

第7章 傾斜支点を持つフレーム解析

目 次

7.1	概念の理解	7-1
7.1.1	傾斜支点解析の概念	7-1
7.2	チュートリアル	7-3
7.2.1	モデルの概要	7-3
7.2.2	作業環境の設定	7-4
7.2.3	材料及び断面の定義	7-6
7.2.4	節点及び要素の生成	7-7
7.2.5	境界条件の入力	7-11
7.2.6	荷重の入力	7-12
7.2.7	構造解析の実行	7-17
7.2.8	解析結果の確認	7-18
7.3	構造計算の解説	7-24
7.3.1	力学的概念の理解及び数値計算	7-24
7.4	練習問題	7-28

7.1 概念の理解

7.1.1 傾斜支点解析の概念

(1) 一般事項

構造物の支持条件は、必ずしも全体座標系に対して水平または鉛直方向とは限らず、斜め方向に設定される場合がある。このような場合、構造物の変形挙動や部材力の分布は、支持条件が全体座標系に対して水平・鉛直方向である場合とは異なる様相を示すため、解析において注意が必要である。



(a)



(b)

写真 7.1 構造物の傾斜支点

(2) 解析概念

図 7.1 は構造物の形状は同じであるが、支持条件が異なる 2 種類の構造物を示している。図 7.1(a) は C 点が部材 BC に拘束されているのに対し、図 7.1(b) は C 点が地面に対し垂直方向で拘束されている。

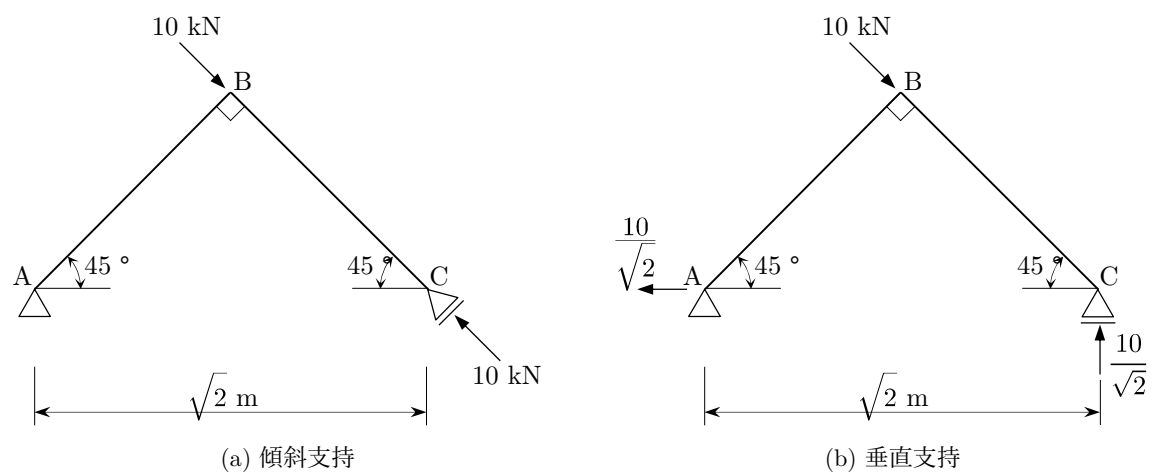


図 7.1 支持方向の異なる傾斜支持

図 7.2 は、これら 2 つの構造物に対して得られた軸力図 (N 図)、せん断力図 (Q 図)、および曲げモーメント図 (M 図) の分布を示したものである。図から分かるように、支持条件の違いによって構造物の部材力には大きな差が生じている。

図 7.1(a)では、C 点のみに反力が発生し、部材 BC のみが軸力 10 kN を受ける。一方、図 7.1(b)では、C 点だけでなく A 点にも反力が発生し、部材 AB および部材 BC の両方に曲げモーメントが生じている。

