部材 CD の曲げ剛性に依存する。A 端の回転が拘束されている部材 AB の曲げ剛性は、D 端の回転が拘束されていない部材 CD の曲げ剛性よりも大きいため、B 端に生じる端部モーメント M_B は、C 端に生じる端部モーメント M_C より大きくなる。

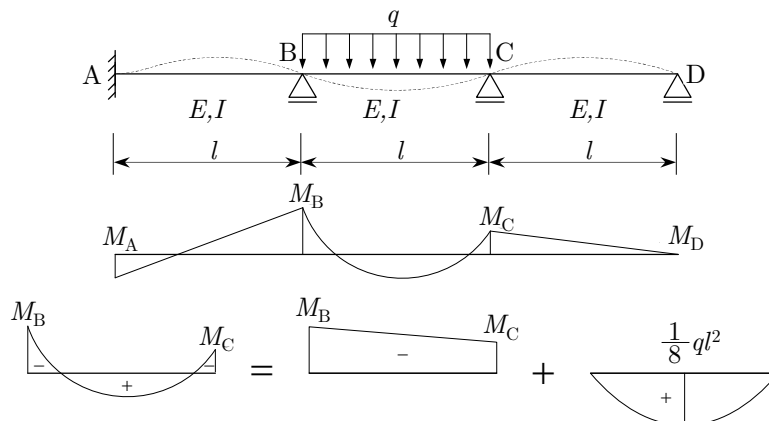


図 5.1 3 スパン連続梁

境界条件による剛性の変化は図 5.2 から理解できる.

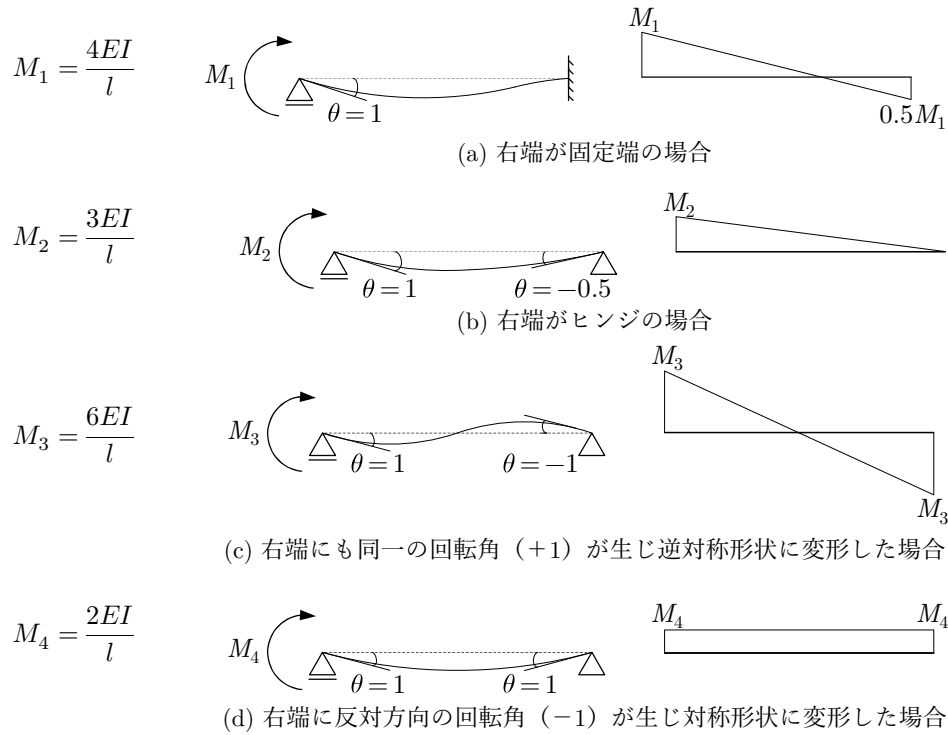


図 5.2

左端に単位回転角を生じさせるために必要なモーメント M_1 , M_2 , M_3 , M_4 は, 右端の条件によって異なる. 具体的には, 図 5.2(a)は右端が固定端の場合, 図 5.2(b)は右端がヒンジの場合, 図 5.2(c)は右端にも同一の回転角 (+1) が生じ逆対称形状に変形した場合, 図 5.2(d)は右端に反対方向の回転角 (-1) が生じ対称形状に変形した場合を示している.

これらの結果から, 剛性の大きさは

“図 5.2(c)”>“図 5.2(a)”>“図 5.2(b)”>“図 5.2(d)”

の順になる. また, 図 5.2(a)は図 5.1 の部材 AB に対応し, 図 5.2(b)は部材 CD に対応する.

ここで注意すべきは, モーメント M は単位回転角を生じさせるために必要なモーメントであり, モーメント分配法で用いる部材剛性 K と本質的に同じ概念であるという点である. すなわち, 回転角 θ と端部モーメントの関係は

$$K = \frac{M}{\theta} \quad (5.1)$$

で表され, 単位回転角 ($\theta = 1 \text{ rad}$) を仮定した場合には

$$K = M \quad (5.2)$$

となり, 単位回転角に対する抵抗力としての「剛性」を表す.

代表例として、図 5.2(b)に示す右端がヒンジの場合を考える。左端に単位回転角 $\theta_L = 1$ を与え、右端の端部モーメントがゼロ ($M_R = 0$) となる条件を課すと、梁の端部モーメント関係式

$$M_L = \frac{4EI}{L}\theta_L + \frac{2EI}{L}\theta_R \quad (5.3a)$$

$$M_R = \frac{2EI}{L}\theta_L + \frac{4EI}{L}\theta_R \quad (5.3b)$$

より、

$$\frac{2EI}{L} + \frac{4EI}{L}\theta_R = 0 \Rightarrow \theta_R = -\frac{1}{2} \quad (5.4)$$

が得られる。これを左端モーメントの式に代入すると、

$$M_L = \frac{4EI}{L} - \frac{EI}{L} = \frac{3EI}{L} \quad (5.5)$$

となる。この値は左端に単位回転角を生じさせるために必要なモーメントであり、この場合の部材剛性は

$$K = \frac{3EI}{L} \quad (5.6)$$

と評価される。

以上のように、本研究では図 5.2 に示す境界条件に基づいて算定される端部モーメント M を、モーメント分配法における部材剛性 K として用い、構造計算を行っている。

不静定構造の解法には剛性法 (stiffness method)、たわみ性法 (flexibility method)、モーメント分配法 (moment distribution method)、有限要素法 (finite element method) など様々な方法があるが、いずれも図 5.2 と同じ原理に基づいている。それぞれの方法には特性の違いがあるため、与えられた問題の条件に応じて適切な方法を選択することが望ましい。

ここではモーメント分配法とたわみ性法を使用し構造解析を行った例を挙げている。

特にモーメント分配法は簡単な構造物に対し簡単に直観的に適用できる方法であるため、構造物の挙動や特性を理解するのに有効な方法である。

5.2 チュートリアル

5.2.1 モデルの概要

連続梁とゲルバー梁で等分布荷重と温度荷重（上下面の温度差）に対する反力，変位及び部材力を比較する．

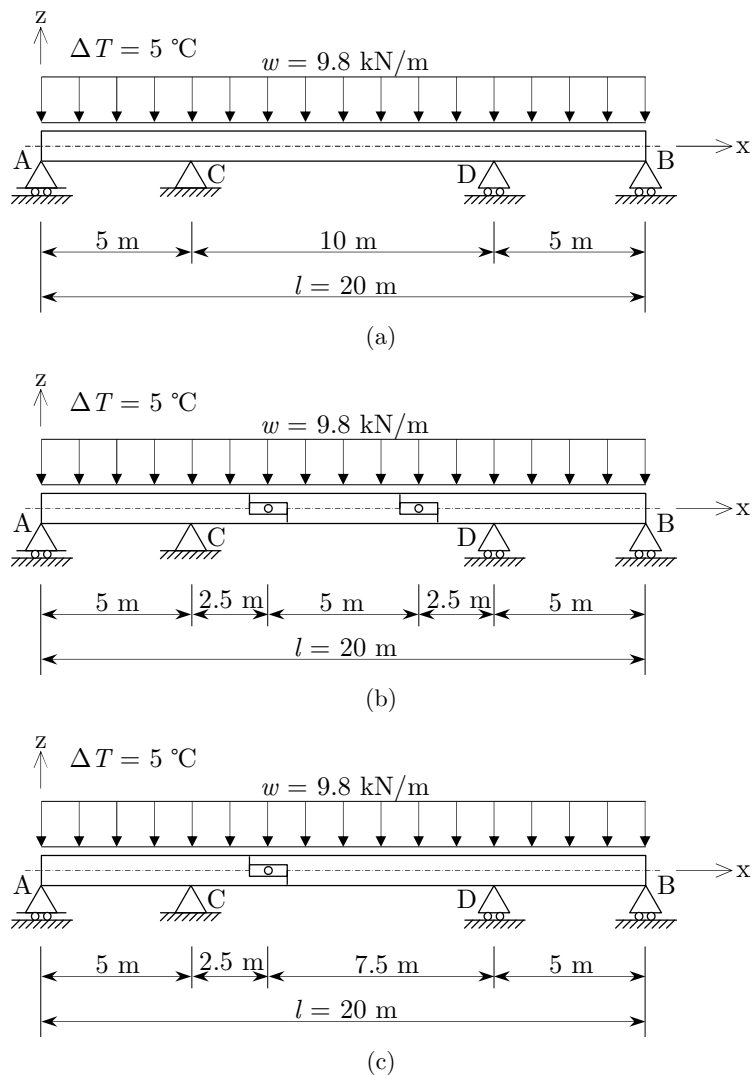


図 5.3 解析モデル

➤ 材料

鋼材：SM490（溶接構造用圧延鋼材）

- ・ヤング係数..... $E = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$
- ・最低引張強度..... $F_t = 490 \text{ N/mm}^2$

➤ 断面

- ・ボックス型 : $\square 400 \times 200 \times 12 \text{ [mm]}$

➤ 荷重

- ・等分布荷重 : $w = 9.8 \text{ kN/m}$
- ・温度荷重 : $\Delta T = 5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ （上下面の温度差）

5.2.2 作業環境の設定

(1) 単位系の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを作成しファイルを保存する。

メインメニュー：[ ファイル] > [ 新規プロジェクト]

メインメニュー：[ ファイル] > [ 保存]。

① ファイル名に「連続梁」と入力し，[保存] をクリックする。

使用する単位系を設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [単位系]

② 長さで「m」，力(質量)で「kN(ton)」を選択する。

③ [OK] をクリックする。



図 5.4 ファイルの保存と単位系の設定

(2) 作業平面の設定

本チュートリアル解析モデルは平面（X-Z 平面）構造であるため、構造形式を X-Z 平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [基本設定]

