

# 第6章 フレーム解析

## 目 次

|            |                |             |
|------------|----------------|-------------|
| <b>6.1</b> | <b>概念の理解</b>   | <b>6-1</b>  |
| 6.1.1      | フレーム解析の概念      | 6-1         |
| <b>6.2</b> | <b>チュートリアル</b> | <b>6-4</b>  |
| 6.2.1      | モデルの概要         | 6-4         |
| 6.2.2      | 作業環境の設定        | 6-5         |
| 6.2.3      | 材料及び断面の定義      | 6-7         |
| 6.2.4      | 節点及び要素の生成      | 6-8         |
| 6.2.5      | 境界条件の入力        | 6-11        |
| 6.2.6      | 荷重の入力          | 6-12        |
| 6.2.7      | 構造解析の実行        | 6-17        |
| 6.2.8      | 解析結果の確認        | 6-18        |
| <b>6.3</b> | <b>構造計算の解説</b> | <b>6-23</b> |
| 6.3.1      | 力学的概念の理解及び数値計算 | 6-23        |
| <b>6.4</b> | <b>練習問題</b>    | <b>6-28</b> |



## 6.1 概念の理解

### 6.1.1 フレーム解析の概念

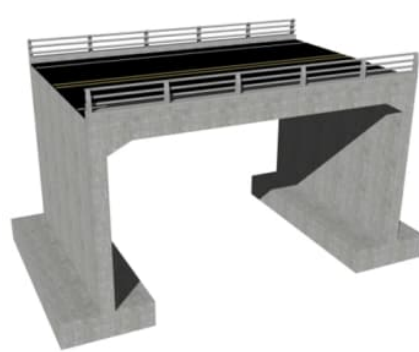
#### (1) 一般事項

部材同士が剛接合されている構造をフレーム構造（Frame, Rigid frame, またはラーメン構造）という。

一般に、柱と梁が剛接合された骨組み構造を指し、節点に接続された部材間では、曲げモーメント、せん断力および軸力が相互に伝達される。



(a) 鉄骨ラーメン



(b) RC 門形ラーメン

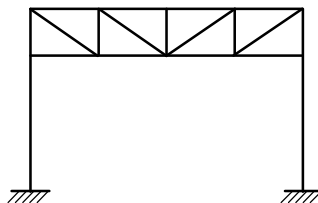
写真 6.1 フレーム構造

構造物を力学的に分類すると、静定フレーム構造、不静定フレーム構造、合成フレーム構造、長方形フレーム構造、異形フレーム構造、壁式フレーム造などに分類される。

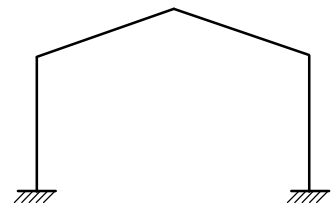
長方形フレーム構造は、オフィス、学校、病院などの定型的な建築物に主に適用される。一方、異形フレーム構造は、架設構造物、競技場、体育館、造形物などの非定形な構造物に主に用いられる。壁式フレーム構造は、剛性の大きい壁とスラブから構成されるラーメン橋梁や集合住宅などで多く採用されている。



(a) 静定フレーム



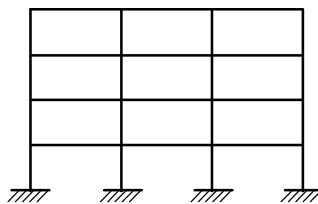
(b) 合成フレーム



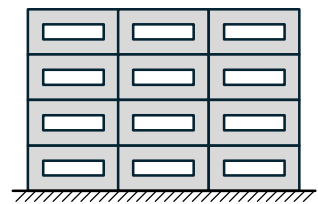
(c) 異形フレーム



(d) 長方形フレーム



(e) 長方形フレーム



(f) 壁式フレーム

写真 6.2 フレーム構造

不静定フレーム構造では、部材同士が剛接合されているため、外力を受けて構造体に変形した場合でも、節点における部材間の角度は保持されると仮定する。すなわち、変形後においても剛節での角度は変形前と同様に一定（例えば  $90^\circ$ ）に保たれるものとする。

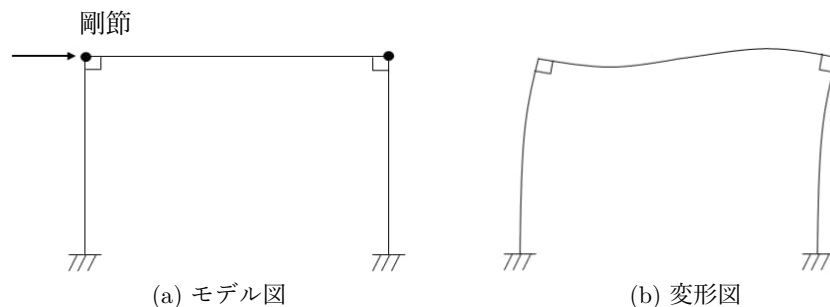
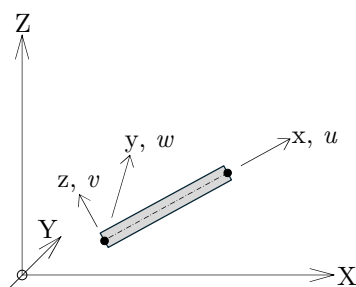


図 6.1 フレーム構造の変形

## (2) 解析の概念

フレーム構造は単純梁、片持ち梁、または連続梁などと同様に線部材から構成される構造であるが、それらが二次元または三次元空間に連結された構造である点に特徴がある。フレームを構成する各部材は、それぞれ独立した要素座標系を有する。

一般に、節点  $i$  から節点  $j$  を結ぶ方向を軸方向とし、これに垂直な方向を  $y$  軸、さらに右手の法則に従って  $z$  軸を定義する。したがって、フレーム構造は線部材を空間的に配置した構造であるが、力学的な取り扱いに関しては、これまでに扱ってきた梁構造と本質的に大きな差はない。



※  $u, w, v$  はそれぞれ要素座標系を基準にした  $x, y, z$  方向の変位を表す。

図 6.2 フレーム構造の要素座標系及び変位

フレーム構造における不静定次数の判別方法は、トラス構造で用いた手法をそのまま適用することができ、不静定構造に対する解析手法についても同様である。解析結果を表す際には、反力は全体座標系に基づいて示し、部材力は要素座標系に基づいて表すのが一般的である。要素座標系における  $x, y, z$  方向の移動変位をそれぞれ  $u, w, v$  とし、各軸回りの回転を  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  と表すと、全体座標系の  $X-Z$  平面内に存在する二次元フレームの変形状態および断面軸の向きは、次の図のように表すことができる。

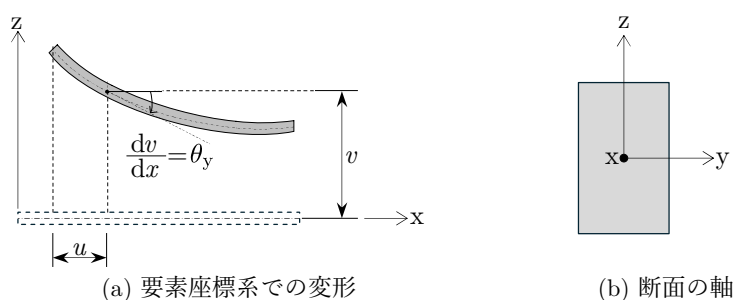


図 6.3 2次元フレームの変形及び断面の軸

フレーム部材に要素座標系の  $z$  方向の荷重が作用すると、 $x$  軸に垂直な方向に変形  $v$  が生じる。このとき、曲げモーメントは  $y$  軸回りに作用するため、断面の軸方向は図 6.3(b)に示すような向きを持つ。

フレーム構造は、図 6.4 に示すような力の伝達機構により、鉛直力および水平力に対して抵抗する。

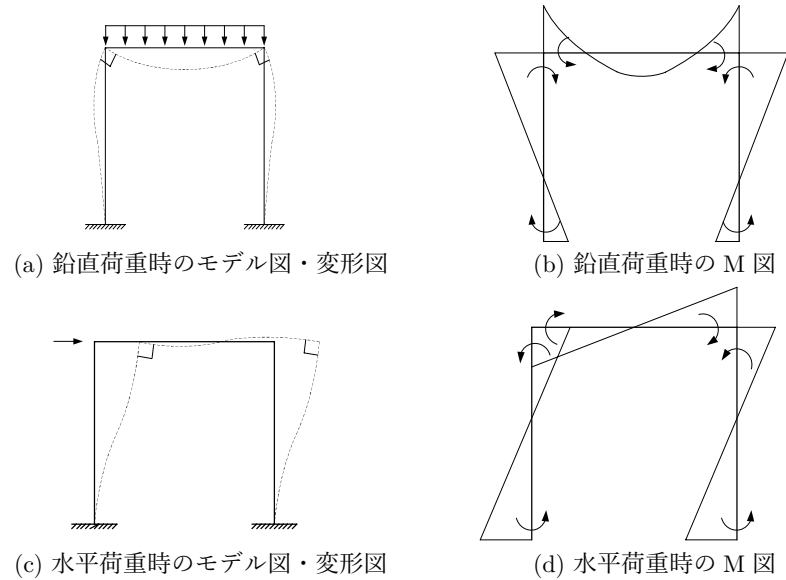


図 6.4 フレーム構造の外力に対する変形及び部材力

## 6.2 チュートリアル

### 6.2.1 モデルの概要

下図のフレーム構造について、部材力および変形形状を確認する。

解析モデルは、すべての部材が剛接合されたモデル 1 と、要素中央にヒンジを設けたモデル 2 の 2 種類とする。

ヒンジは曲げモーメントを伝達しないため、両モデルの結果を比較し、部材力および変形形状の違いを確認する。

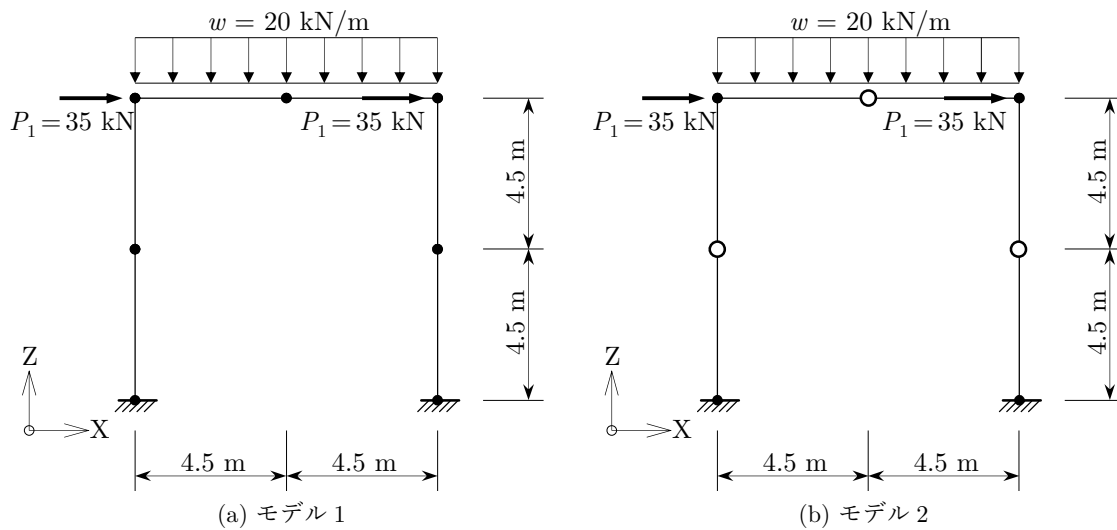


図 6.5 解析モデル

#### ➤ 材料

##### コンクリート

- ・設計基準強度 .....  $\sigma_{ck} = 24 \text{ N/mm}^2$
- ・ヤング係数 .....  $E_c = 2.50 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$

#### ➤ 断面

- ・断面積 .....  $A = 5.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
- ・断面二次モーメント .....  $I_y = 6.0 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

#### ➤ 荷重

- ・梁に鉛直下向・等分布荷重 .....  $w = 20 \text{ kN/m}$
- ・柱頭に水平方向・集中荷重 .....  $P_1 = 35 \text{ kN}$

### 6.2.2 作業環境の設定

#### (1) 単位系の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを作成しファイルを保存する。

メインメニュー：[  ファイル ] > [  新規プロジェクト ]

メインメニュー：[  ファイル ] > [  保存 ]