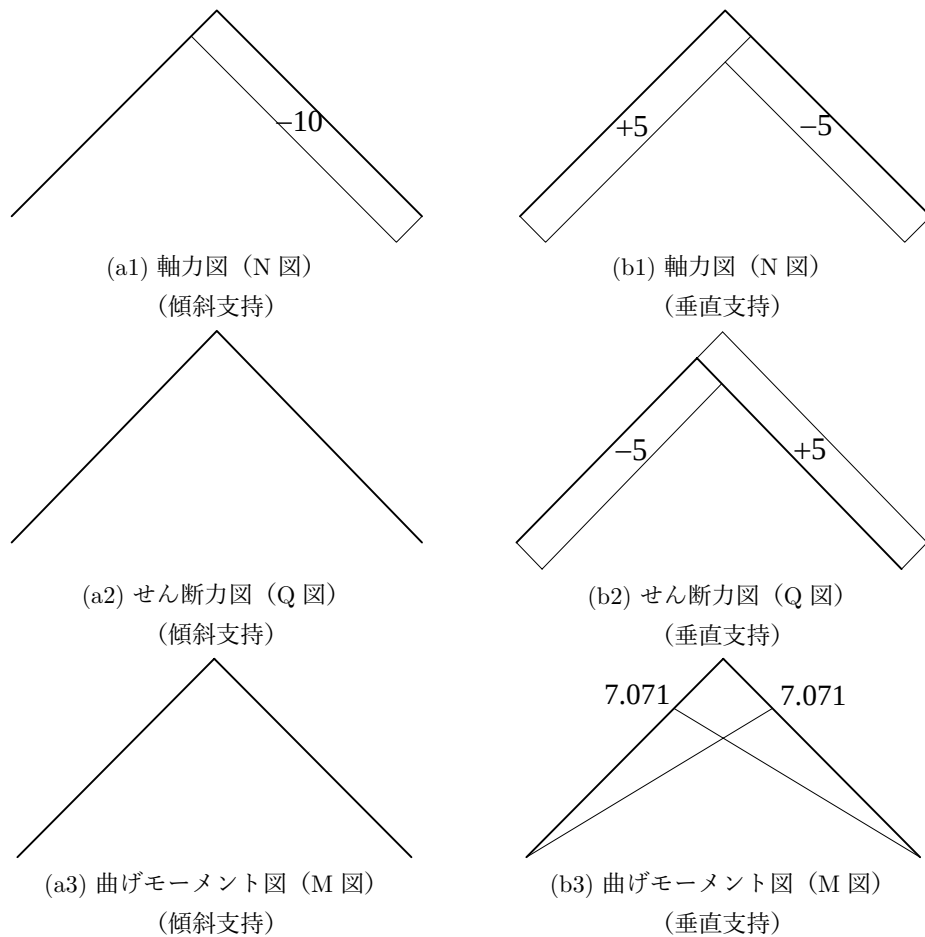
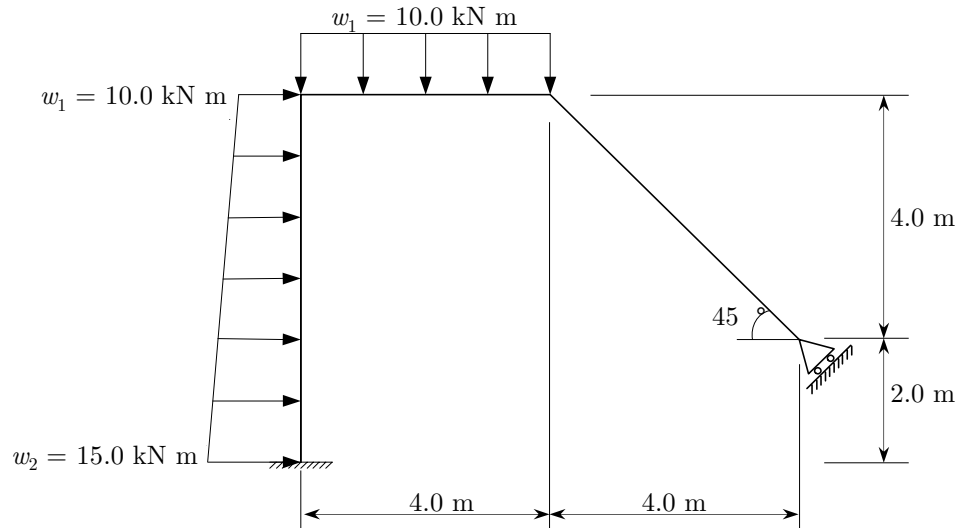