- ① 構造形式で「X-Z 平面」を選択する。
- ② [OK] をクリックする。



図 5.5 作業平面の設定

5.2.3 材料及び断面の定義

SM490 の材料を定義する。

メインメニュー：「材料/断面」＞「材料特性」＞「材料特性」

「追加...」をクリックする。

① 弾性データ>タイプで「鉄骨」を選択する。

② 弾性データ>鉄骨>規格で「JIS-Civil(S)」，
>種別で「SM490」を選択する。

③ 「OK」をクリックする。

「断面タブ」をクリックして，「追加...」をクリックする。

④ 断面形状リストから「ボックス断面」を選択し，断面定義の方法として「規格」を選択し，
規格セットから「JIS」を選択する。

⑤ 鋼材リストで「B 400×200×12」を選択する。

⑥ 「OK」をクリックする。

「閉じる」をクリックする。

(a) 材料の定義

(b) 断面の定義

図 5.6 材料の定義と断面の定義

Tip 理論解は梁の曲げ理論を使って算出した式で，プログラムではさらにせん断変形まで考慮できるので，断面定義時にせん断変形をチェックすれば，より正確な結果を得ることができます。

5.2.4 節点及び要素の生成

(1) 節点の生成

連続梁の節点を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成] > [節点生成]

- ① 座標(x, y, z) に「0, 0, 0」を入力する。
- ② [適用] をクリックする。
- ③ [自動フィット] をオンにし，[正面] をクリックする。

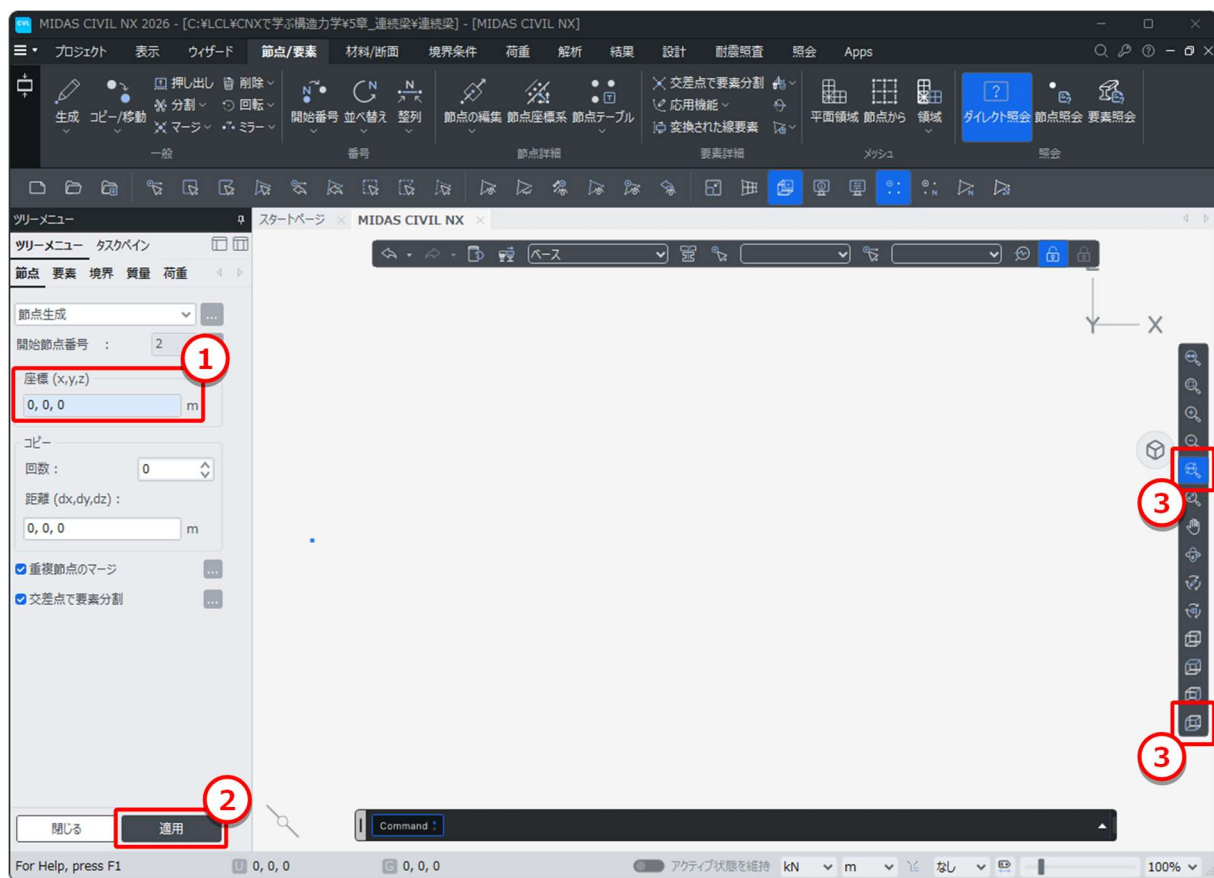


図 5.7 節点の生成

(2) 押し出しによる要素生成

節点を線要素の拡張する押し出し機能で連続梁を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [押し出し]

- ① 押出形式で「節点 -> 線要素」を選択する。
- ② 要素属性>要素タイプで「梁要素」，
>材料>名称で「1: SM490」，
>断面>名称で「2: B400×200×12」を選択する。
>β-角度に「0」を入力する。
- ③ 生成形式で「コピー/移動」を選択する。
- ④ コピー/移動で「任意間隔」を選択する。
- ⑤ コピー/移動>軸で「x」を選択し，距離に「3@5/3, 8@10/8, 3@5/3」を入力する。
- ⑥ [ 全て選択] をクリックする。
- ⑦ [適用] をクリックする。

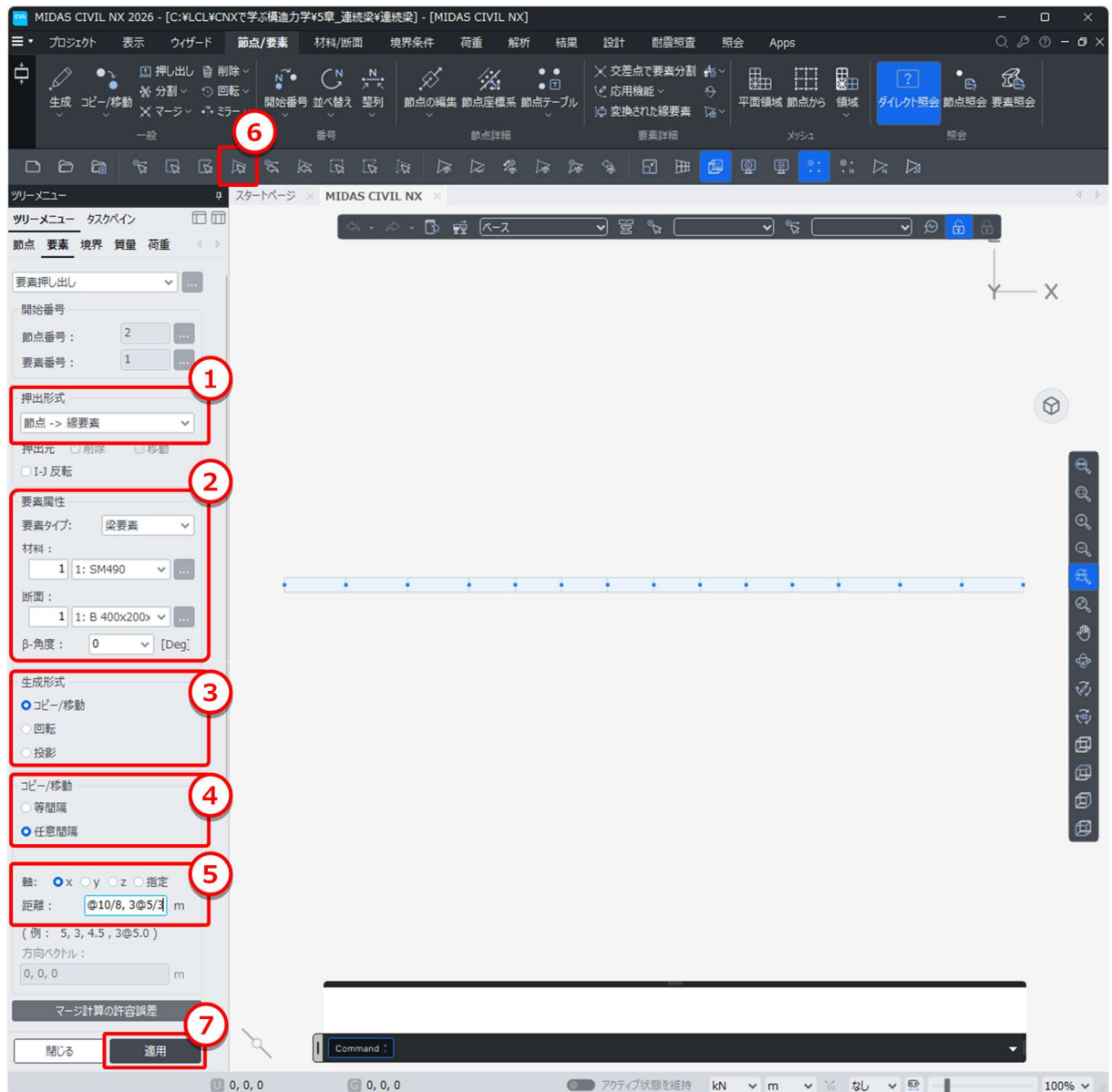


図 5.8 要素の生成

5.2.5 境界条件の入力

ピン支持の条件は D_x および D_z の自由度を拘束し、ローラー支持の条件は D_z の自由度のみ拘束する。

メインメニュー：[境界条件] > [支持] > [支持条件]

- ① [節点番号] をオンにする。
- ② 支持形式 > 「 D_x 」と「 D_z 」をオンにする。
- ③ [ 単一選択] をオンにして、節点 4 を選択する。
- ④ [適用] をクリックする。
- ⑤ 支持形式 > 「 D_x 」をオフにする。
- ⑥ [ 単一選択] をオンにして、節点 1, 節点 12, 節点 15 を選択する。
- ⑦ [適用] をクリックする。