① ファイル名に「フレーム」と入力し，[保存] をクリックする。

使用する単位系を設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [単位系]

② 長さで「m」，力(質量)で「kN(ton)」を選択する。

③ [OK] をクリックする。

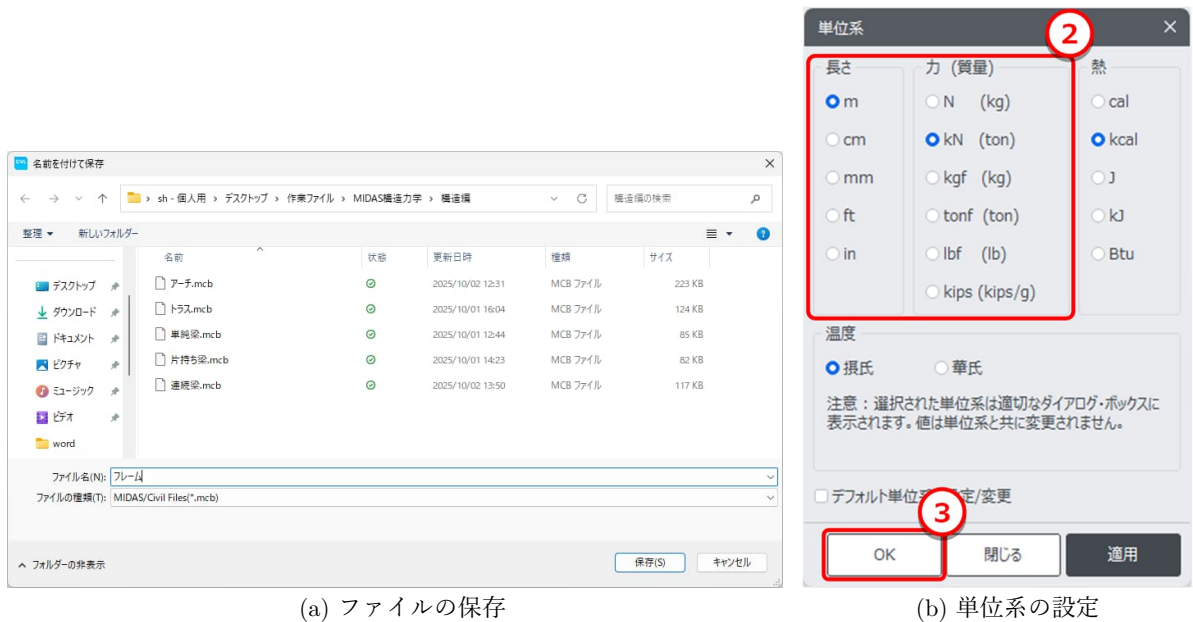


図 6.6 ファイルの保存と単位系の設定

## (2) 作業平面の設定

X-Z 平面の構造物を簡単にモデリングするため、X-Z 平面をユーザー座標系(UCS)として x-y 平面に定義する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [基本設定]

① 構造形式で「X-Z 平面」を選択する。

② [OK] をクリックする。

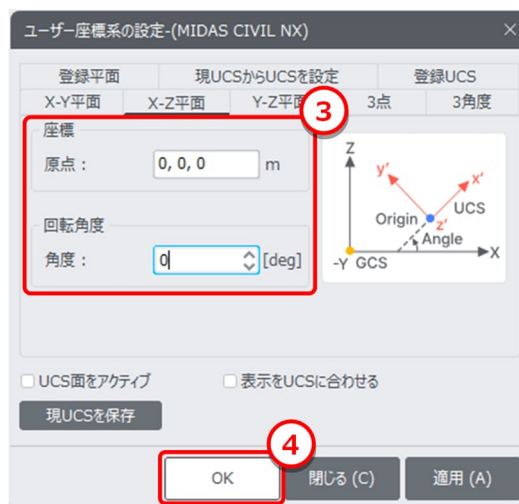
メインメニュー：[表示] > 「座標系」 > [UCS 定義] > [X-Z 平面] タブ

③ 座標>原点に「0, 0, 0」，回転角度>角度に「0」を入力する。

④ [OK] をクリックする。



(a) 作業平面の設定



(b) ユーザー座標系 (UCS) の設定

図 6.7 作業平面の設定とユーザー座標系 (UCS) の設定

### Tip UCS 座標系の活用

節点及び部材間隔が均一なモジュールである場合には、UCS 座標系を設定するとより作業が簡単になる。

## 6.2.3 材料及び断面の定義

解析モデルに使用される構造部材の材料及び断面を入力する。

メインメニュー：[材料/断面] > [材料特性] > [材料特性]

[追加...] をクリックする。

② 弾性データ>タイプで「コンクリート」を選択する。

③ 弾性データ>コンクリート>規格で「JIS(RC)」, 種別で「Fc24」を選択する。

③ [OK] をクリックする。

[断面] タブをクリックした後, [追加...] をクリックする。

④ [値入力] タブをクリックする。

⑤ 断面形状リストから「短形」を選択する。

⑥ 名称に「Sec」と入力する。

⑦ サイズの欄にある H に「0.001」, B に「0.001」を入力する。

⑧ 剛性の欄にある Area に「5e+2」, Iyy に「6e-3」を入力する。

⑨ [OK] をクリックする。

[閉じる] をクリックする。

(a) 材料の定義

(b) 断面の定義

図 6.8 材料の定義と断面の定義

### 6.2.4 節点及び要素の生成

UCS 座標を活用し、節点と梁要素を同時に生成する。

メインメニュー：[表示] > 「グリッド/スナップ」 > [グリッド▼] > [点グリッド]

メインメニュー：[表示] > [スナップ▼] > [点グリッドスナップ]

① [節点番号]，[要素番号]，[自動フィット] をオンにして，[正面] をクリックする。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成▼] > [要素生成]

② 要素タイプで「一般梁/テーパ断面梁要素」を選択する。

③ 材料で「Fc24」，断面で「1: Sec」を選択する。

④ 構成節点の入力ボックス内をクリックし，入力状態であることを確認し，  
モデルビューで (U:0,0,0)，(U:0,9,0) の順にクリックする。

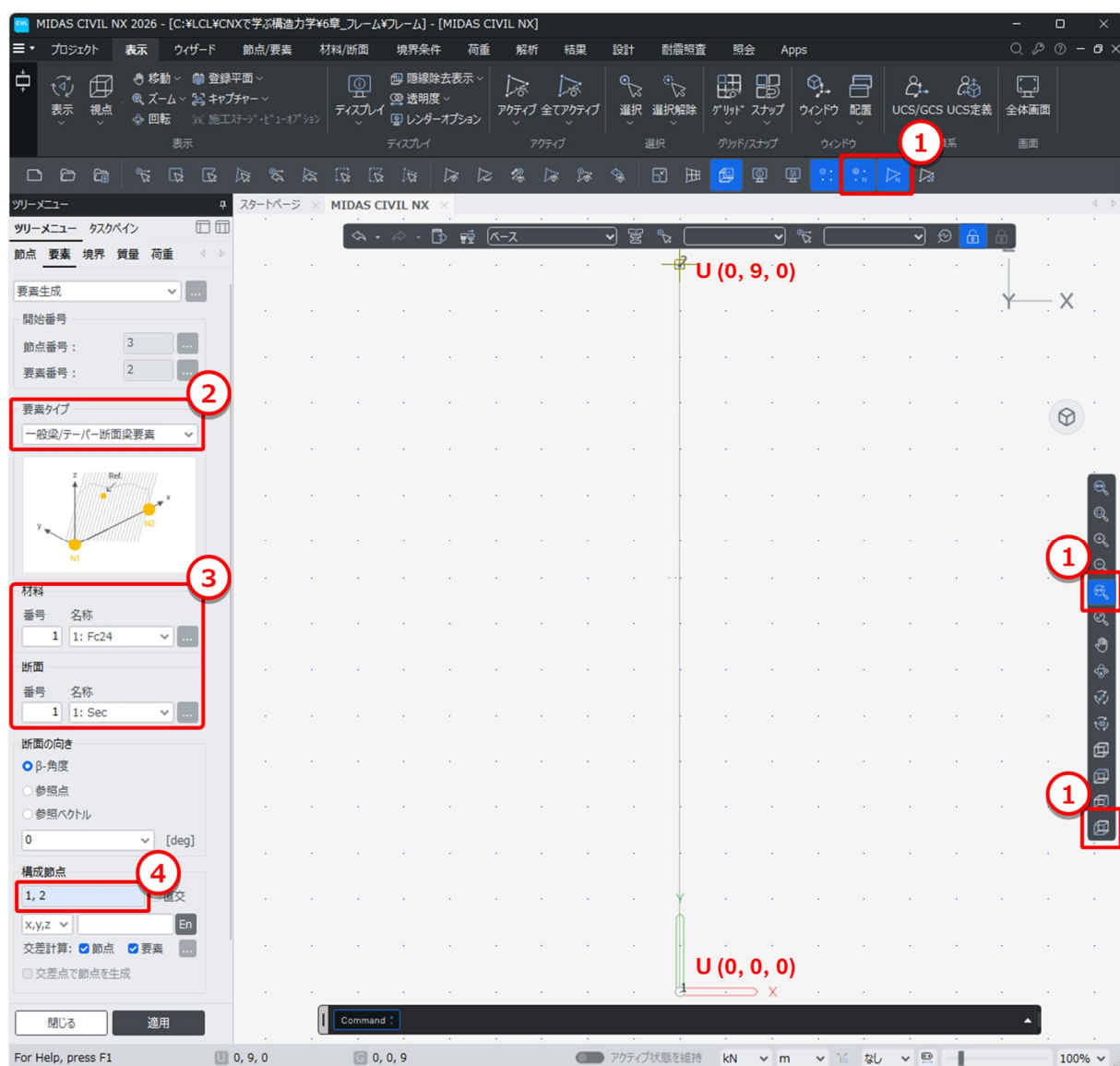


図 6.9 柱の生成

#### Tip グリッドスナップの活用

点グリッドおよび点スナップを利用すると、座標入力を行わずに節点および要素を正確に配置できる。  
点スナップをオンにすると、マウス位置の座標が表示されるため、座標を確認しながら入力できる。

- ⑤ スナップ設定をそのままにし、画面下の UCS 座標を確認しながら、  
(U:9,0,0)と(U:9,9,0), (U:0,9,0)と(U:9,9,0)を順にクリックし、部材2と部材3を生成する。