図 7.2 構造物の部材力

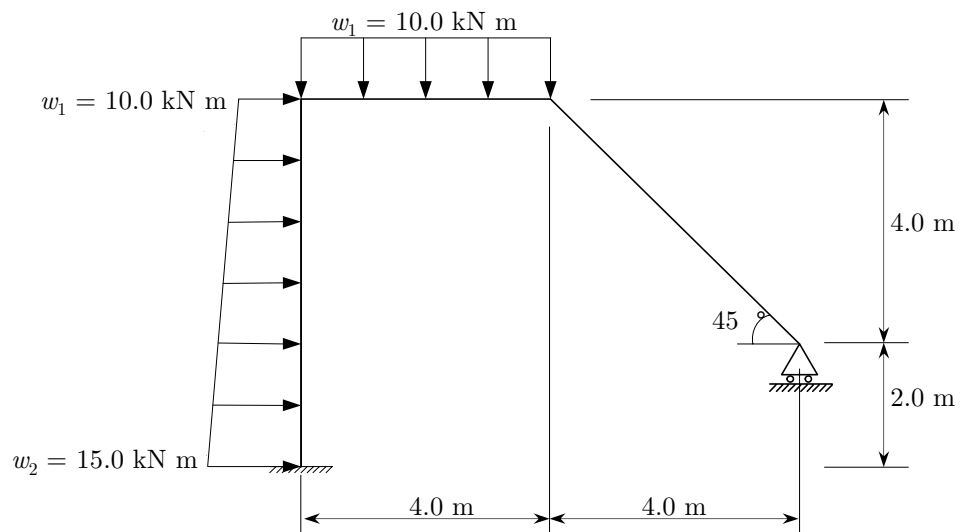
7.2 チュートリアル

7.2.1 モデルの概要

下図のように垂直方向の等分布荷重と水平方向の等変分布荷重を受けるラーメン構造における，支点傾斜度による変位，部材力，反力の違いを比較する．



(a) 傾斜支点



(b) 垂直支点

図 7.3 解析モデル

- 材料
 - ・鋼材：SM490（溶接構造用圧延材）
- 断面
 - ・形状：ボックス断面
 - ・断面寸法 $B \times D \times t = 1,000 \times 1,000 \times 10$ [mm]
- 荷重
 - ・水平部材に等分布荷重 $w_1 = 10.0$ kN/m
 - ・垂直部材に等分布荷重 $w_1 \sim w_2 = 10.0 \sim 15.0$ kN/m

7.2.2 作業環境の設定

(1) 単位系の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー：[≡ ファイル] > [📁 新規プロジェクト] .

[≡ ファイル] > [📁 保存] .