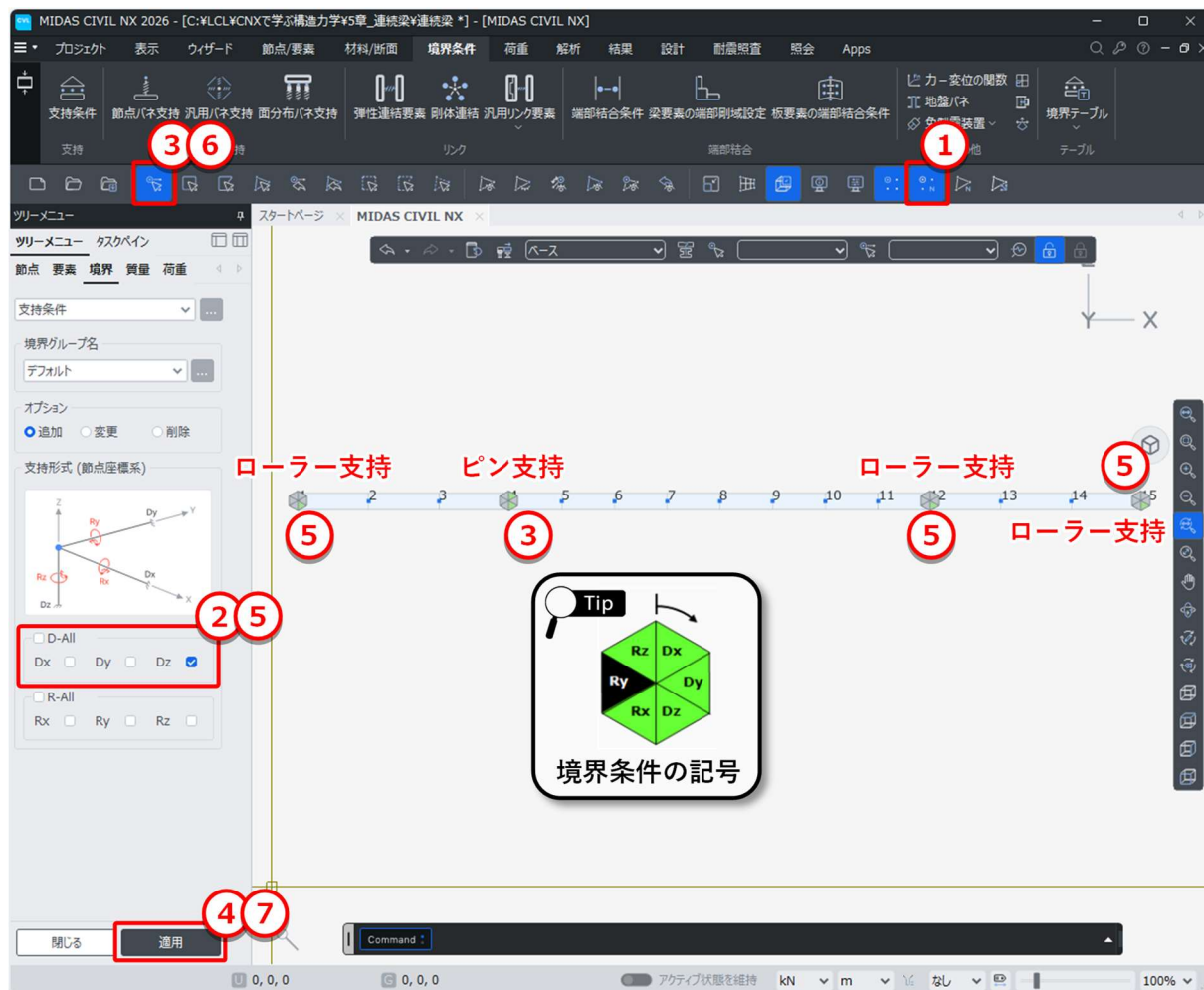


図 5.9 支持条件の入力

5.2.6 荷重の入力

(1) 荷重条件の定義

等分布荷重と温度荷重を入力するため、荷重条件を定義する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「荷重ケース生成」 > [静的荷重ケース]

- ① 名称に「等分布荷重」と入力する。
- ② タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ③ [追加] をクリックする。
- ④ 名称に「温度荷重」と入力する。
- ⑤ [追加] をクリックする。
- ⑥ [閉じる] をクリックする。

静的荷重ケース

名称 : 温度荷重 (1) (4)

ケース : 全ての荷重ケース (2)

タイプ : ユーザー定義荷重 (USER) (2)

追加 (A) (3) (5)

修正 (M)

削除 (D)

解説

No	名称	タイプ	解説
1	等分布荷重	ユーザー定義荷重 (USER)	
2	温度荷重	ユーザー定義荷重 (USER)	

閉じる (C) (6)

図 5.10 荷重条件の定義

(2) 等分布荷重の入力

連続梁に等分布荷重 9.8 kN/m を入力する。

メインメニュー：[表示] > 「ディスプレイ」 > [ディスプレイ▼] > [ディスプレイ]

① [荷重] タブで、「荷重値」のチェックをオンにして、[OK] をクリックする。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「静的荷重」 > [梁要素荷重▼] > [要素]

② [隠線除去表示] と [節点番号] をオフにする。

③ 荷重ケース名で「等分布荷重」を選択する。

④ 荷重タイプで「等分布荷重」を選択する。

⑤ 方向で「グローバル Z」を選択する。

⑥ 値入力 > x1 に「0」, w に「-9.8」, x2 に「1」を入力する。

⑦ [ 全て選択] をクリックする。

⑧ [適用] をクリックする。

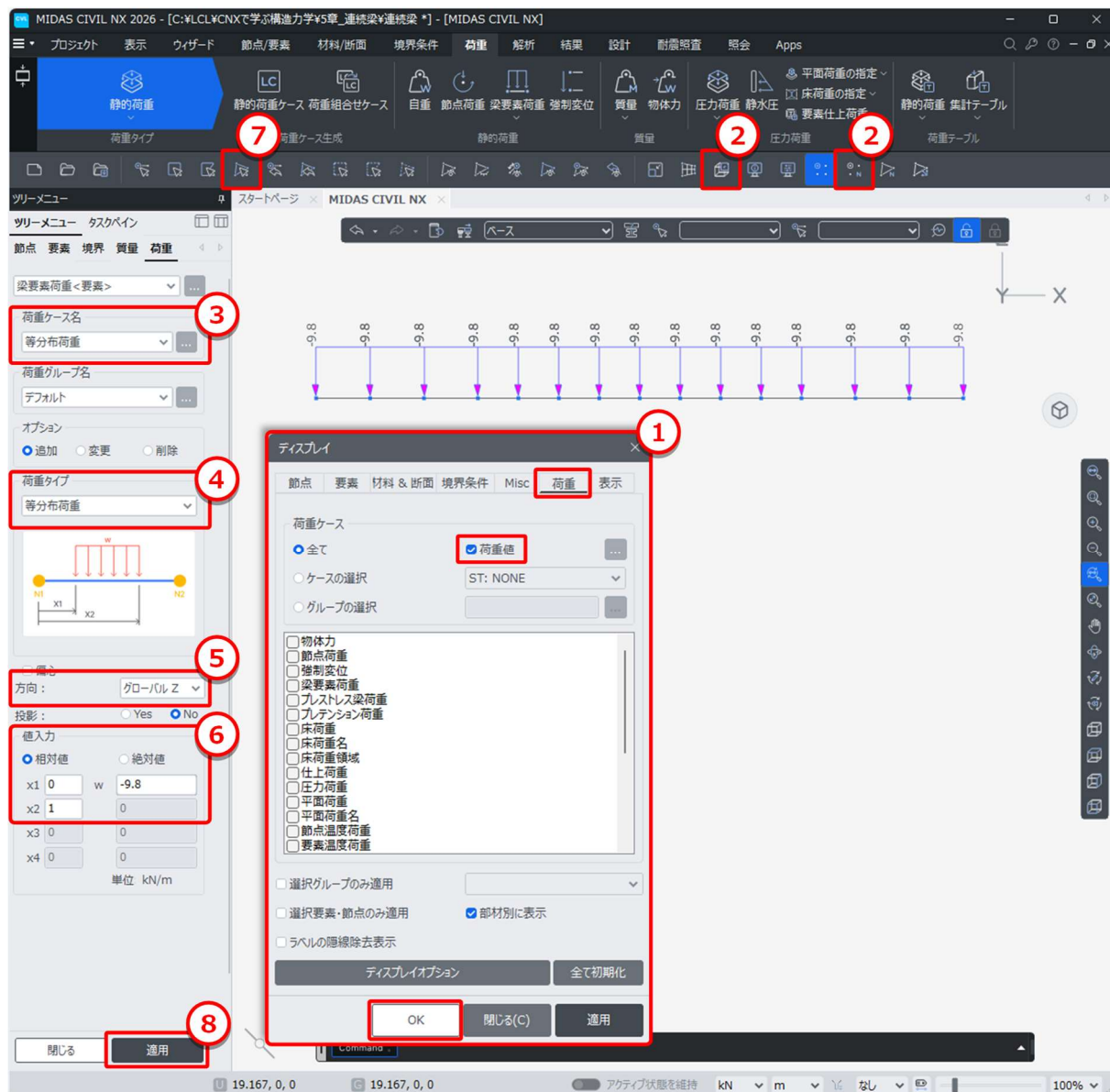


図 5.11 等分布荷重の入力

(3) 温度荷重の入力

連続梁の上下面の温度差 ($\Delta T = 5^\circ\text{C}$) を入力する。温度差が入力されると、要素の材料情報に定義されている線膨張係数を参照し温度差により梁断面に発生する応力が荷重として考慮される。

メインメニュー：[荷重/温度荷重] > 「温度荷重」 > [温度勾配荷重]

- ① 荷重ケース名で「温度荷重」を選択する。
- ② タイプで「梁要素」を選択する。
- ③ 勾配>T2z-T1z に「5」を入力する。
- ④ [ 全て選択] をクリックする。
- ⑤ [適用] をクリックする。

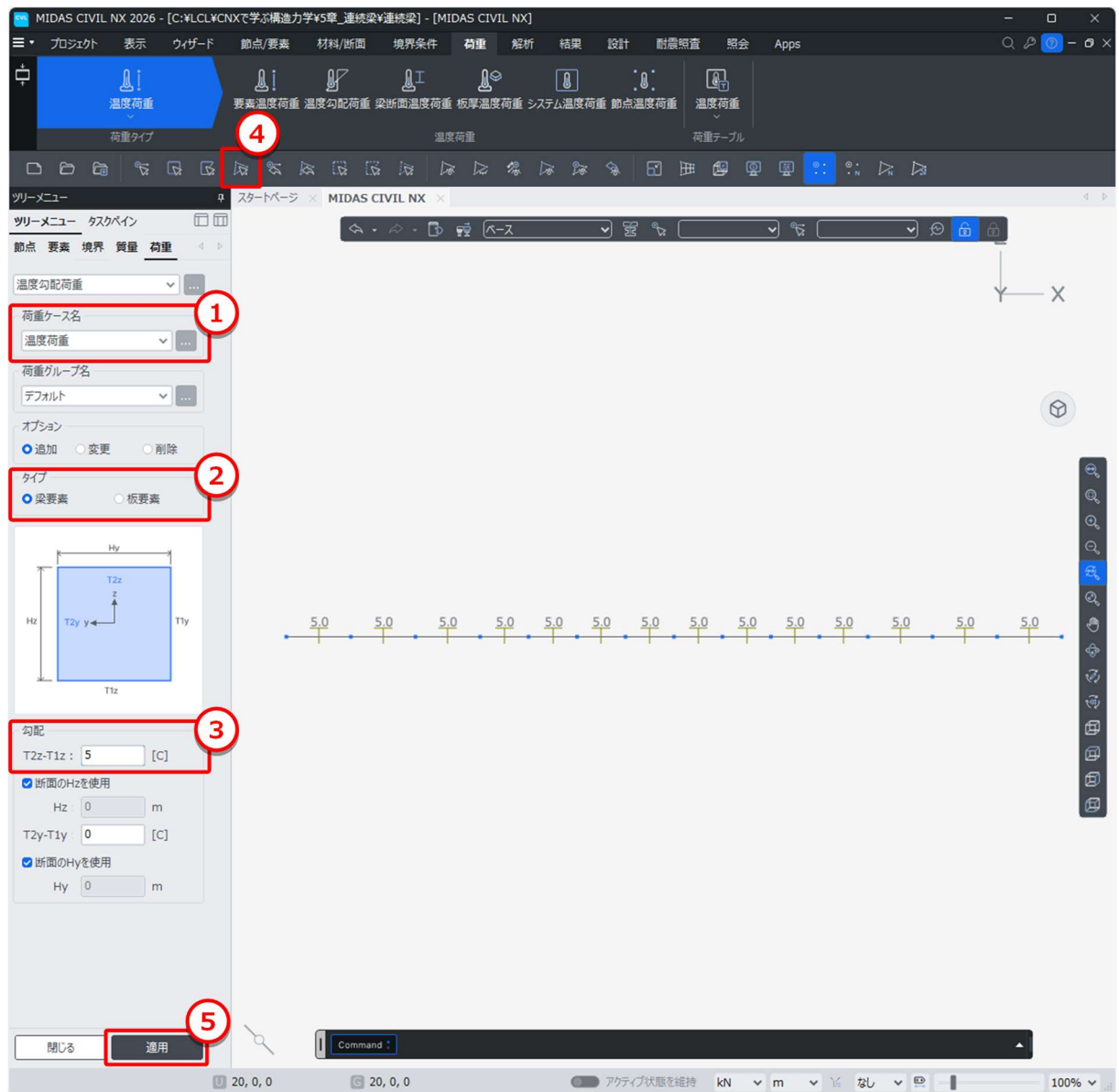


図 5.12 温度荷重の入力

(4) 要素の複製

連続梁（モデル 1）を複製し、ゲルバー梁（モデル 2、モデル 3）を生成する。

このとき、連続梁（モデル 1）に入力されている荷重及び境界条件を同時に複製するため、節点属性のコピー及び要素属性のコピー機能を適用する。

メインメニュー：[表示] > 「ディスプレイ」 > [ディスプレイ▼] > [ディスプレイ]