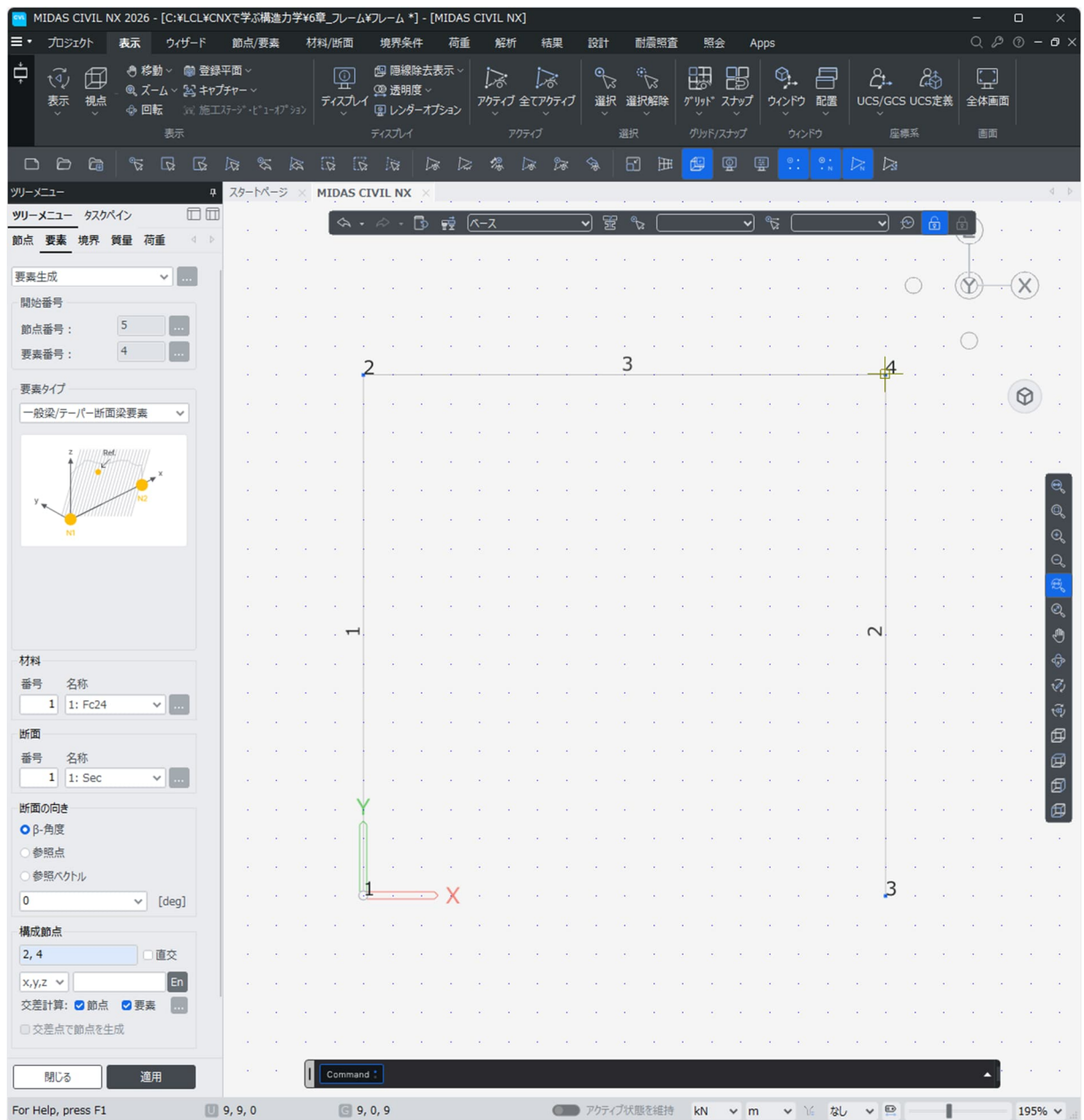


図 6.10 柱と梁の生成

### Tip モデルウィンドウ内の視点移動と拡大縮小

マウスホイールを押したままドラッグすると、視点を移動できる。

ホイールをクリックして回転させるとズームイン・アウトができ、再度クリックするとズーム操作は解除される。

生成された部材の中央にヒンジを入力するため、分割機能で部材 1、部材 2、部材 3 をそれぞれ 2 等分する。

[点グリッド] と [点スナップ] をオフにする。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [分割▼] > [要素分割]

- ① 分割>要素タイプで「骨組」を選択する。
- ② 分割で「等間隔」選択し、分割数 x に「2」を入力する。
- ③ [全て選択] をクリックする。
- ④ [適用] をクリックする。

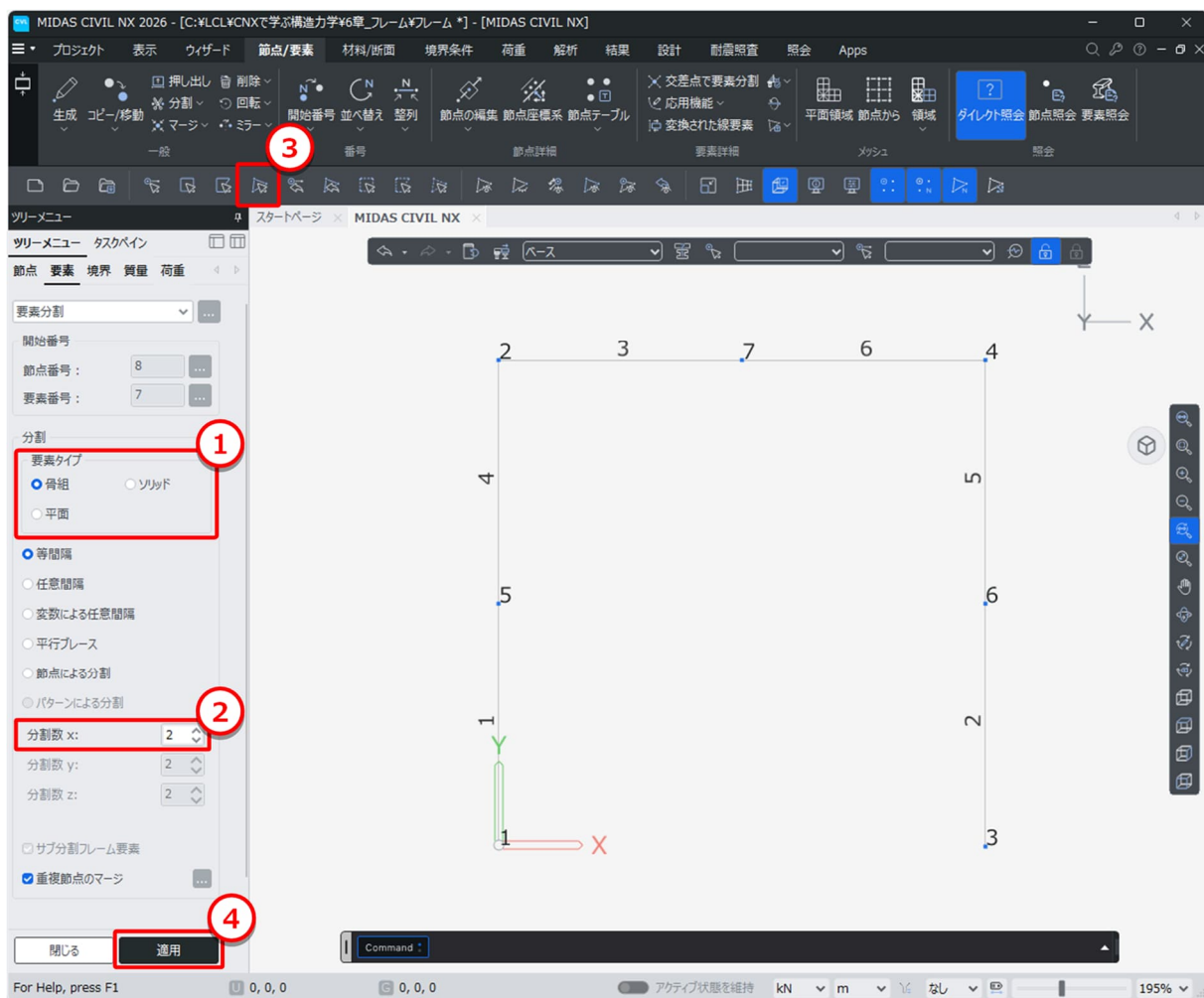


図 6.11 要素の分割

### 6.2.5 境界条件の入力

柱の下端に固定端の支持条件を入力する。

メインメニュー：[境界条件] > 「支持」 > [支持条件]

- ① 支持形式(節点座標系)は「Dx」, 「Dz」, 「Ry」をオンにする。
- ② [  単一選択 ] をオンにして, 節点1と節点3を選択する。
- ③ [適用] をクリックする。

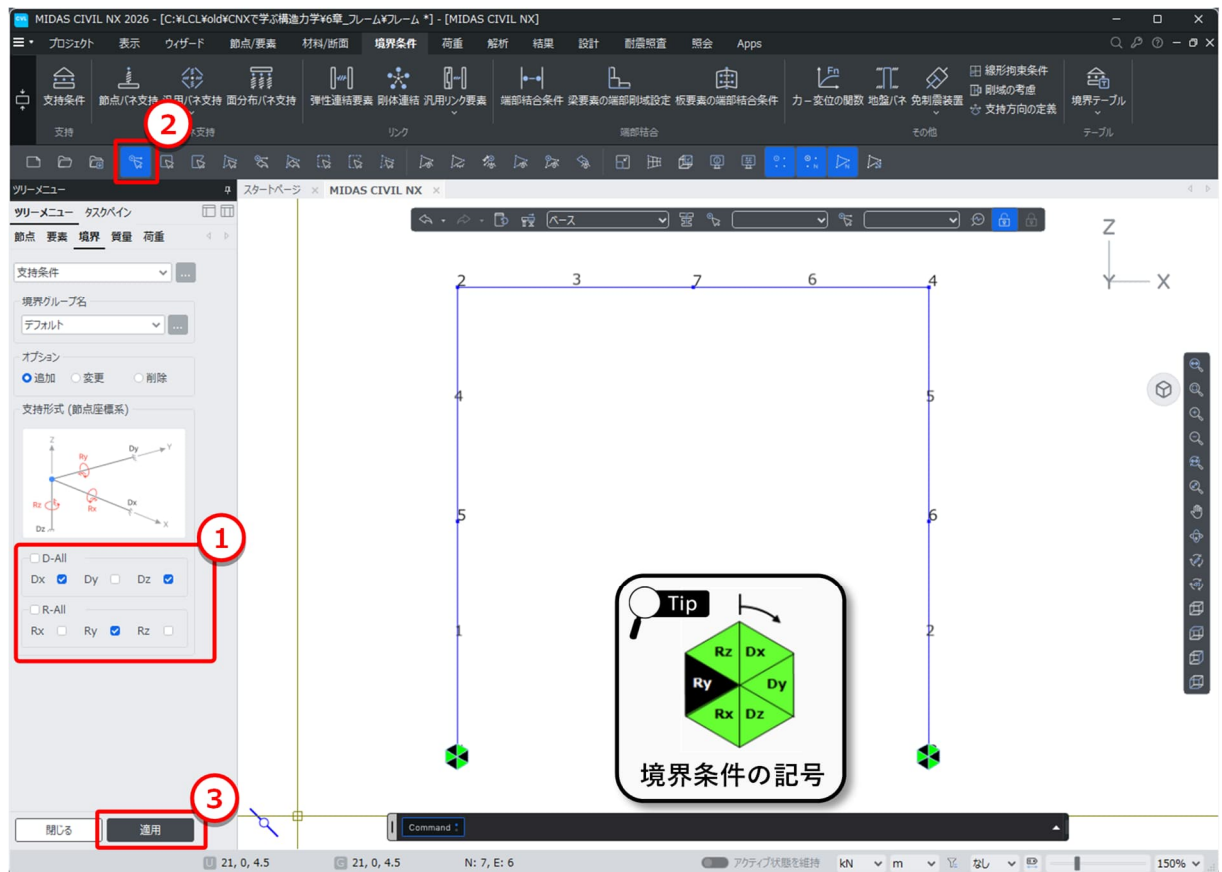


図 6.12 支持条件の入力

※作業平面の設定で「X-Z 平面」を設定しているため, 「Dy」, 「Rx」および「Rz」の入力は反映されません。

## 6.2.6 荷重の入力

### (1) 荷重条件の定義

荷重を入力するため、荷重条件を定義する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > [荷重ケース生成] > [静的荷重ケース]

- ① 名称に「等分布荷重」と入力する。
- ② タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ③ [追加] をクリックする。
- ④ 名称に「節点荷重」と入力する。
- ⑤ タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ⑥ [追加] をクリックする。
- ⑦ [閉じる] をクリックする。

静的荷重ケース

名称 : 節点荷重

ケース : 全ての荷重ケース

タイプ : ユーザー定義荷重 (USER)

解説

| No | 名称    | タイプ             | 解説 |
|----|-------|-----------------|----|
| 1  | 等分布荷重 | ユーザー定義荷重 (USER) |    |
| 2  | 節点荷重  | ユーザー定義荷重 (USER) |    |

追加 (A)

修正 (M)

削除 (D)

閉じる (C)

図 6.13 荷重条件の定義

## (2) 荷重の入力

梁に等分布荷重を入力する。

メインメニュー：[表示] > 「ディスプレイ」 > [ディスプレイ▼] > [ディスプレイ]

① [荷重] タブで、「荷重値」のチェックをオンにして、[OK] をクリックする。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「静的荷重」 > [梁要素荷重▼] > [要素]