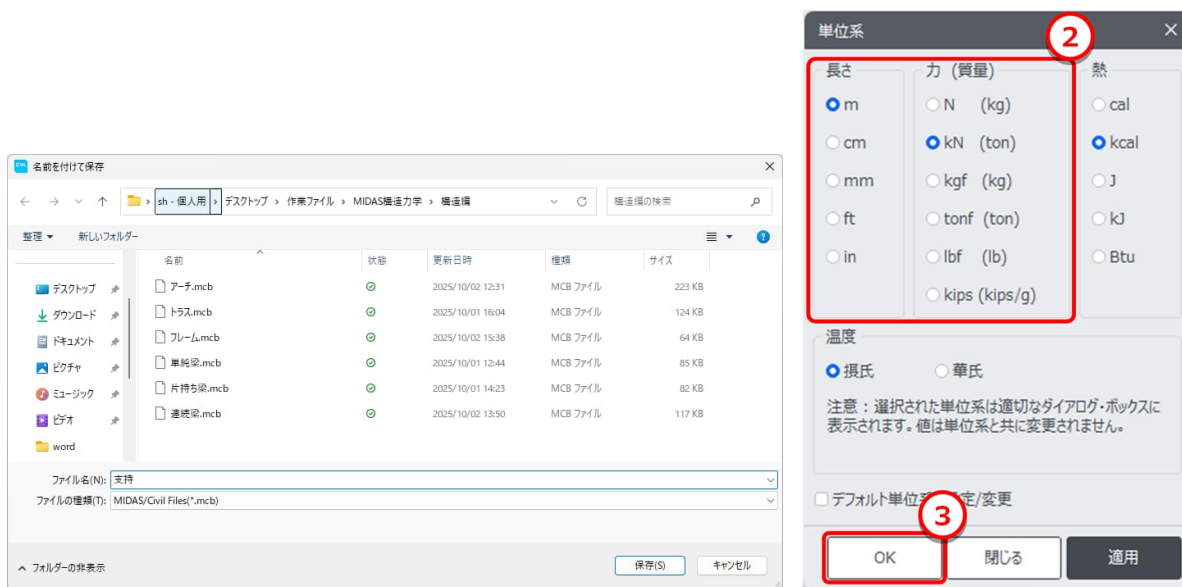
① ファイル名に「支持」と入力し，[保存] をクリックする。

使用する単位系を設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [単位系] .

② 長さは「m」，力(質量)は「kN(ton)」を選択する。

③ [OK] をクリックする。



(a) ファイルの保存

(b) 単位系の設定

図 7.4 ファイルの保存と単位系の設定

(2) 作業平面の設定

本チュートリアル解析モデルは平面（X-Z 平面）構造であるため、構造形式を X-Z 平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [基本設定]

- ① 構造形式で「X-Z 平面」を選択する。
- ② [OK] をクリックする。



図 7.5 作業平面の設定

7.2.3 材料及び断面の定義

梁要素の材料で鋼材 SM490（JIS 規格）を選択し、ボックス断面の寸法を入力する。

メインメニュー：[材料/断面] > [材料特性] > [材料特性]

[追加...] をクリックする。

① 弾性データ>タイプで「鉄骨」を選択する。

② 弾性データ>鉄骨>規格で「JIS-Civil(S)」，

>種別で「SM490」を選択する。

③ [OK] をクリックする。

[断面] タブをクリックし，[追加...] をクリックする。

④ 名称に「断面」と入力する。

⑤ 断面形状リストから「ボックス断面」を選択し，定義方法として「ユーザー」を選択する。

⑥ 断面寸法として H に「1」，B に「1」，tw に「0.01」，tf1 に「0.01」を入力する。

⑦ 「せん断変形を考慮する」をオフにする。

⑧ [OK] をクリックする。

[閉じる] をクリックする。

(a) 材料の定義

(b) 断面の定義

図 7.6 材料及び断面の定義

7.2.4 節点及び要素の生成

(1) 節点の生成

節点を入力する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成▼] > [節点生成]

- ① 座標 (x, y, z) に「0, 0, 0」を入力する。
- ② [適用] をクリックする。
- ③ [自動フィット] をオンにし，[正面] をクリックする。