① [境界条件] タブで、「支持条件」のチェックをオンにして、[OK] をクリックする。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [コピー/移動▼] > [要素コピー/移動]

② モードで「コピー」を選択する。

③ コピー/移動で「等間隔」選択し、dx,dy,dz に「0,0,-5」，回数に「2」を入力する。

④ コピー/移動で「節点属性のコピー」と「要素属性のコピー」をオンにする。

⑤ [全て選択] をクリックする。

⑥ [適用] をクリックする。

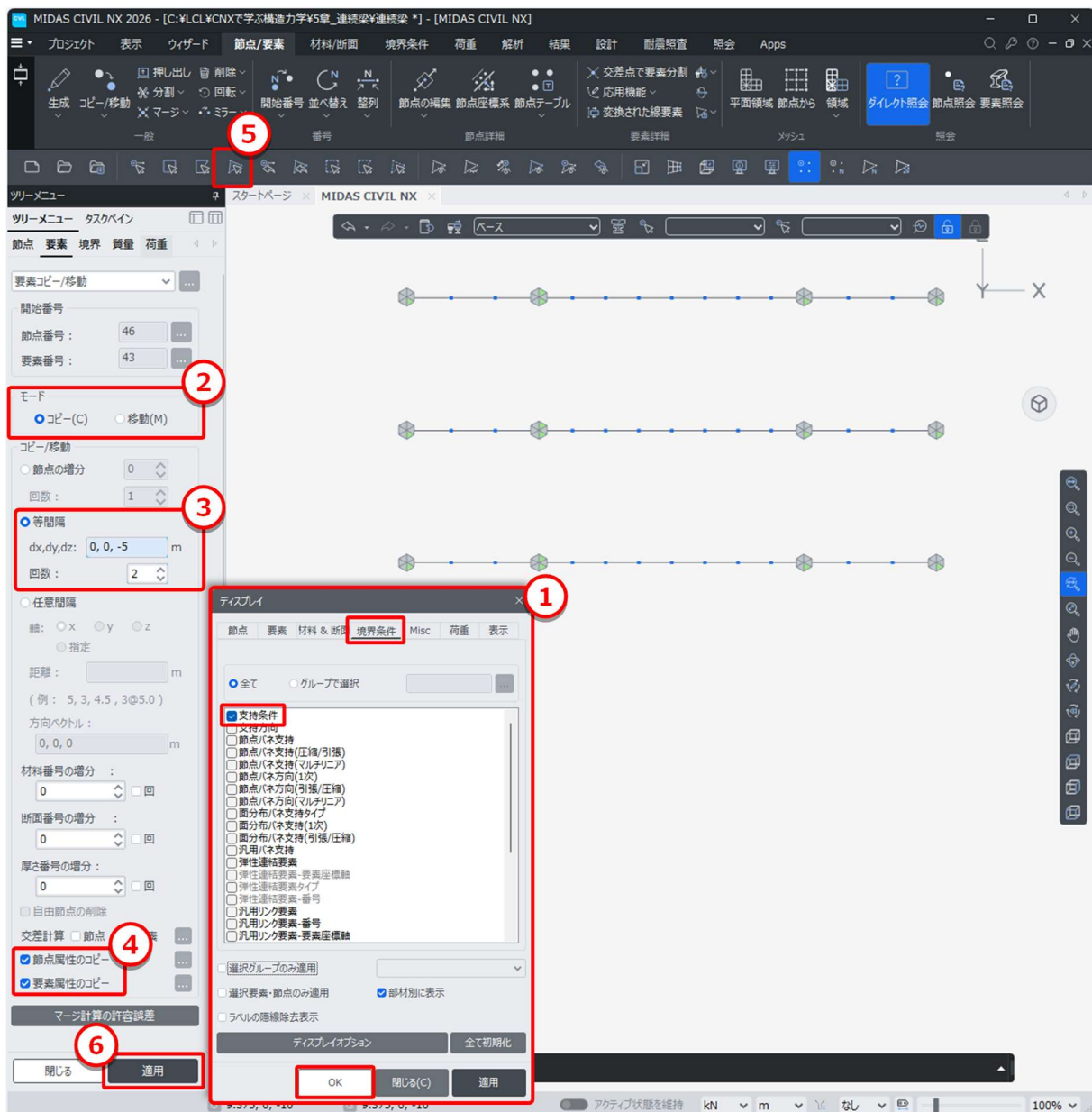


図 5.13 要素の複製

(5) ゲルバー梁の支点条件の入力

ゲルバー梁を生成するため、複製された連続梁に内部ヒンジ条件を追加する。
ヒンジ条件は梁要素の端部結合条件をピンにすることで適用できる。

メインメニュー：[境界条件] > [端部結合] > [端部結合条件]

- ① [要素番号] をオンにする。
- ② [固定-ピン] をクリックする。
- ③ [ 単一選択] をオンにして、要素 19, 要素 23, 要素 33 を選択する。
- ④ [適用] をクリックする。

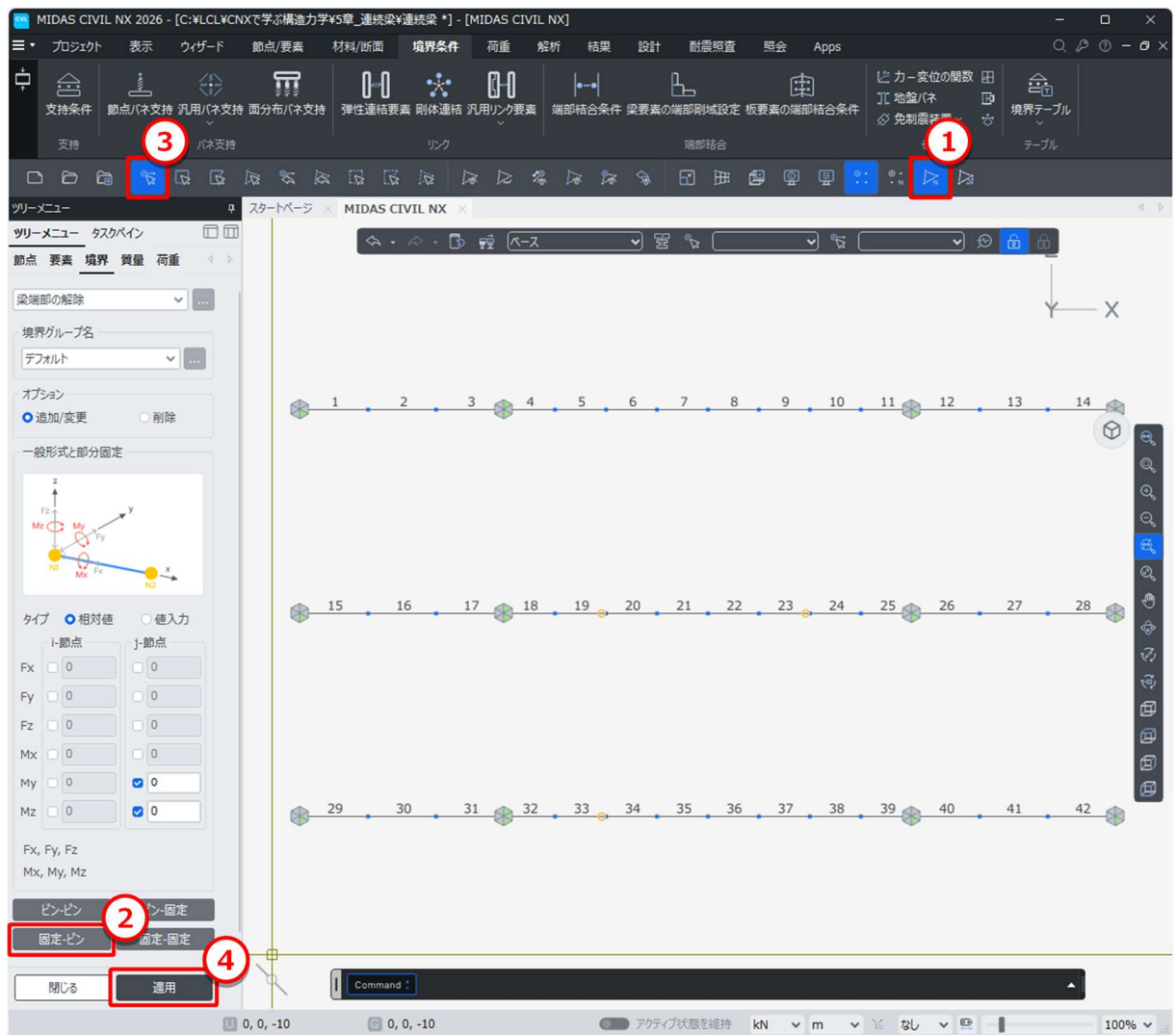


図 5.14 ゲルバー梁の支点入力

 Tip 梁要素の生成順序と要素座標系

梁要素を生成する際、先に指定した節点が i-節点、後で指定した節点が j-節点となり、これにより座標系が決定される。

[ディスプレイ] の要素タブで要素座標軸をチェックオンすると画面で確認できる。

5.2.7 構造解析の実行

構造解析を実行する。

メインメニュー：[解析] > 「解析実行」 > [解析実行]