② [  単一選択 ] をオンにして、部材 3 と部材 6 を選択する。

③ 荷重ケース名で「等分布荷重」を選択する。

④ 荷重タイプで「等分布荷重」を選択する。

⑤ 方向で「グローバル Z」を選択する。

⑥ 値入力で「相対値」を選択し、x1 に「0」、w に「-20」、x2 に「1」を入力する。

⑦ [適用] をクリックする。

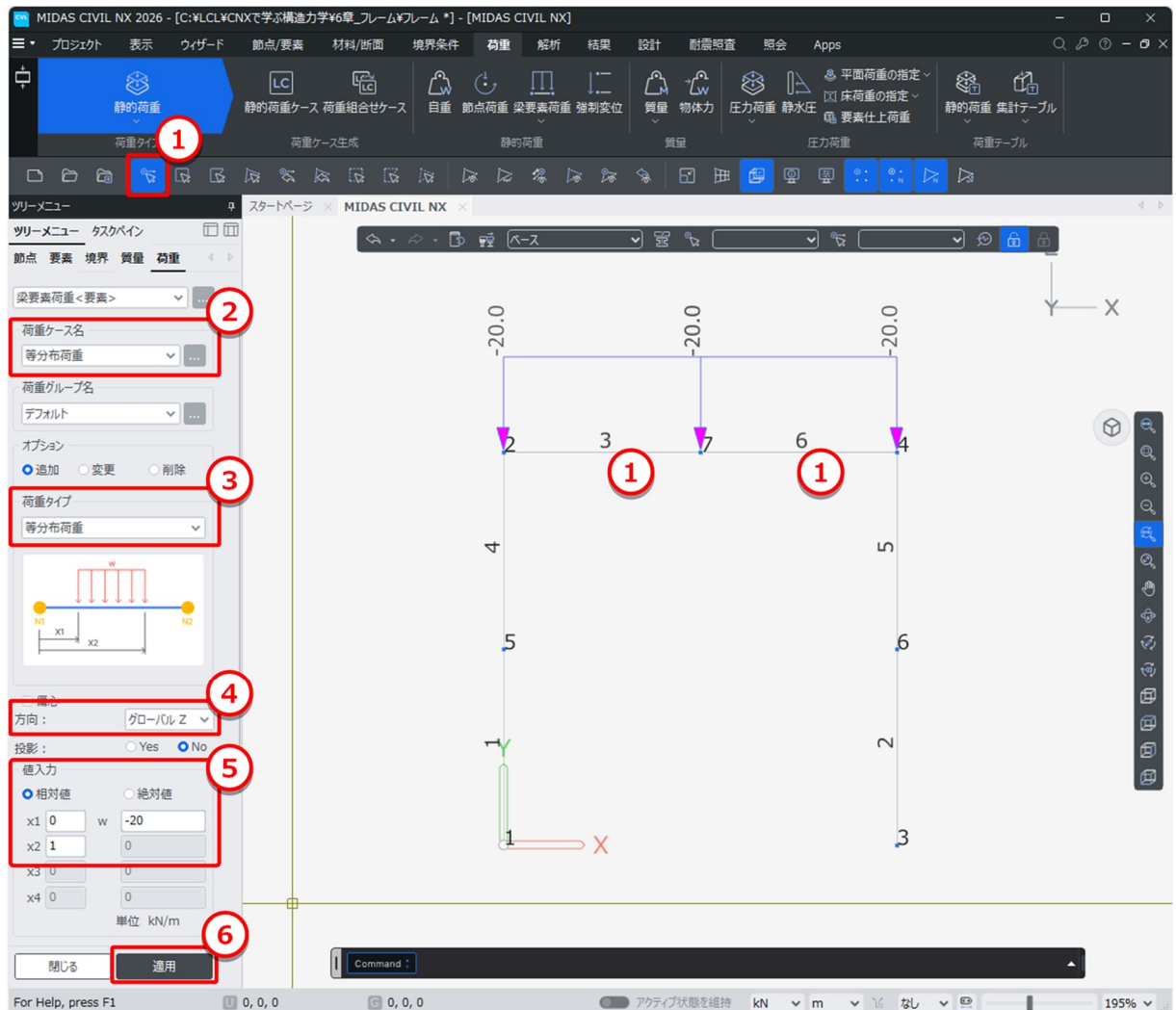


図 6.14 等分布荷重の入力

**Tip** 選択された要素番号の確認方法

要素を選択すると水平ツールバー内・要素選択の入力欄に要素番号が出力される。

柱頭に節点荷重を入力する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「静的荷重」 > [節点荷重]

- ① [  単一選択 ] をオンにして、節点 2 と節点 4 を選択する。
- ② 荷重ケース名で「節点荷重」を選択する。
- ③ オプションで「追加」を選択する。
- ④ 節点荷重 > FX に「35」を入力する。
- ⑤ [適用] をクリックする。

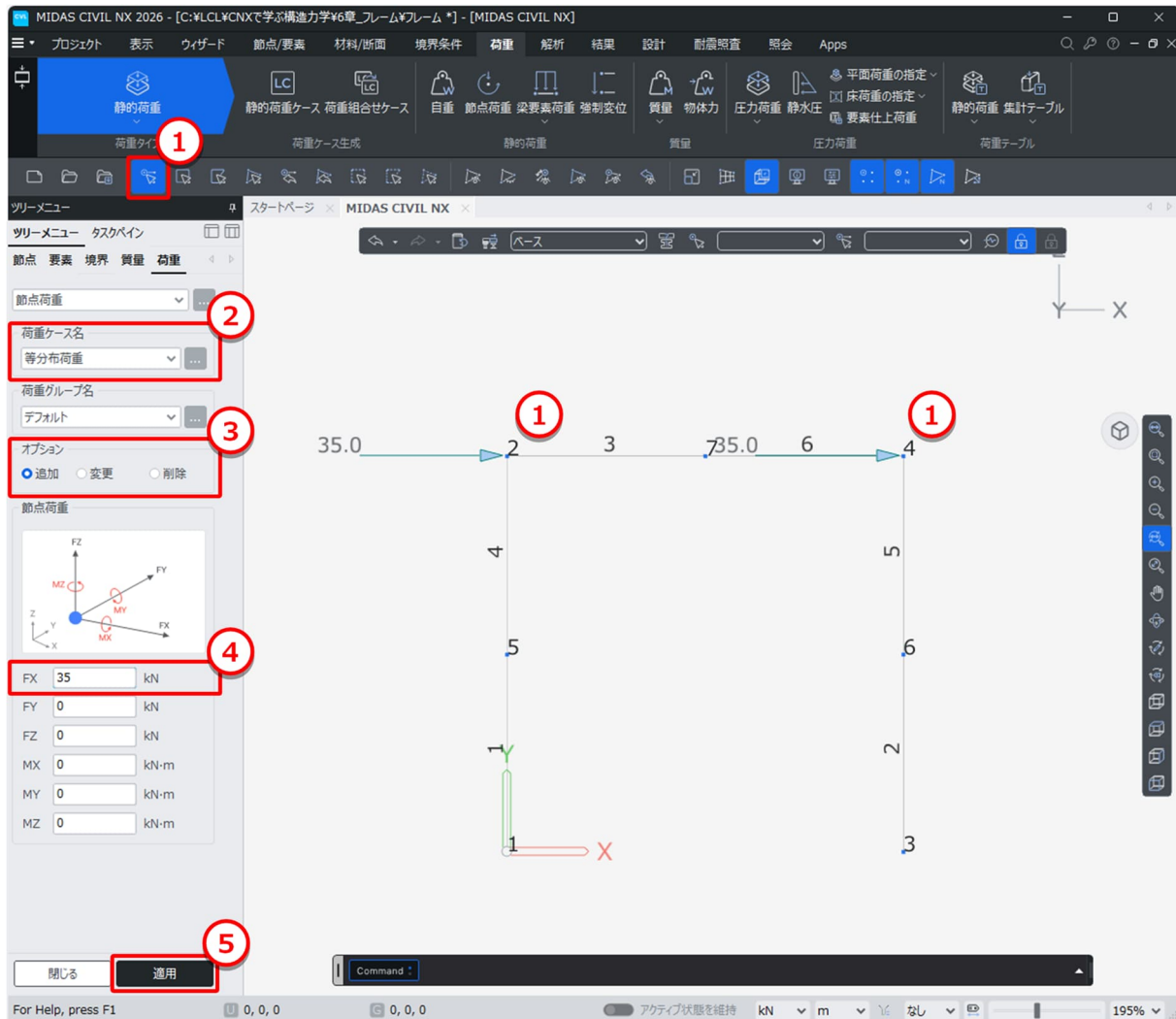


図 6.15 節点荷重の入力



**Tip** 選択された節点番号の確認方法

節点を選択すると水平ツールバー内・節点選択の入力欄に要素番号が出力される。

### (3) 要素の複製

剛接合のみで部材が接合されているモデルと、3つのヒンジが使用されたモデルを比較するため、今までモデリングしたモデルを複製する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [コピー/移動▼] > [要素コピー/移動]

- ① モードで「コピー」を選択する。
- ② コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「12,0,0」，回数に「1」を入力する。
- ③ [節点属性のコピー] 及び [要素属性のコピー] のチェックをオンにする。
- ④ [  全て選択 ] をクリックする。
- ⑤ [適用] をクリックする。

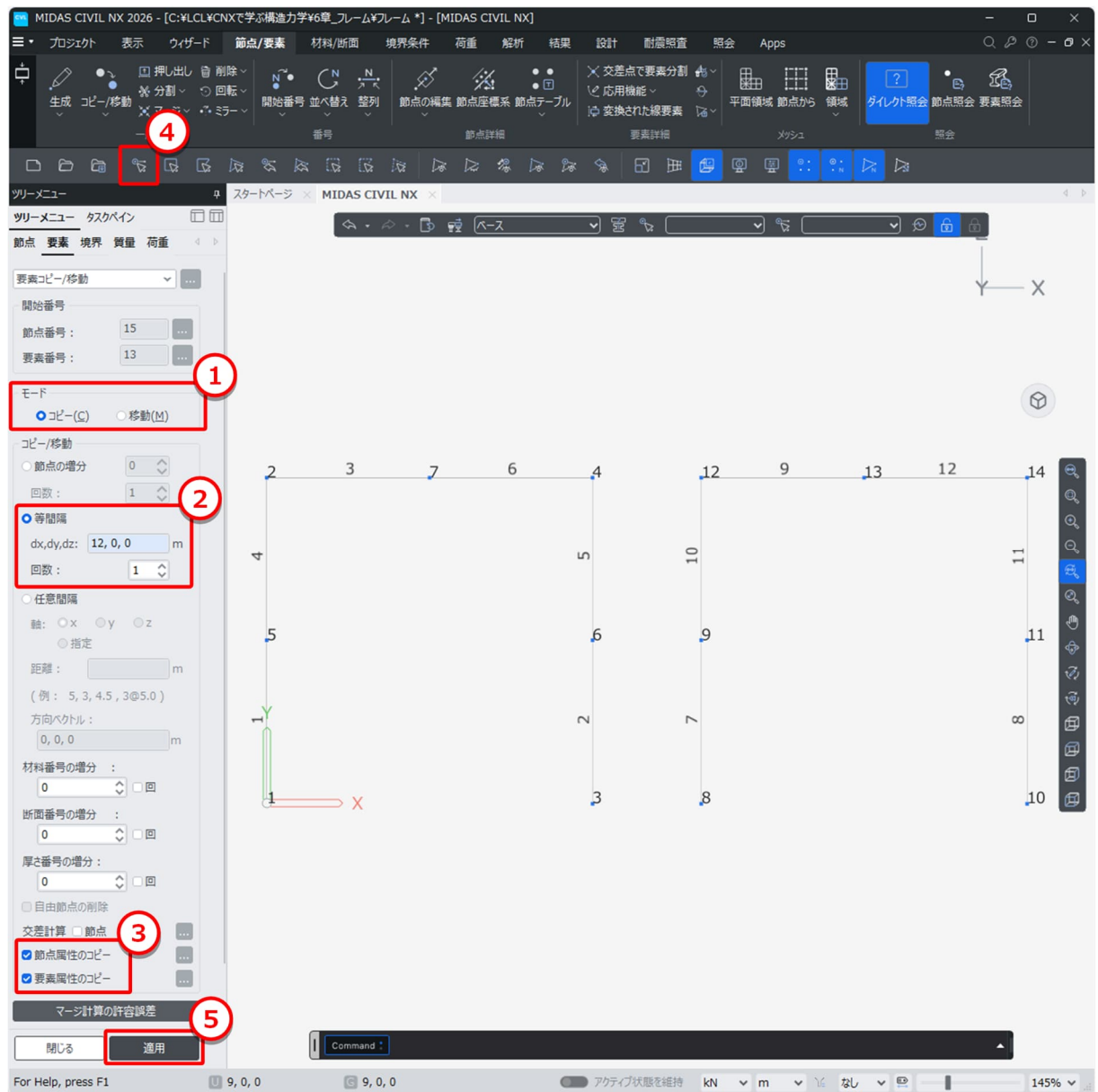


図 6.16 モデル 2 の生成

**Tip** 選択された節点番号の確認方法

節点（要素）属性のコピーは元のモデルに入力されているデータも同時に複製するオプションである。

#### (4) 内部ヒンジの入力

モデル 2 に内部ヒンジを入力する。

① [節点番号] をオフにする。

メインメニュー：[境界条件] > [端部結合] > [端部結合条件]