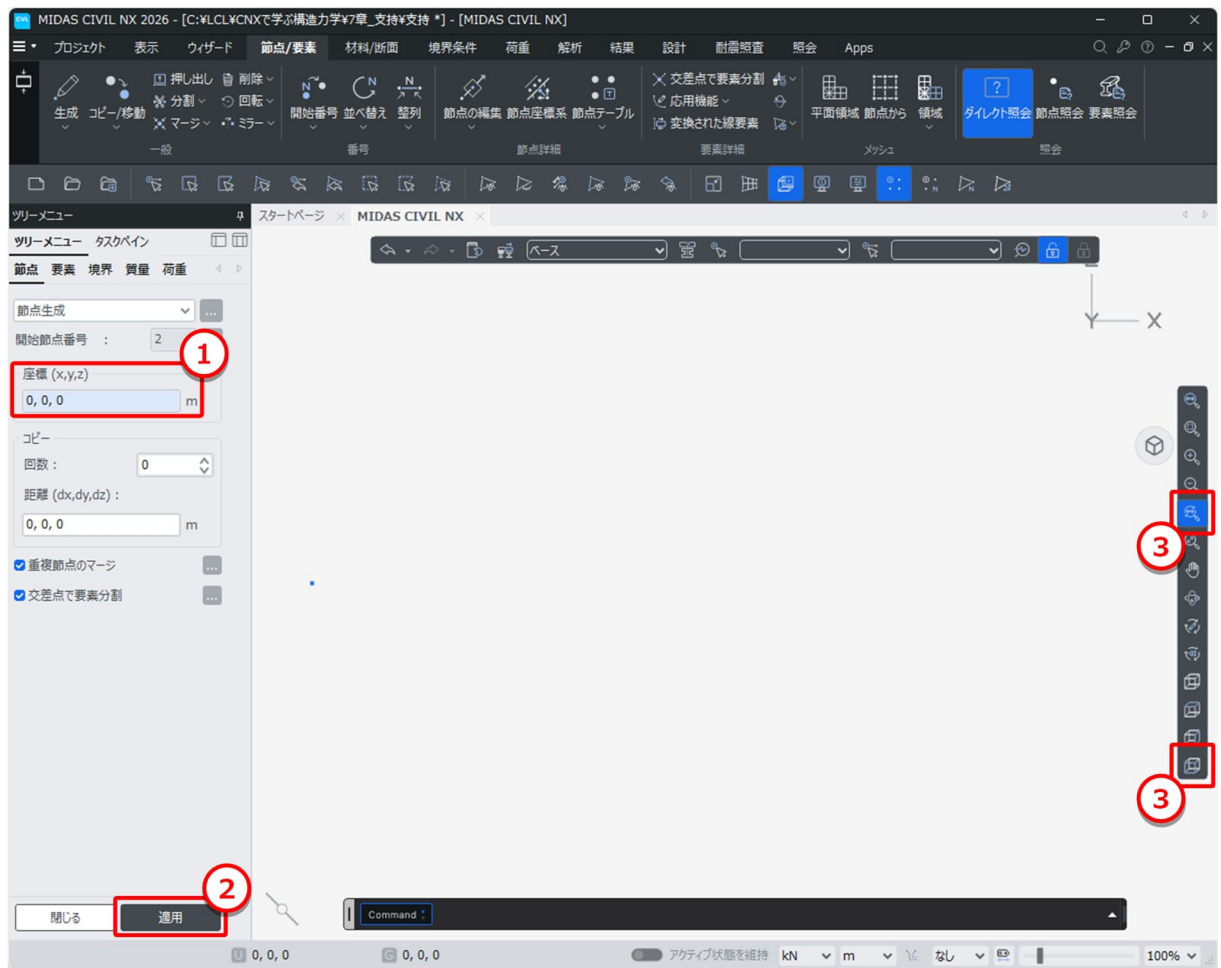


図 7.7 節点の設定

(2) 柱の生成

節点を線要素に拡張する押し出し機能でモデル 1 の柱部材を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [押し出し]