① [要素番号] のトグルをオフにする。

② メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認する。

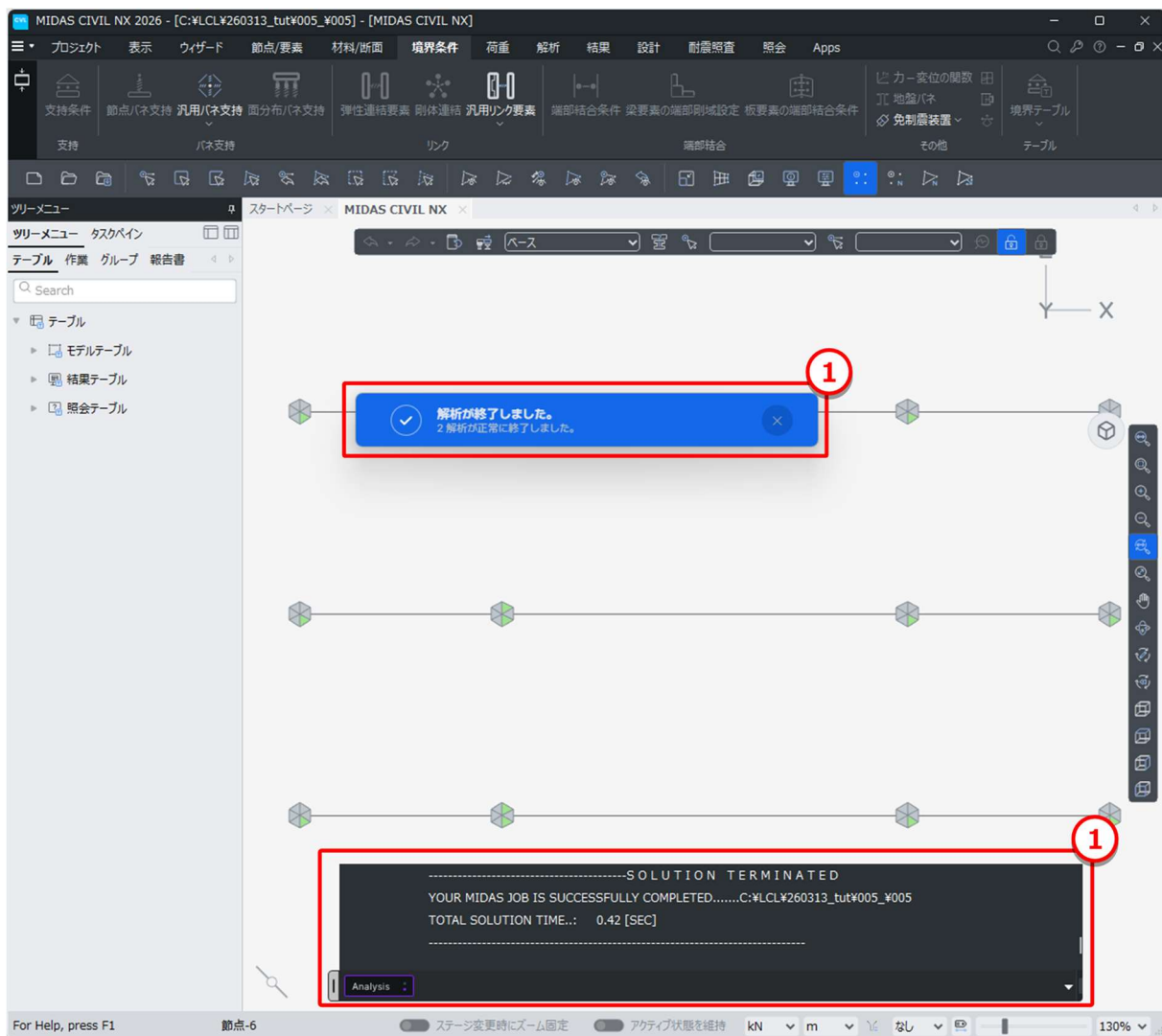


図 5.15 解析の正常終了メッセージ

5.2.8 解析結果の確認

(1) 反力

等分布荷重により連続梁及びゲルバー梁に発生する反力を比較する。

メインメニュー：[表示] > 「ディスプレイ」 > [ディスプレイ▼] > [ディスプレイ]

[境界条件] タブで、「支持条件」をオフにし、「梁要素の端部結合条件-記号」をオンにする。
[OK] をクリックする。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [反力▼] > [反力/モーメント]

① 荷重ケース/組合せで「ST: 等分布荷重」を選択する。

② 反力成分で「FXYZ」を選択する。

③ 表示形式で「数値」と「凡例」をオンにする。

④ [OK] をクリックする。

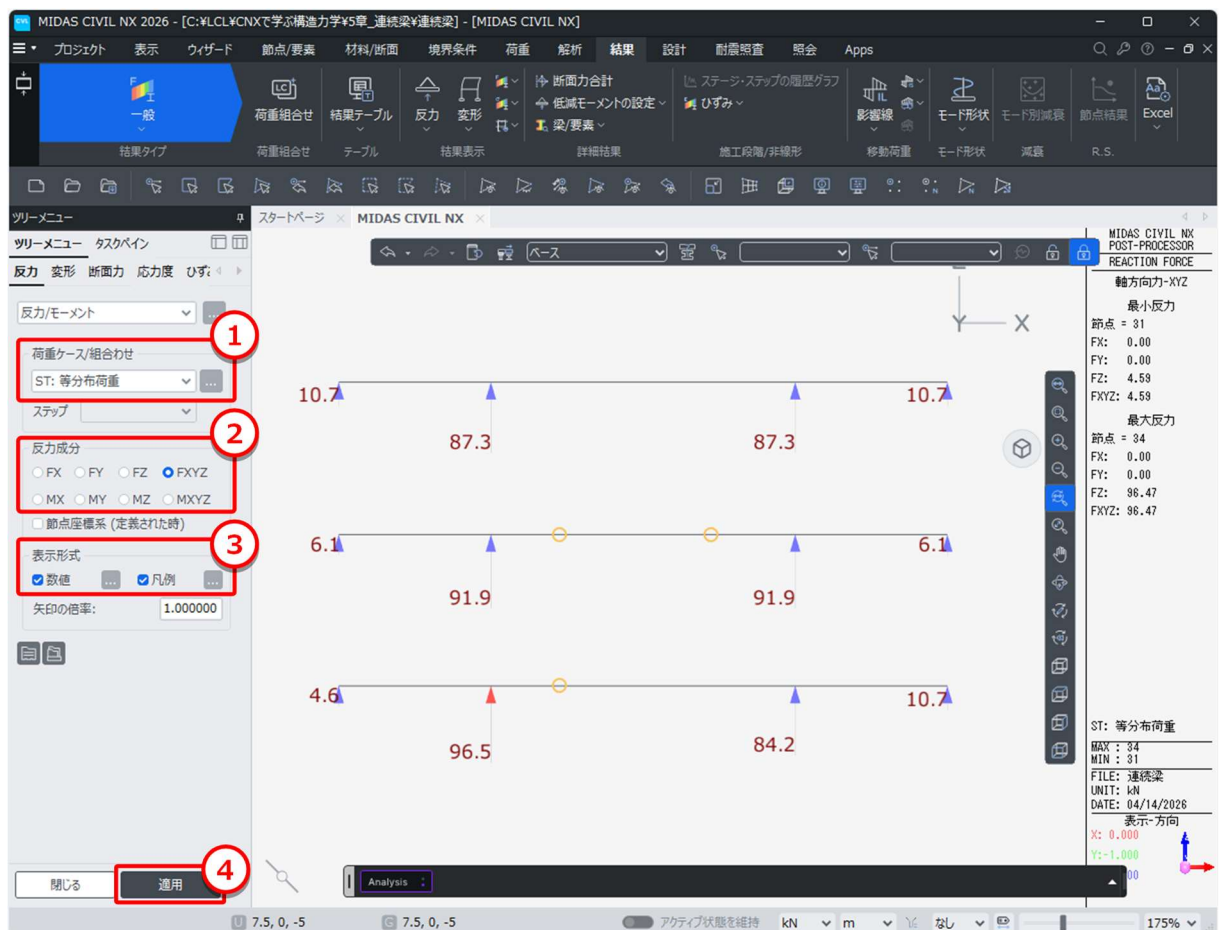


図 5.16 等分布荷重による反力の結果

対称構造物であるモデル 1 およびモデル 2 では、反力も対称に発生する。

一方、モデル 3 では構造が非対称であるため、剛性の小さい側（張出し長さが短い側）に大きな反力が集中する。

このように、構造の対称性および剛性分布は反力の分布に直接影響する。

等分布荷重による反力をテーブルで確認する。

メインメニュー：[結果] > [テーブル] > [結果テーブル▼] > [反力]

- ① 荷重ケース/組合わせの選択で「等分布荷重 (ST)」をオンにする。
- ② [OK] をクリックする。



図 5.17 フィルタリングダイアログ

節点	荷重	FX (kN)	FY (kN)	FZ (kN)	MX (kNm)	MY (kNm)	MZ (kNm)
1	等分布荷	0.000000	0.000000	10.718750	0.000000	0.000000	0.000000
4	等分布荷	0.000000	0.000000	87.281250	0.000000	0.000000	0.000000
12	等分布荷	0.000000	0.000000	87.281250	0.000000	0.000000	0.000000
15	等分布荷	0.000000	0.000000	10.718750	0.000000	0.000000	0.000000
16	等分布荷	0.000000	0.000000	6.125000	0.000000	0.000000	0.000000
19	等分布荷	0.000000	0.000000	91.875000	0.000000	0.000000	0.000000
27	等分布荷	0.000000	0.000000	91.875000	0.000000	0.000000	0.000000
30	等分布荷	0.000000	0.000000	6.125000	0.000000	0.000000	0.000000
31	等分布荷	0.000000	0.000000	4.593750	0.000000	0.000000	0.000000
34	等分布荷	0.000000	0.000000	96.468750	0.000000	0.000000	0.000000
42	等分布荷	0.000000	0.000000	84.218750	0.000000	0.000000	0.000000
45	等分布荷	0.000000	0.000000	10.718750	0.000000	0.000000	0.000000
反力のサマリー							
荷重		FX (kN)	FY (kN)	FZ (kN)			
等分布荷		0.000000	0.000000	587.999999			

図 5.18 反力の結果テーブル

載荷された外的荷重の総和と反力の総和を比較することで、構造物のモデリングおよび荷重入力の妥当性を確認できる。

本チュートリアルでは、全体座標系の Z 方向に、 $9.8 \text{ kN/m} \times 20 \text{ m} \times 3 = 588 \text{ kN}$ の荷重が作用している。

反力テーブルにおける Z 方向反力 (F_Z) の総和もこれと一致しており、構造物全体で力の釣り合い ($\Sigma V = 0$) が満足されていることが確認できる。