② [単一選択] をオンにして、部材 7、部材 8、部材 9 を選択する。

③ [固定-ピン] をクリックする。

④ [適用] をクリックする。

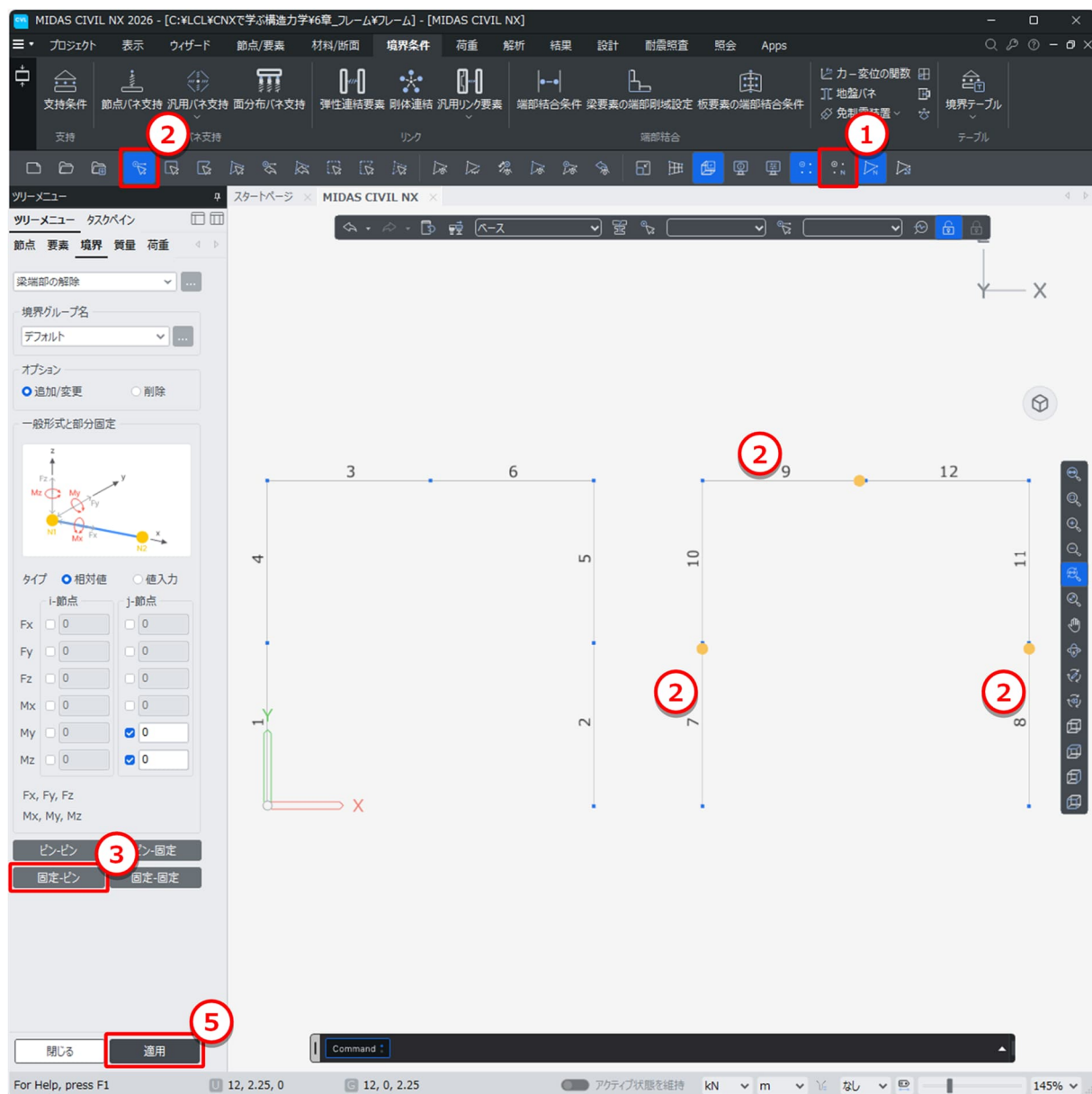


図 6.17 ヒンジ条件の入力



**Tip** 選択された節点番号の確認方法

[ピン-ピン] などのボタンは部材の i 端と j 端の支点条件を意味し、i と j 端の区分は部材の左右の節点番号の内、前の番号が i 端となる。

### 6.2.7 構造解析の実行

構造解析を実行する。

メインメニュー：[解析] > [解析実行] > [解析実行]

① メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認する。

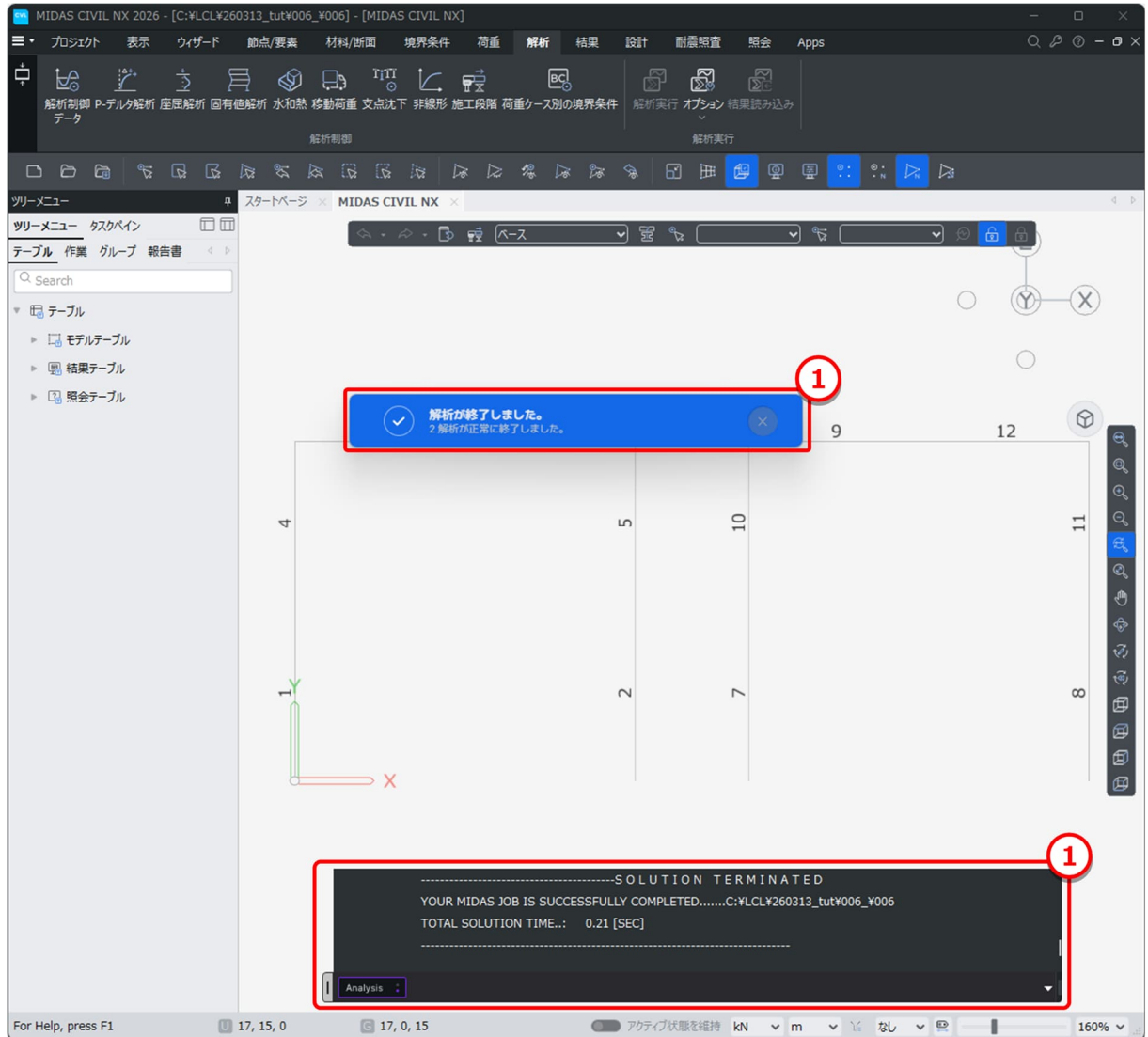


図 6.18 解析の正常終了のメッセージ

## 6.2.8 解析結果の確認

### (1) 変位及び変形

重力方向の荷重（等分布荷重）による構造物の変形を確認する。

- ① [節点番号] と [要素番号] をオフにする。
- メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [変形▼] > [変形図]
- ② 荷重ケース/組合せで「ST: 等分布荷重」を選択する。
- ③ 成分で「DXYZ」を選択する。
- ④ 表示形式>「変形前」をオンにする。
- ⑤ 変形の右側にある [...] をクリックする。
- ⑥ 変形の表示方法で「なめらか」を選択し、「OK 時に適用」をオンにする。
- ⑦ [OK] をクリックする。

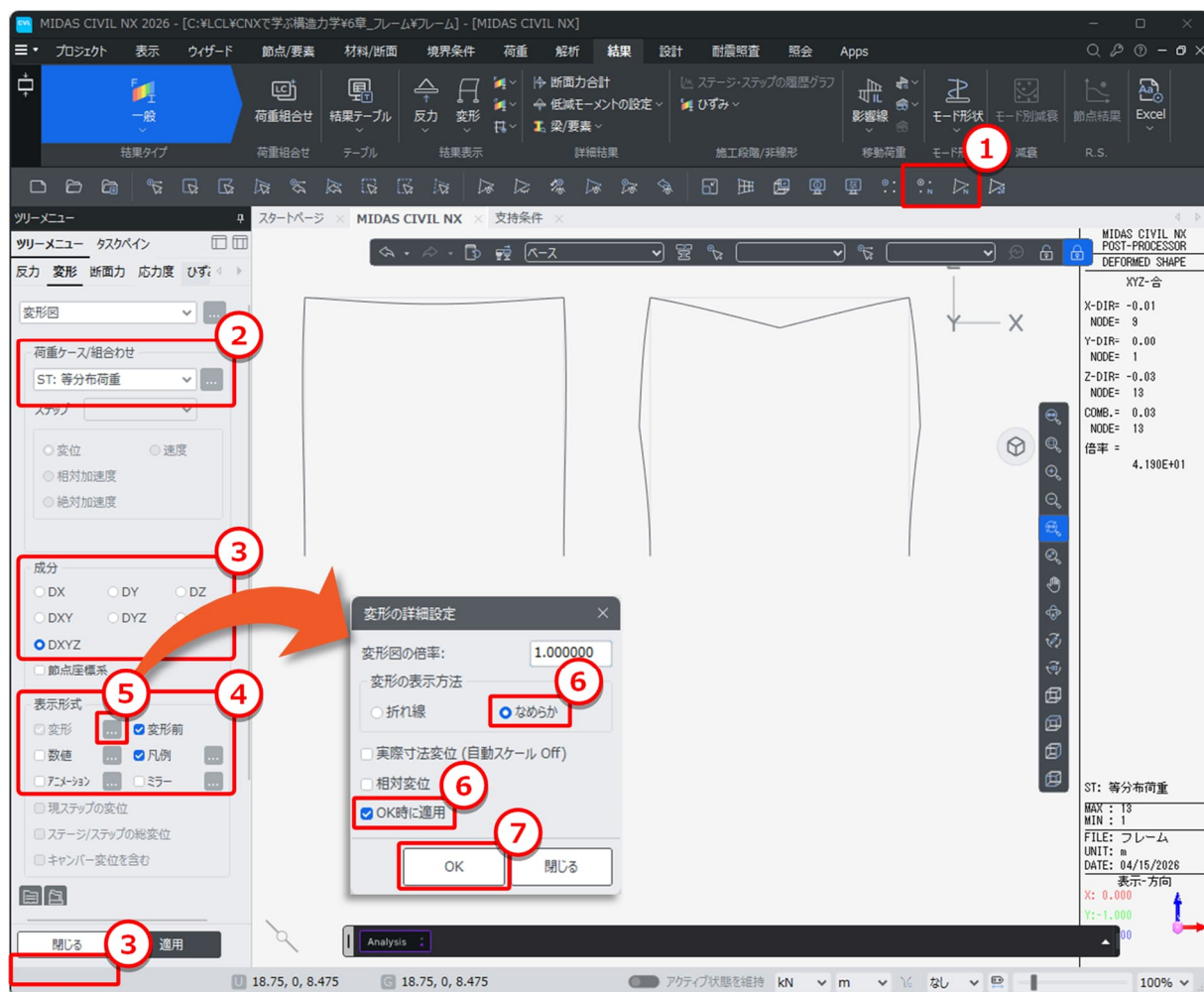


図 6.19 等分布荷重による変形の結果

モデル 2 では、梁中央のヒンジにより曲げモーメントが伝達されず回転が自由となるため、ヒンジ位置で変形が集中する。

その結果、部材はヒンジを境に分割され、片持ち梁に近い変形挙動を示す。

水平力（節点荷重）による構造物の変形図を確認する。

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 節点荷重」を選択する。
- ② 変形の右側にある [...] をクリックして、変形図の倍率に「2.0」を入力する。
- ③ [OK] をクリックする。