温度荷重により連続梁及びゲルバー梁に発生する反力を比較する。

「モデルビュー」タブをクリックする。

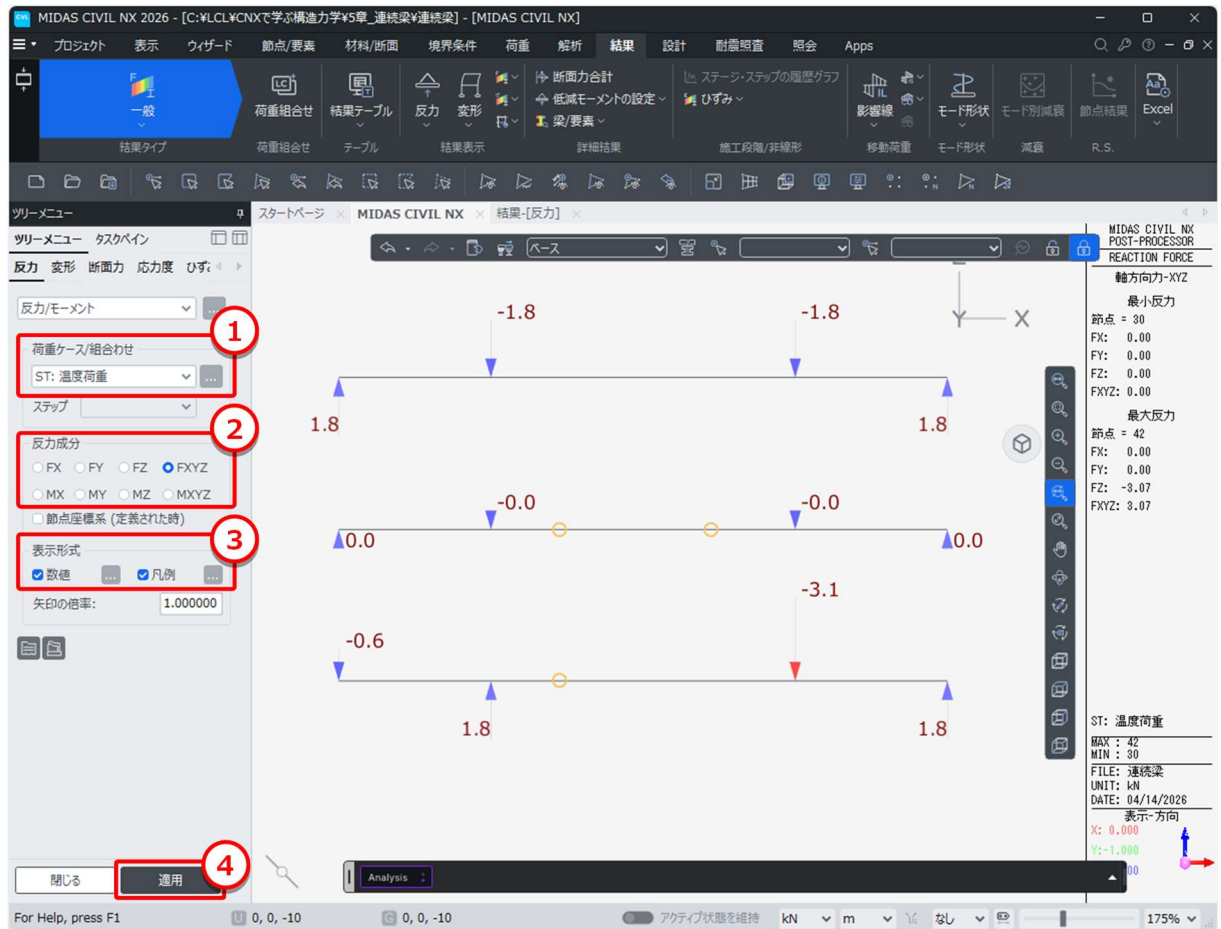
メインメニュー：[結果/一般] > [結果表示] > [反力▼] > [反力/モーメント]

① 荷重ケース/組合せで「ST: 温度荷重」を選択する。

② 反力成分で「FXYZ」を選択する。

③ 表示形式で「数値」と「凡例」をオンにする。

④ [OK] をクリックする。



温度荷重による構造物の反力を比較すると、外的静定構造であるモデル 2 では反力は発生しない。

温度荷重は自由変形が可能な場合には応力を生じないが、不静定構造であるモデル 1 およびモデル 3 では変形が拘束されるため、反力が発生する。

(2) 変位及び変形

温度荷重による変形図を確認する。

ここで、 $D_{XZ} = \sqrt{D_X^2 + D_Z^2}$ は X 方向および Z 方向の変位を合成した全変位量を表す。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [変形▼] > [変形図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 温度荷重」を選択する。
- ② 成分で「DXYZ」を選択する。
- ③ 表示形式で「変形前」と「凡例」をオンにする。
- ④ [適用] をクリックする。

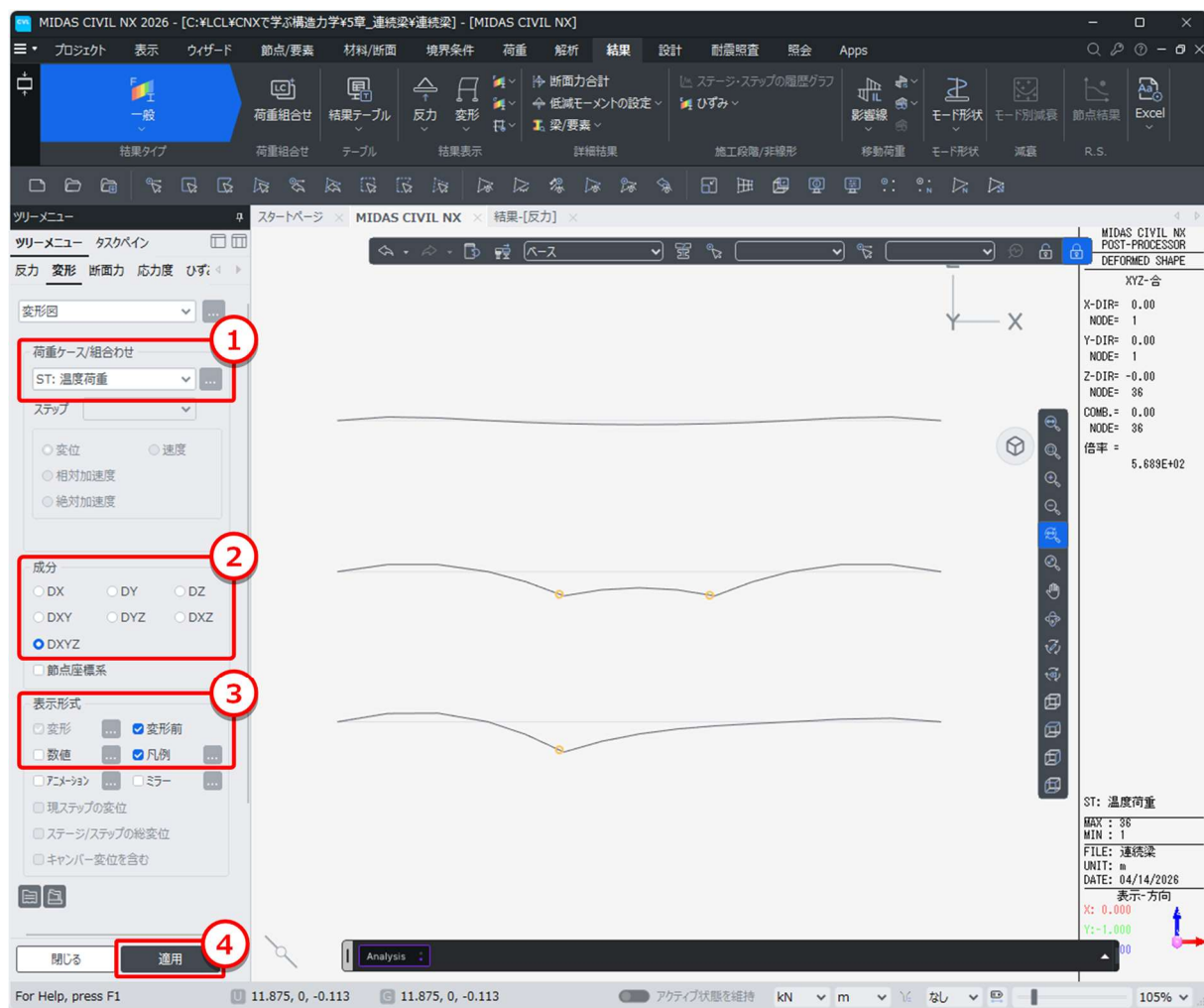


図 5.20 温度荷重による変位

連続梁（モデル 1）では拘束が最も大きいため、温度変形が抑制され、たわみは最も小さい。

一方、静定構造であるモデル 2 では温度変化による変形が自由に発生する。

また、ゲルバー梁（モデル 3）では一部に拘束が存在するため、モデル 2 と比較して変形挙動に差が生じる。

(3) 部材力

等分布荷重によって構造物に生ずる曲げモーメントを確認する。

メインメニュー：[表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ▼] > [ディスプレイ]
「境界条件」タブで、「支持条件」のチェックをオンにして、[OK]をクリックする。

メインメニュー：[結果/一般] > [結果表示] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合わせで「ST: 等分布荷重」を選択する。
- ② 断面力の成分で「My」を選択する。
- ③ ディスプレイオプション>倍率に「2.0」を入力し、「塗りつぶし無」を選択する。
- ④ 表示形式で「コンター図」, 「数値」, 「凡例」をオンにする。
- ⑤ [適用] をクリックする。

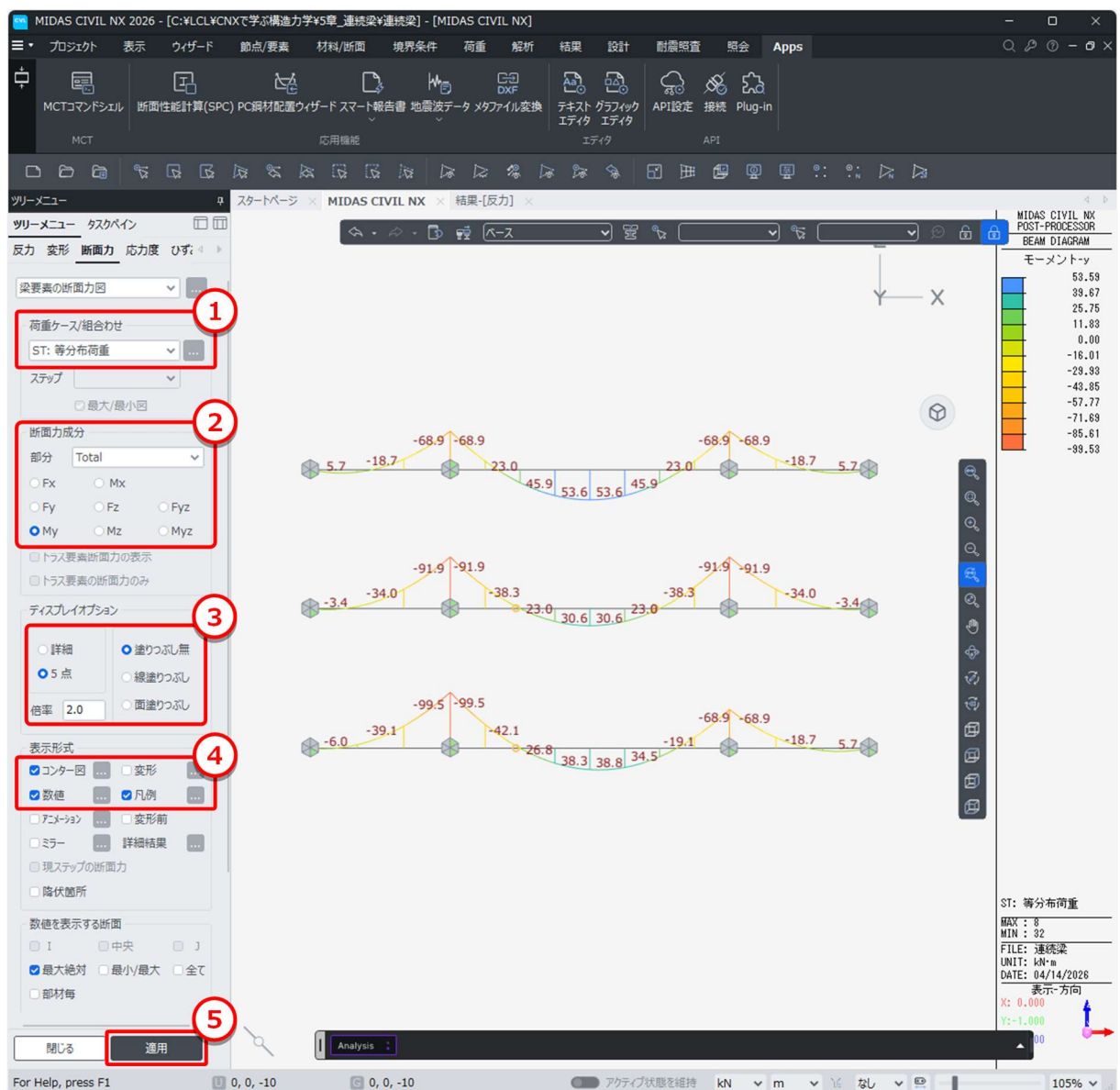


図 5.21 等分布荷重による曲げモーメントの結果

ゲルバー梁（モデル 2）では、内部ヒンジによりモーメントが伝達されないため、中央スパンの曲げモーメントは減少し、支点部で増加する。

モデル 3 では、ヒンジ部はモデル 2 に近く、それ以外はモデル 1 に近い分布となる。

このように、内部ヒンジの有無は曲げモーメントの分布に直接影響する。

温度荷重による構造物の曲げモーメントを確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合せに「ST: 温度荷重」を選択する。
- ② [適用] をクリックする。