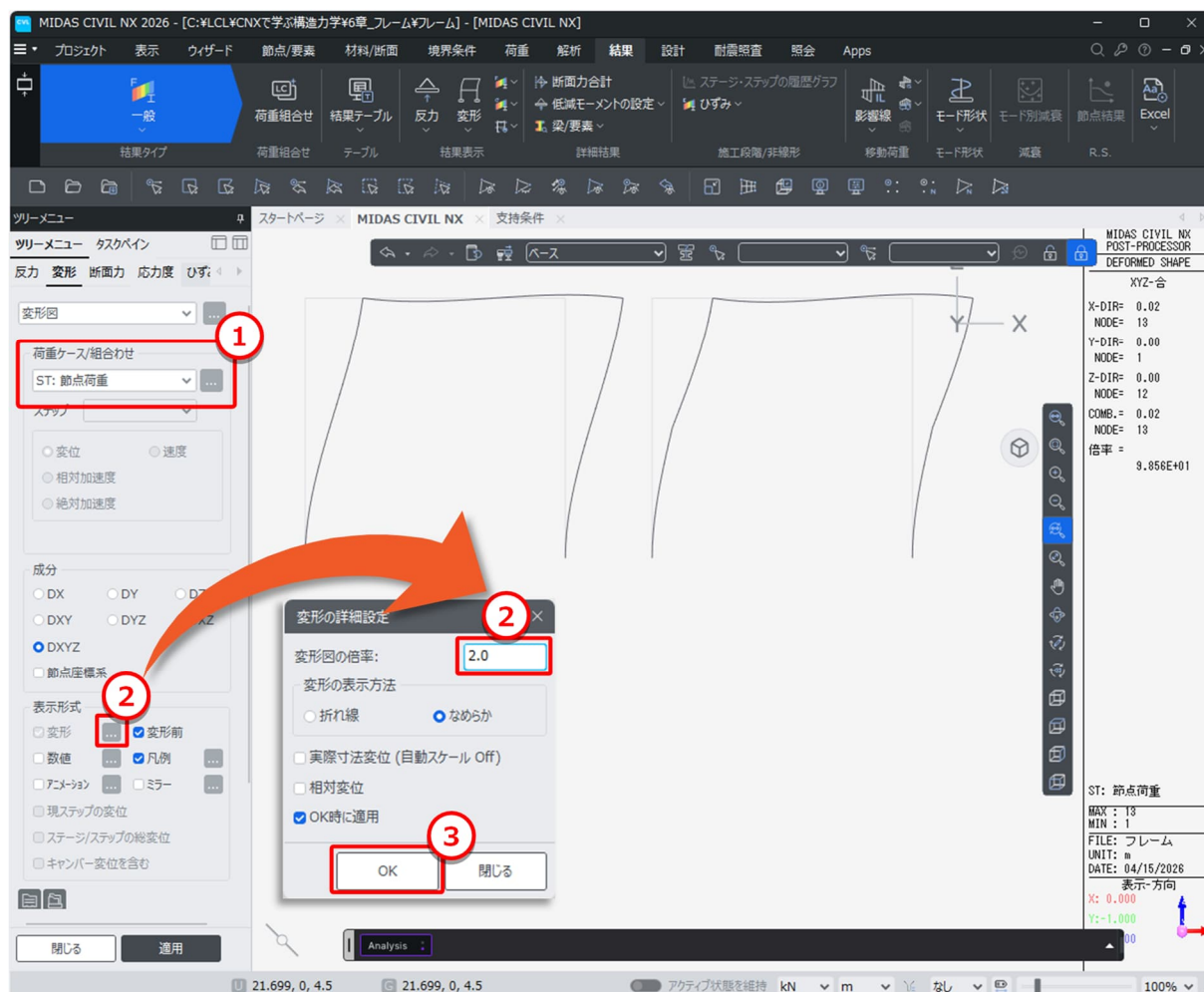


図 6.20 水平力による変形の結果

モデル 2 では、中央のヒンジにより曲げモーメントが伝達されないため、ヒンジ位置で変形形状が急激に変化する。

ヒンジ下部の柱は固定柱として挙動し、上部の柱は自由端を持つ柱と同様の変形挙動を示す。

## (2) 部材力

重力方向の荷重（等分布荷重）による構造物のせん断力図を確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 等分布荷重」を選択する。
- ② 断面力の成分で「Fz」を選択する。
- ③ ディスプレイオプション>倍率に「2」を入力する。
- ④ 表示形式で「数値」をオンにする。
- ⑤ [適用] をクリックする。

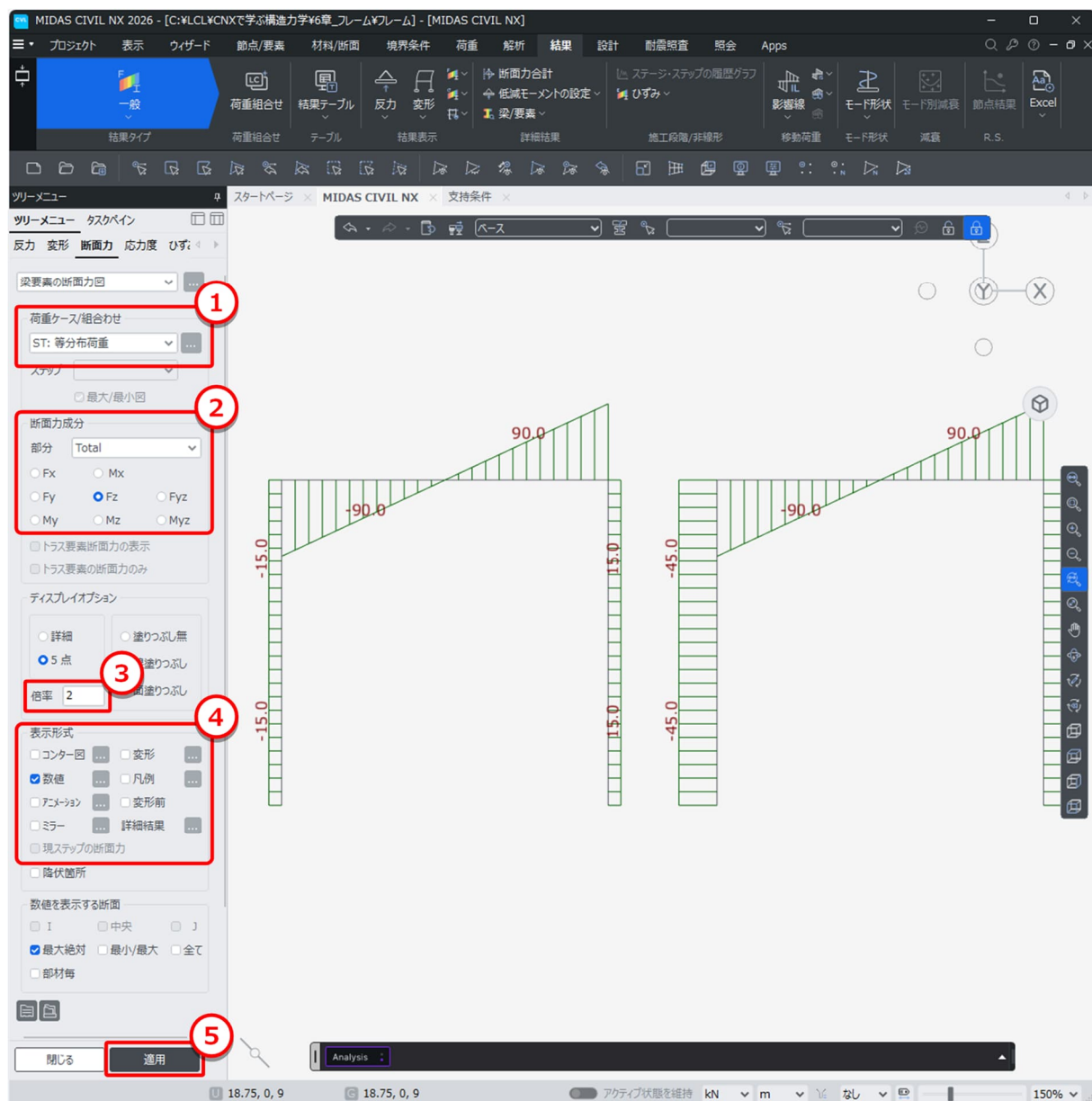


図 6.21 等分布荷重によるせん断力

モデル 2 では、梁に作用する荷重により柱上端に 202.5 kN・m の曲げモーメントが発生する。  
このモーメントはヒンジ上部の柱長さ 4.5 m によってせん断力として伝達され、その大きさは  
45 kN (= 202.5/4.5) となる。 ※次ページ参照

重力方向の荷重（等分布荷重）による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー [結果/一般] > 「結果表示」 > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 等分布荷重」を選択する。
- ② 断面力の成分で「My」を選択する。
- ③ ディスプレイオプション>倍率に「1.0」を入力する。
- ④ 表示形式で「数値」をオンにする。
- ⑤ 数値を表示する断面で「最小/最大」をオンにする。
- ⑥ [適用] をクリックする。