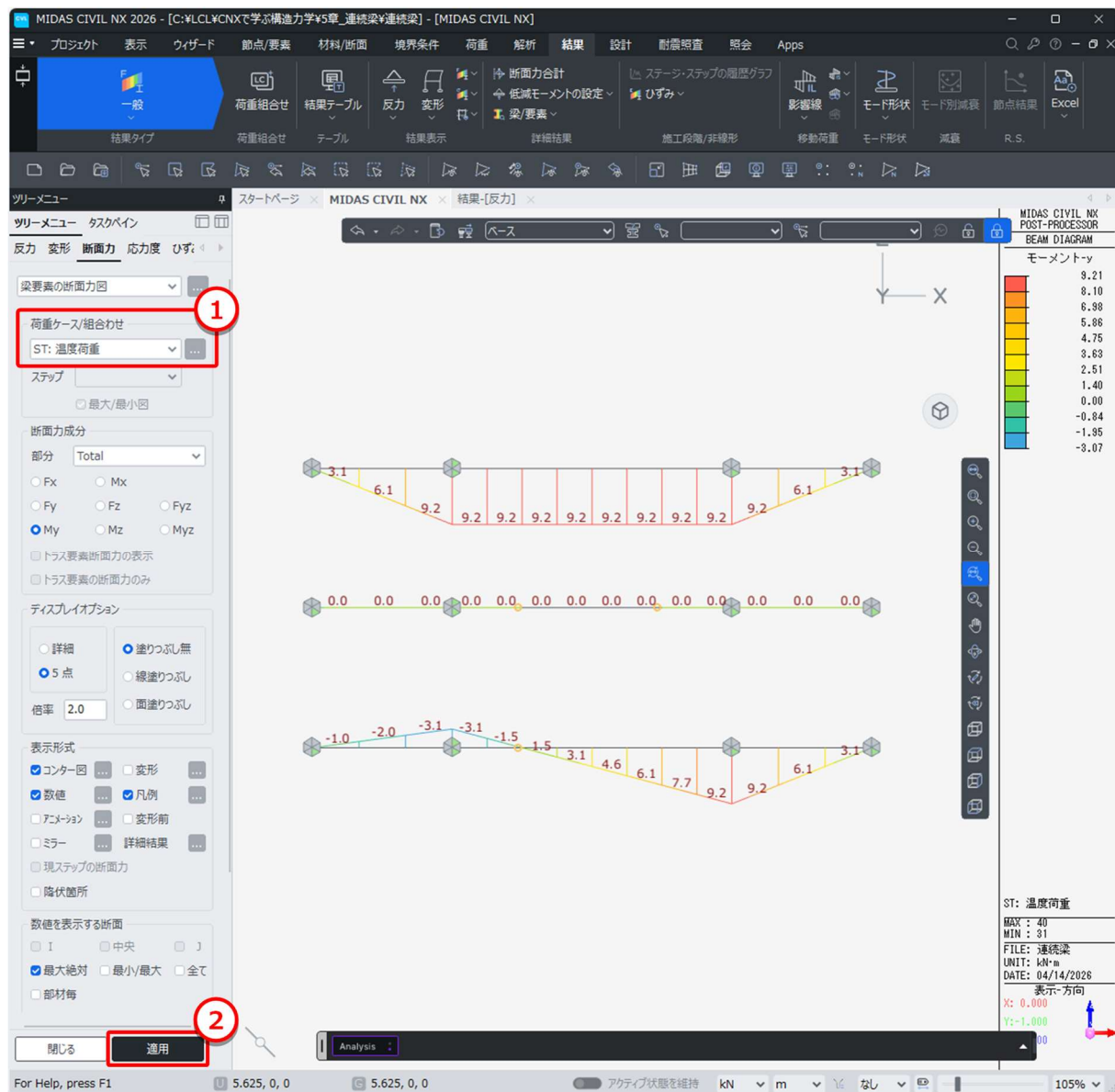


図 5.22 温度荷重による曲げモーメント

温度荷重による曲げモーメントを確認すると、静定構造であるモデル 2 では曲げモーメントは発生しない。

これは、温度変化による変形が拘束されず、自由に伸縮できるためである。

5.3 構造計算の解説

5.3.1 力学的概念の理解及び数値計算

(1) モデル 1；3 スパン連続 2 次不静定の計算

モデル 1 は中心を基準に対称であるため、片方の半分だけを対象にモーメント分配法が適用できる。A 端がヒンジ（ローラー）であるため部材 AB の剛性は（図 5.2(b) 参照）で、B 点と C 点の回転角が対称（同じ大きさで反対方向）な形で発生するため、部材 BC の剛性は（図 5.2(d) 参照）となる。したがって、2 つの部材の剛性、分配率および固定端モーメントは次のようになる。

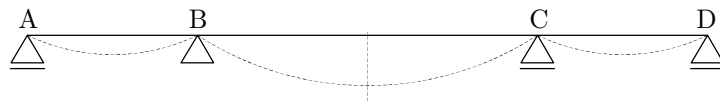


図 5.23 モーメントの分配

$$K_{BA} = \frac{3EI}{l} = \frac{3EI}{5}$$

$$K_{BC} = \frac{2EI}{l} = \frac{2EI}{10} = \frac{EI}{5}$$

$$D_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{3}{3 + 1} = 0.75$$

$$D_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{1}{3 + 1} = 0.25$$

$$M_{BA}^f = \frac{1}{8}wl^2 = \frac{25}{8}w = 30.625$$

$$M_{BC}^f = -\frac{1}{12}wl^2 = -\frac{100}{12}w = -81.667$$

また、モーメント分配法を適用すると B 点のモーメントが以下のように求められる。

表 5.1 モーメント分配による計算結果

モーメント分配法	節点 A	節点 B	
分配率 D	1.0	0.75	0.25
固定端モーメント M^f	0	30.625	-81.667
解除モーメントの分配モーメント	0	38.282	12.761
到達モーメント（伝達率=0.5）	0	0	0
結果モーメント	0	68.907	-68.907

分配モーメント： 解除モーメントが分配率（剛比）により分配されるモーメント

解除モーメント： 当該節点の固定端モーメントの総和がゼロになるようにするモーメント

B 点の解除モーメントは、

$$-(M_{BA} + M_{BC})D_{BA} = 38.282$$

$$-(M_{BA} + M_{BC})D_{BC} = 12.761$$

到達モーメント： 接続する端部で発生するモーメントにより伝わってきたモーメント（図 5.2(a)）

上記の表では、節点 A と節点 B におけるモーメント分配法の計算過程を示している。計算の目的は、連続梁における各節点の最終モーメント（結果モーメント）を求めることである。

計算のステップと意味は以下の通りである：

1. 固定端モーメント (M^f)

- 荷重条件に基づき，部材両端が固定された場合に生じる初期モーメント．
- A 点ではヒンジのため固定端モーメントは 0．
- B 点では，各部材に初期モーメント M_{BA} ， M_{BC} が生じる．（例：30.625，-81.667）
 接続している部材の固定端モーメントを足すと，

$$M_{AB} + M_{BC} = 30.625 + (-81.667) = -51.042$$

これは「節点 B が釣合っていないモーメント」である．

2. 解除モーメント (Unbalanced Moment)

- 節点における固定端モーメントの総和をゼロにするために計算される調整モーメント
- B 点の場合：

$$\text{解除モーメント}_{BA} = -(M_{BA} + M_{BC}) \cdot D_{BA} = 38.282$$

$$\text{解除モーメント}_{BC} = -(M_{BA} + M_{BC}) \cdot D_{BC} = 12.761$$

- この「解除モーメント」は，B 点のモーメントをちょうど釣合わせるために加える調整量である
- 合計：38.282 + 12.761 $\approx$ 51.043 $\rightarrow$ もともと -51.042 だったので節点 B でのモーメントの合計が 0 になり，釣り合う．
- なお，分配モーメント (Distributed Moment) とは，節点の不釣り合いモーメントを，接続部材の分配率（剛性比）に応じて配分したモーメントであり，本例では 38.282，12.761 である．

3. 到達モーメント (Carryover Moment)

- 分配モーメントの一部が，隣接部材の端部に伝達される
- 伝達率は通常 0.5
- この例では，A 点・B 点への到達モーメントは 0（それ以上分配する必要がないため）

4. 結果モーメント (Final Moment)

- すべての分配・伝達が完了した後，節点に残る最終モーメント
- この例では，B 点の最終モーメントが 68.907，-68.907 となる

A 点で固定端モーメントがゼロとなるのは，A 点がヒンジ（回転自由）であることを反映しているためである．この条件を考慮したうえで，B 点の固定端モーメントを算定している．

また，節点 A および節点 B で到達モーメントがゼロになるのは，これ以上隣接部材にモーメントを分配する必要がなく，モーメントの分配が完了していることを意味する．

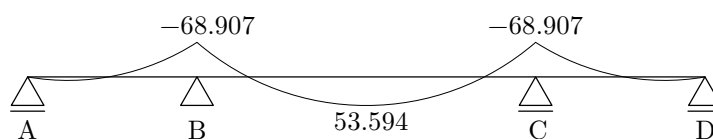


図 5.24 モーメント分配法により計算結果

(2) モデル 2 : 3 スパン静定の計算

モデル 2 は静定構造物であるため，次のように解析できる．

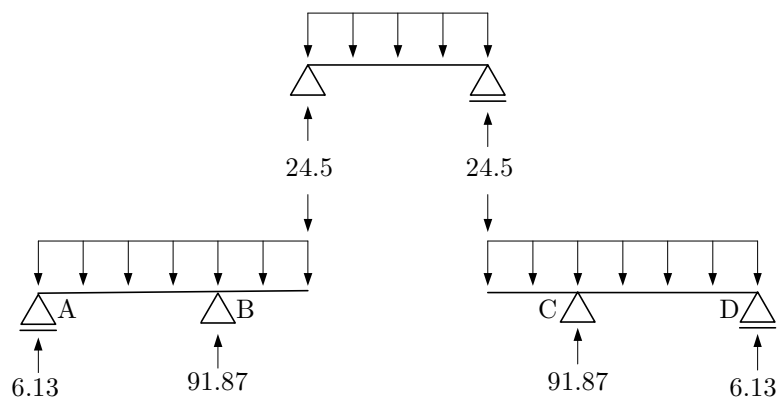


図 5.25 モデル 2 の分解

$$M_B = 24.5 \times 2.5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.5^2 = 91.875$$

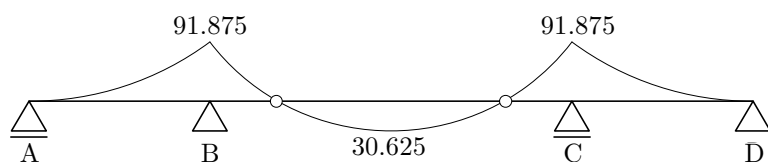


図 5.26 モデル 2 のモーメント計算の結果

(3) モデル 3 1 次不静定の計算

モデル 3 は不静定構造であり，不静定構造の解法の一つである変形法（単位荷重法）を適用して解析できる．モデル 3 は 3 径間連続梁であるが，支点条件として A，C，D はローラー支点，B はヒンジ支点を有しており，さらに BC 間に中間ヒンジが 1 つ存在する構造である．

ここでは，C 点の曲げモーメント M_C を未知数として変形法を適用する．そのため，まず C 点に仮想的なヒンジを挿入し，構造を静定化する．

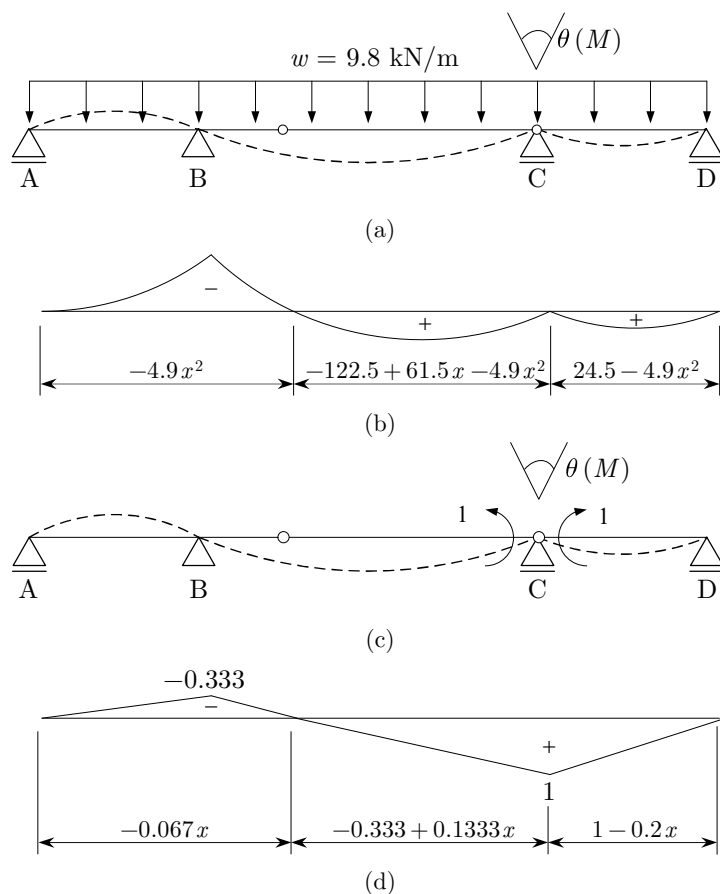


図 5.27 変形法

図 5.27(a), (b)は，C 点に仮想的にヒンジを挿入した状態で実際の外力を作用させた場合の構造解析結果を示している．一方，図 5.27(c), (d)は，同様に C 点にヒンジを挿入した状態で，C 点に単位モーメントを作用させた場合を示している．

これらはいずれも，ヒンジの挿入により静定構造となるため，力の釣合い条件のみを用いて曲げモーメント分布を求めることができる．

各図に示した x の関数は，各部材区間における曲げモーメント分布を表しており，図 5.27(b)では実際の外力による曲げモーメント $M(x)$ ，図 5.27(d)では C 点に単位モーメントを作用させた場合の曲げモーメント $m(x)$ に対応している．支点条件や荷重条件が区間ごとに異なるため，曲げモーメントは AB，BC，CD の各区間で別々の式として表される．

例えば、図 5.27(b)の AB 間では、等分布荷重 w のみが作用し、A 点がローラー支点であることから端部モーメントはゼロとなる。このとき、力の釣合いより曲げモーメントは

$$M_{AB}(x) = -\frac{w}{2}x^2 \quad (5.7)$$

となり、 $w = 9.8 \text{ kN/m}$ を代入すると

$$M_{AB}(x) = -4.9x^2 \quad (5.8)$$

が得られる。

他の区間についても同様に、支点条件および境界条件を考慮して曲げモーメント分布を導出している。

これらの曲げモーメント分布を用いて、変形法（単位荷重法）に基づき、C 点の回転角に関する適合条件

$$\theta(m) M_C + \theta(M) = 0 \quad (5.9)$$

を満たすように未知モーメント M_C を求める。

ここで、

- $\theta(m)$ は C 点に単位モーメントを作用させた場合に生じる C 点の回転角を表す。
- $\theta(M)$ は 実際の外力が作用した場合に生じる C 点の回転角を表す。

本式は、仮想的に挿入した C 点ヒンジにおいて、実際の構造では回転が生じないという適合条件を表している。すなわち、実荷重によって生じる回転角 $\theta(M)$ と、未知モーメント M_C によって生じる回転角 $\theta(m)M_C$ が互いに打ち消し合い、C 点の回転角がゼロになることを意味している。

このように、C 点が連続端であるという条件から回転角の釣合い式が得られ、変形法を適用することで未知数である C 点の曲げモーメント M_C を求めることができる。

前述のように，図 5.27(b)および図 5.27(d)から，各区間における実荷重による曲げモーメント分布 $M(x)$ と，C 点に単位モーメントを作用させた場合の曲げモーメント分布 $m(x)$ が求められる．

これらを用いることで，変形法（単位荷重法）に基づき，C 点の回転角は次式で評価される．

$$\theta = \int \frac{M(x) m(x)}{EI} dx \quad (5.10)$$

本研究では，AB，BC，CD の各区間について上式を適用し，それらの和として C 点の回転角を算定する．

$$\theta(m) = \frac{1}{EI} \int_0^5 (-0.067x)^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^{10} (-0.333 + 0.1333x)^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^5 (1 - 0.2x)^2 dx = \frac{4.4467}{EI}$$

$$\begin{aligned} \theta(M) &= \frac{1}{EI} \int_0^5 (-4.9x^2)(-0.067x) dx + \frac{1}{EI} \int_0^{10} (-122.5 + 61.25x - 4.9x^2)(-0.333 + 0.1333x) dx \\ &\quad + \frac{1}{EI} \int_0^5 (24.5x - 4.9x^2)(1 - 0.2x) dx = \frac{306.5052}{EI} \end{aligned}$$

$$\frac{4.4467}{EI} M_C + \frac{306.5052}{EI} = 0$$

$$M_C = -68.91 \text{ kN m}$$

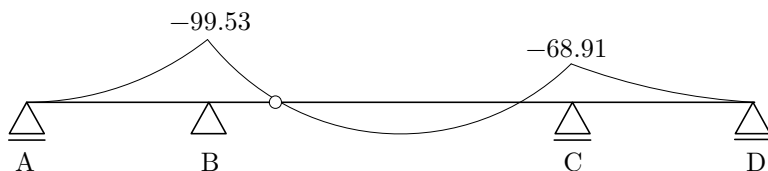


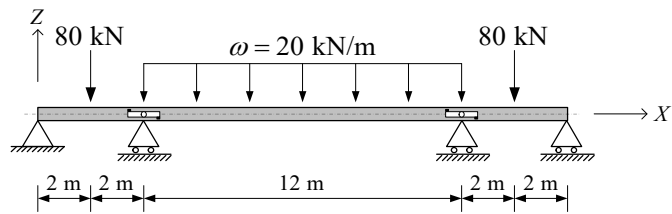
図 5.28 変形法によるモーメント計算の結果

5.4 練習問題

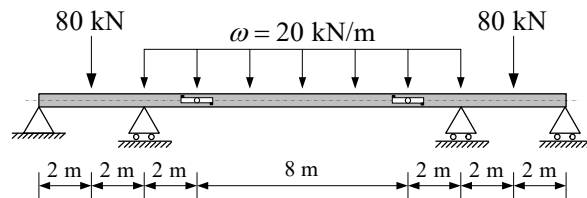
(1) 問題

下図の各モデルについて、同一スパン長さにおける曲げモーメント分布を比較せよ。

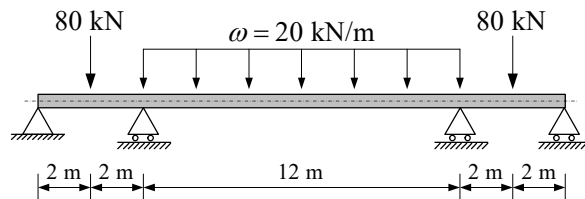
その上で、単純梁からゲルバー梁、連続梁、支点部に剛性補強を施した梁へと構造条件が変化することにつれて、正曲げモーメントが減少し、負曲げモーメントが増加することを確認せよ。



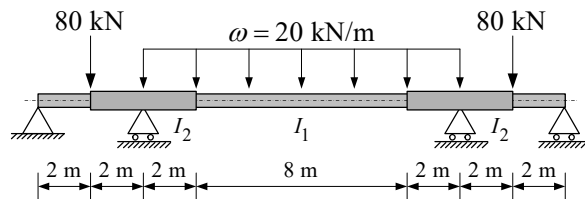
(a) モデル 1



(b) モデル 2



(c) モデル 3



(d) モデル 4

図 5.29 練習問題

(2) 解説

本問題では、同一荷重条件に対して、単純梁、ゲルバー梁、連続梁および支点部に剛域を設けた連続梁の曲げモーメント分布を比較した。

モデル 1 は単純梁であり、曲げモーメントは支点間中央付近で最大となる正曲げモーメントが卓越する。支点では回転拘束がないため、負曲げモーメントは発生しない。

モデル 2 はゲルバー梁であり、ヒンジ部によって曲げモーメントが解放されるため、連続梁に比べて不静定効果は小さい。一方で、単純梁と比較すると正曲げモーメントの分布は変化し、モーメントが複数の支間へ分散される。

モデル 3 は連続梁であり、支点部で回転が拘束されることによって支点付近に負曲げモーメントが発生する。その結果、支間中央の正曲げモーメントは単純梁およびゲルバー梁と比較して小さくなる。

モデル 4 は支点部に剛域を設けた連続梁である。支点近傍の曲げ剛性が増加することで支点部の回転がさらに抑制され、支点付近の負曲げモーメントは増加する。一方、支間中央の正曲げモーメントはさらに減少する傾向を示す。

以上より、単純梁からゲルバー梁、連続梁、支点部に剛性補強を施した梁へと構造条件が変化することにつれて、支点部の回転拘束効果が大きくなり、正曲げモーメントは減少し、負曲げモーメントは増加することが確認できる。