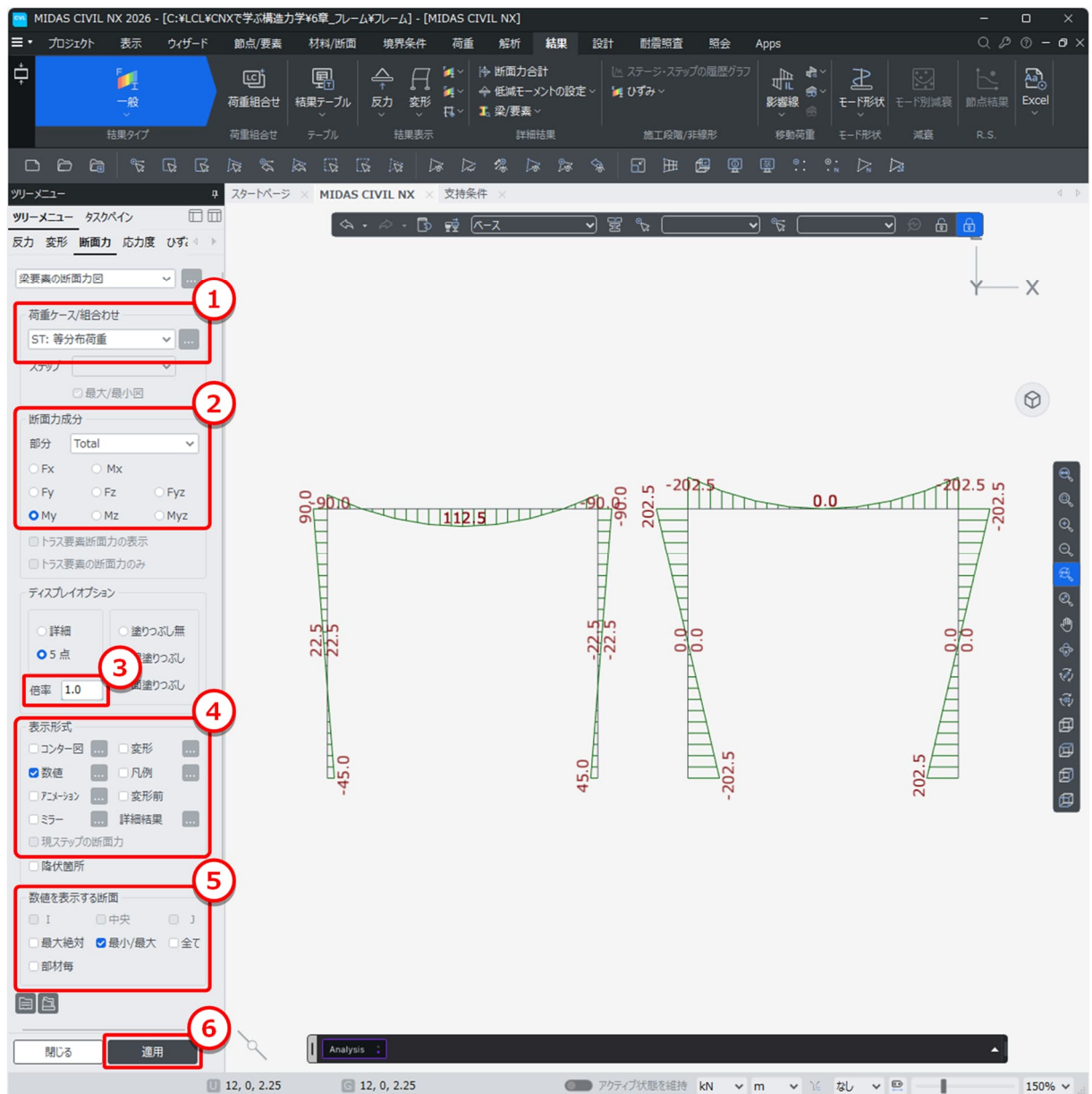


図 6.22 等分布荷重による曲げモーメント

モデル 2 の梁は、中央のヒンジにより曲げモーメントが伝達されないため、ヒンジ位置で曲げモーメントがゼロとなる。

このため、梁はヒンジを境に分割され、片持ち梁に近い曲げモーメント分布を示す。

水平力による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー [結果/一般] > [結果表示] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 節点荷重」を選択する。
- ② 断面力の成分で「My」を選択する。
- ③ [適用] をクリックする。

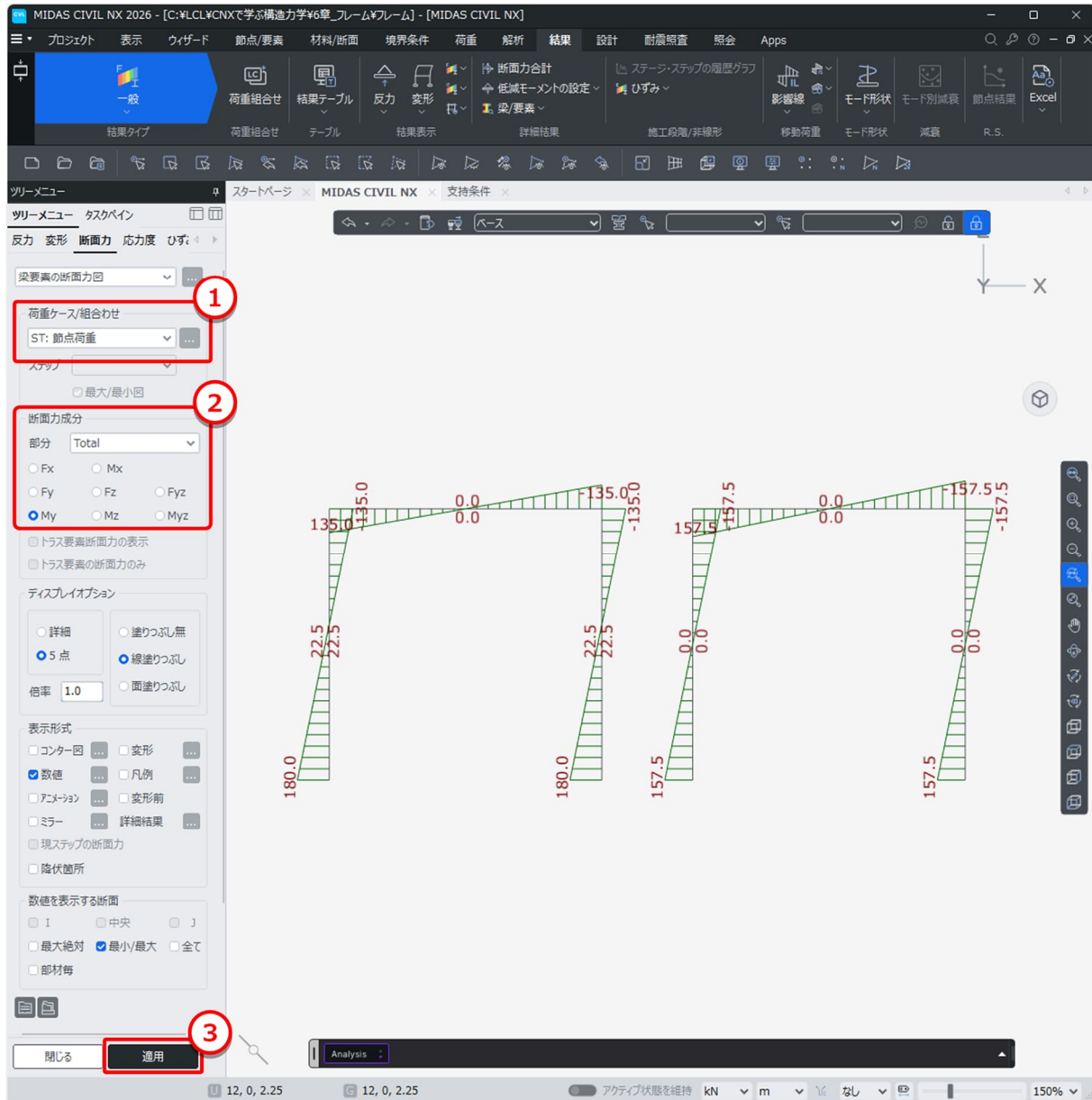


図 6.23 水平力による曲げモーメント

## 6.3 構造計算の解説

### 6.3.1 力学的概念の理解及び数値計算

#### (1) モデル 1；水平力が作用する場合

モデル 1 は 3 次不静定構造であるため、変形法をそのまま適用すると未知数が 3 つとなり、手計算による数値計算には必ずしも適していない。しかし、本構造は形状および荷重条件が左右対称であるため、対称性（正確には逆対称性）を考慮することで自由度を減らすことができる。これにより、モーメント分配法を用いると未知数を 1 つに絞って解析することが可能となる。

水平力が作用する場合、モデル 1 は図 6.24 (a) に示すように逆対称形状で変形する。この逆対称性より、節点 B および節点 C では回転が生じないものと仮定できる。そこで、まず B 点および C 点の回転を拘束した状態で水平力を作用させると、図 6.24 (b) のように変形し、各部材端部には固定端モーメント  $M_F$  が発生する。

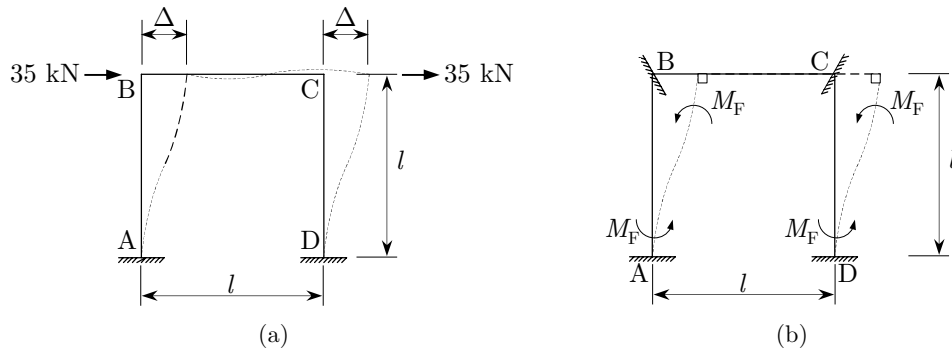


図 6.24 水平力作用時

しかし、実際の構造物では節点 B および節点 C は回転拘束されていない。したがって、モーメント分配法を適用し、これらの回転拘束を段階的に解除する必要がある。

この際、逆対称変形を考慮すると、節点 B に接続する柱 BA は、他端が固定された条件となるため、部材剛性  $k_{BA}$  は以下となる。

$$k_{BA}(\text{他端固定}) = \frac{4EI}{l} \quad (6.1)$$

一方、梁 BC は両端が同じ大きさで逆向きに回転する逆対称条件となるため、部材剛性は  $k_{BC}$  は以下となる。

$$k_{BC}(\text{他端逆対象}) = \frac{6EI}{l} \quad (6.2)$$

したがって、節点 B における剛性の合計は  $10EI/L$  となる。モーメント分配法では、節点に作用する解除モーメントを、この剛性の比に応じて各部材に分配する。したがって、柱 BA および梁 BC のモーメント分配率は、それぞれ  $4/(4+6) = 0.4$ 、 $6/(4+6) = 0.6$  と求められる。

しかし、実際の構造物では節点 B および節点 C は回転拘束されていない。そこでモーメント分配法を適用し、これらの回転拘束を段階的に解除する。なお、本モデルでは逆対称条件が成立するため、柱および梁の剛比は上記で求めた値と同一となり、対応するモーメント分配率もそれぞれ 0.4 および 0.6 となる。

この分配率を用いてモーメント分配法を適用すると、次の計算過程が得られる。なお、得られた結果は、CIVIL NX による数値解析結果と一致する。

表 6.1 モーメント分配法の計算表

| モーメント分配法          | 節点 A       | 節点 B       |            |
|-------------------|------------|------------|------------|
| 分配率               | 1.0        | 0.4        | 0.6        |
| 固定端モーメント          | $M_F$      | $M_F$      | 0          |
| 解除モーメントの分配モーメント   | 0          | $-0.6 M_F$ | $-0.6 M_F$ |
| 到達モーメント (伝達率=0.5) | $-0.2 M_F$ | 0          | 0          |
| 結果モーメント           | $0.8 M_F$  | $0.6 M_F$  | $-0.6 M_F$ |

分配モーメント：解除モーメントが分配率（剛比）により分配されるモーメント  
解除モーメント：当該節点の固定端モーメントの総和がゼロになるようにするモーメント  
到達モーメント：連接する端部で発生するモーメントにより伝わってきたモーメント

上記の表は、モデル 1 に対してモーメント分配法を適用した際の計算過程を示したものである。

まず、節点 B を回転拘束した状態で水平力を作用させると、柱および梁に固定端モーメントが発生する。このとき、節点 A は固定端であるため分配率は 1.0 となり、節点 B では柱 BA および梁 BC に対して、それぞれ 0.4 および 0.6 の分配率が与えられる。

次に、節点 B の回転拘束を解除するため、節点 B における固定端モーメントの不釣り合い分を解除モーメントとして算定し、これを分配率に応じて柱および梁に分配する。表中の「解除モーメントの分配モーメント」は、この解除モーメントを剛比に基づいて分配した結果を示している。

分配されたモーメントのうち、柱 BA の B 端に生じたモーメントは、伝達率 0.5 を掛けた値が他端 A に到達モーメントとして伝達される。本モデルでは、柱 BA に分配された  $-0.4M_F$  に対し、節点 A の到達モーメントは  $-0.2M_F$  となる。ただし、節点 A は固定端であり、これ以上モーメントを分配する必要がないため、この到達モーメントは最終結果の算定には影響しない。

結果モーメントは、固定端モーメント、分配モーメントおよび到達モーメントを端部ごとに加算した最終値である。節点 A では、固定端モーメントに対して柱 BA を通じて到達した  $-0.2M_F$  を加えることで  $0.8M_F$  が得られる。一方、節点 B では柱および梁に生じる結果モーメントが互いに釣り合い、それぞれ  $0.6M_F$  および  $-0.6M_F$  となる。

$M_F$  は下式のように、横方向の力の釣り合い条件から算定できる。

$$70 = 2 \times \frac{0.6M_F + 0.8M_F}{l} = \frac{2.8M_F}{l}, \quad M_F = 225 \text{ kN m} \quad (6.3)$$

数値計算の結果と CIVIL NX による解析結果が一致する。なお、ここでの係数 2 は、左右に同一の柱が 2 本存在し、それぞれが同じ大きさの水平せん断力を負担していることを表している。

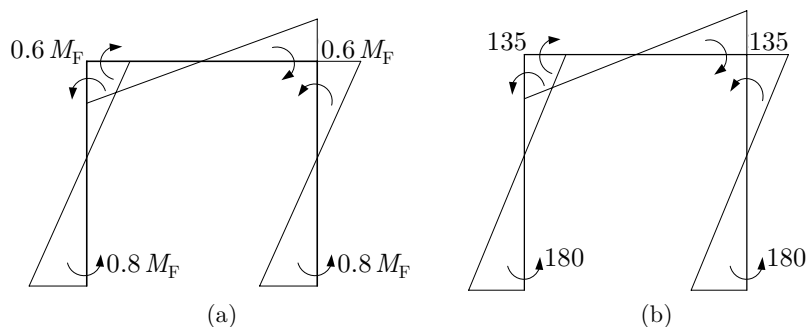


図 6.25 M 図

## (2) モデル 1；垂直荷重が作用する場合

垂直荷重が作用する場合，モデル 1 は左右対称な構造および荷重条件を有するため，下図(a)に示すように対称形状で変形する．したがって，節点 B および節点 C の回転を拘束した状態で垂直荷重を作用させると，下図(b)のように変形し，固定端モーメント  $M_F$  が発生する．

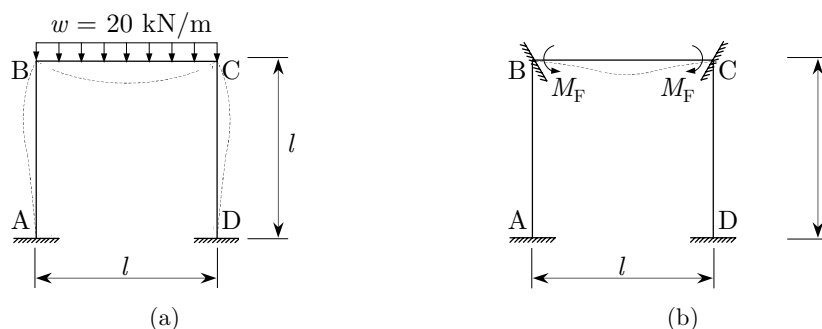


図 6.26 鉛直荷重作用時

この固定端モーメントは

$$M_F = \frac{wl^2}{12} = 135 \text{ kN m} \quad (6.4)$$

で与えられる．

しかし，実際の構造物では節点 B および節点 C の回転は拘束されていないため，モーメント分配法を適用してこれらの拘束を解除する必要がある．

この際，対称変形を考慮すると，節点 B に接続する柱 BA は，他端が固定された条件となるため，部材剛性  $k_{BA}$  は以下のように表される．

$$k_{BA}(\text{他端固定}) = \frac{4EI}{l} \quad (6.5)$$

一方，梁 BC は，両端が同じ大きさかつ同じ向きに回転する対称条件となるため，部材剛性  $k_{BC}$  は以下となる．

$$k_{BC}(\text{他端逆対象}) = \frac{2EI}{l} \quad (6.6)$$

したがって，節点 B における回転に対する抵抗は，節点 B に接続する各部材の剛性の総和として評価される．節点 B における剛性の合計は  $4EI/L + 2EI/L = 6EI/L$  となる．

モーメント分配法では，節点に作用する解除モーメントを，この剛性の比に応じて各部材に分配する．したがって，柱 BA および梁 BC のモーメント分配率は，それぞれ  $4/(4+2) = 2/3$ ， $2/(4+2) = 1/3$  と求められる．

しかし，実際の構造物では節点 B および節点 C は回転拘束されていない．そこでモーメント分配法を適用し，これらの回転拘束を段階的に解除する．なお，本モデルでは対称変形条件が成立するため，柱および梁の剛比は上記で求めた値と同一となり，対応するモーメント分配率もそれぞれ  $2/3$  および  $1/3$  となる．

モーメント分配法を適用すると次のようになり，これは CIVIL NX による解析結果と一致する．

表 6.2 モーメント分配法の計算結果表

| モーメント分配法         | 節点 A | 節点 B |      |
|------------------|------|------|------|
| 分配率              | 1.0  | 2/3  | 1/3  |
| 固定端モーメント         | 0    | 0    | -135 |
| 解除モーメントの分配モーメント  | 0    | 90   | 45   |
| 到達モーメント（伝達率=0.5） | 45   | 0    | 0    |
| 結果モーメント          | 45   | 90   | -90  |

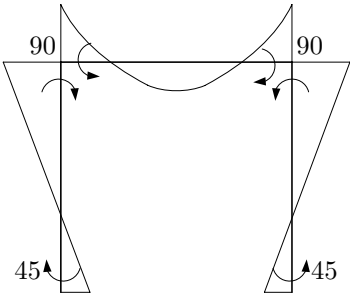


図 6.27 M 図

## (3) モデル 2；水平力が作用する場合

モデル 2 は反力が 6 つあるため、6 つの方程式が必要となる。しかし力の釣り合い条件による式 3 つに、E、F、G 点のモーメントが 0 となる条件式 3 つができるため、追加の条件を必要としない静定構造物である。従って、以下のように 6 つの式で解析が可能である。

$$\begin{aligned}\sum H &= 0 ; & -H_A - H_D + 35 + 35 &= 0 \\ \sum V &= 0 ; & V_A + V_D &= 0 \\ \sum M_A &= 0 ; & -M_A - M_D - 9V_D + 35 \times 9 + 35 \times 9 &= 0 \\ \sum M_E &= 0 ; & 4.5H_A - M_A &= 0 \\ \sum M_G &= 0 ; & 4.5H_D - M_D &= 0 \\ \sum M_F &= 0 ; & 9H_D - 4.5V_D - M_D &= 0\end{aligned}$$

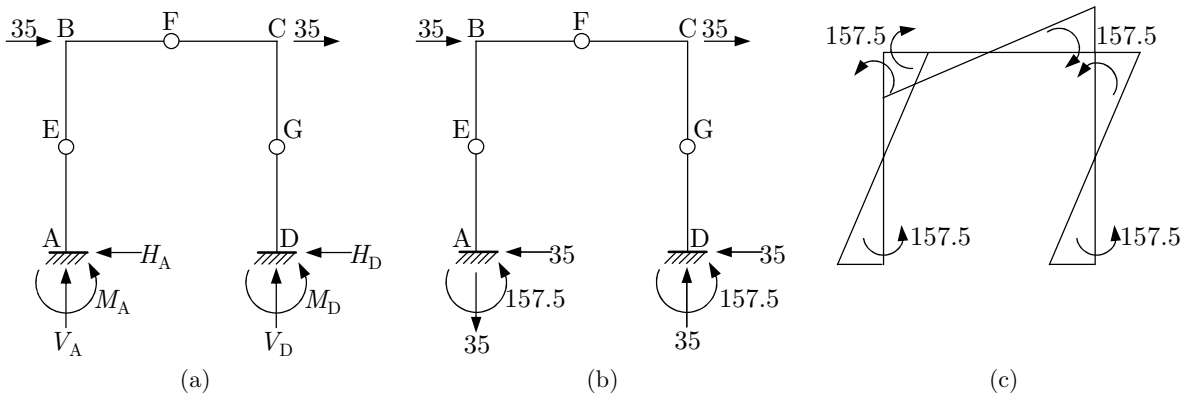


図 6.28 M 図

## (4) モデル 2；垂直荷重が作用する場合

$$\begin{aligned}\sum H &= 0 ; & H_A + H_D &= 0 \\ \sum V &= 0 ; & V_A + V_D &= 20 \times 9 \\ \sum M_A &= 0 ; & M_A + M_D + 9V_D - 20 \times 9 \times 4.5 &= 0 \\ \sum M_E &= 0 ; & -4.5H_A + M_A &= 0 \\ \sum M_G &= 0 ; & -4.5H_D + M_D &= 0 \\ \sum M_F &= 0 ; & -9H_D + 4.5V_D + M_D - 20 \times 4.5 \times \frac{4.5}{2} &= 0\end{aligned}$$

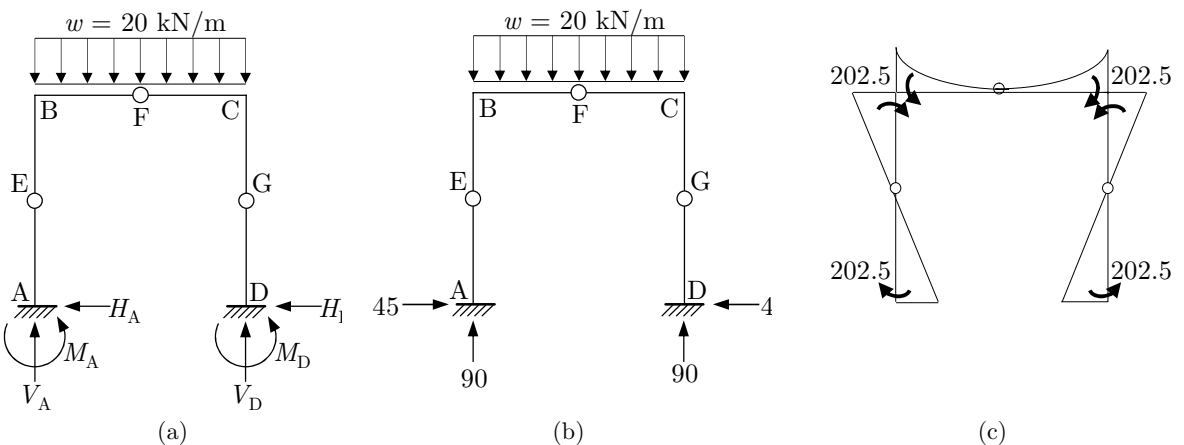


図 6.29 M 図

## 6.4 練習問題

### (1) 問題

次のフレーム構造について，せん断力図，曲げモーメント図，軸力図をそれぞれ作成し，たわみ形状を示せ．

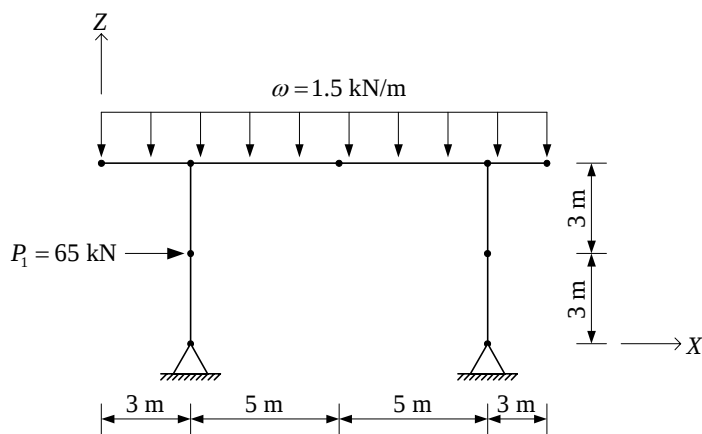


図 6.30

#### ➤ 材料

##### コンクリート

- ・設計基準強度 .....  $\sigma_{ck} = 24 \text{ N/mm}^2$

#### ➤ 断面

- ・形状：正方形
- ・断面寸法 .....  $B \times D = 0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$

#### ➤ 荷重

- ・梁に鉛直下向・等分布荷重 .....  $w = 1.5 \text{ kN/m}$
- ・柱頭に水平方向・集中荷重 .....  $P = 65 \text{ kN}$

## (2) 解説

本問題では、鉛直方向の等分布荷重および柱に作用する水平方向集中荷重を受けるラーメン構造について、せん断力、曲げモーメント、軸力および変形形状を確認した。

梁部には鉛直方向の等分布荷重が作用しているため、梁には曲げモーメントおよびせん断力が発生する。特に梁中央付近では正曲げモーメントが卓越し、柱との接合部付近では負曲げモーメントが発生する。

柱に作用する水平荷重により、フレーム全体には水平方向変位が生じる。これに伴い、左右の柱には曲げモーメントおよびせん断力が発生し、柱脚部および梁柱接合部で大きな曲げモーメントが生じる。

軸力については、鉛直荷重による影響により柱に圧縮軸力が発生する。また、水平荷重によるフレーム作用によって、左右の柱の軸力分布は完全には一致せず、軸力の増減が生じる。

変形形状は、鉛直荷重による梁のたわみと、水平荷重によるフレーム全体の水平変位が重なった形状となる。水平荷重の作用方向へフレーム全体が変形し、柱には曲げ変形が発生する。

以上より、ラーメン構造では梁と柱が剛結されているため、鉛直荷重および水平荷重に対して梁と柱が一体となって抵抗し、曲げモーメント、せん断力および軸力が各部材へ分配されることが確認できる。