① 押出形式で「節点 -> 線要素」を選択する。

② 要素属性>要素タイプで「梁要素」，

>材料で「1: SM490」，断面で「1:断面」を選択し，

> β 角度に「180」を入力する。

③ 生成形式で「コピー/移動」を選択する。

④ コピー/移動で「等間隔」を選択し，dx, dy, dz に「0, 0, 1」，回数に「6」を入力する。

⑤ [ 全て選択] をクリックする。

⑥ [適用] をクリックする。

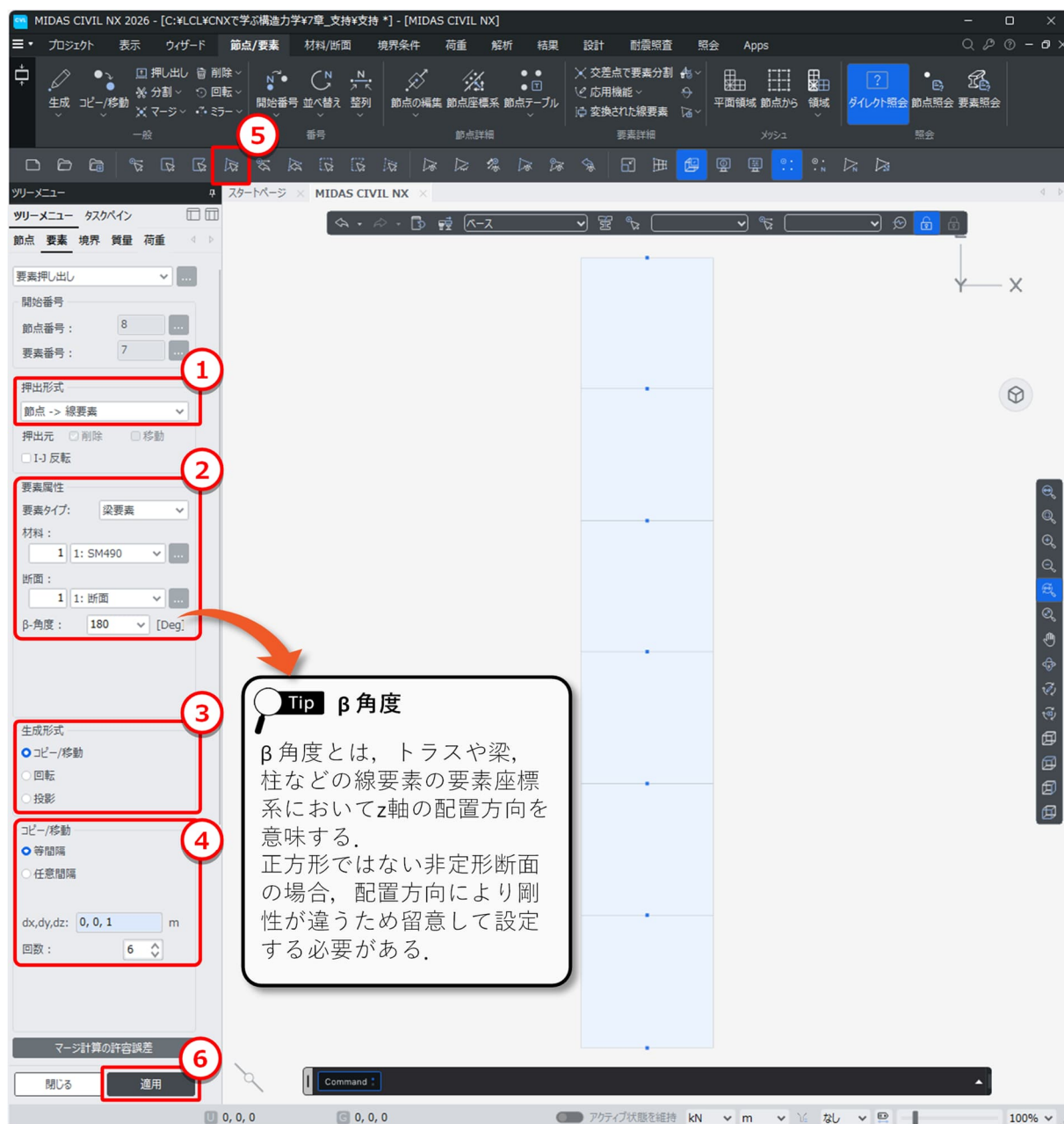


図 7.8 柱部材の生成

(3) 水平部材の生成

柱の上端の節点を押し出し、水平部材を生成する。

- ① [節点番号] をオンにする。
メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [押し出し]
- ② [ 単一選択] をオンにして、節点7を選択する。
- ③ 押出形式で「節点 -> 線要素」を選択する。
- ④ 要素属性>要素タイプで「梁要素」、
 >材料で「1:SM490」、断面で「1:断面」を選択し。
 > β 角度に「0」を入力する。
- ⑤ 生成形式で「コピー/移動」を選択する。
- ⑥ コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「1, 0, 0」，回数に「4」を入力する。
- ⑦ [適用] をクリックする。

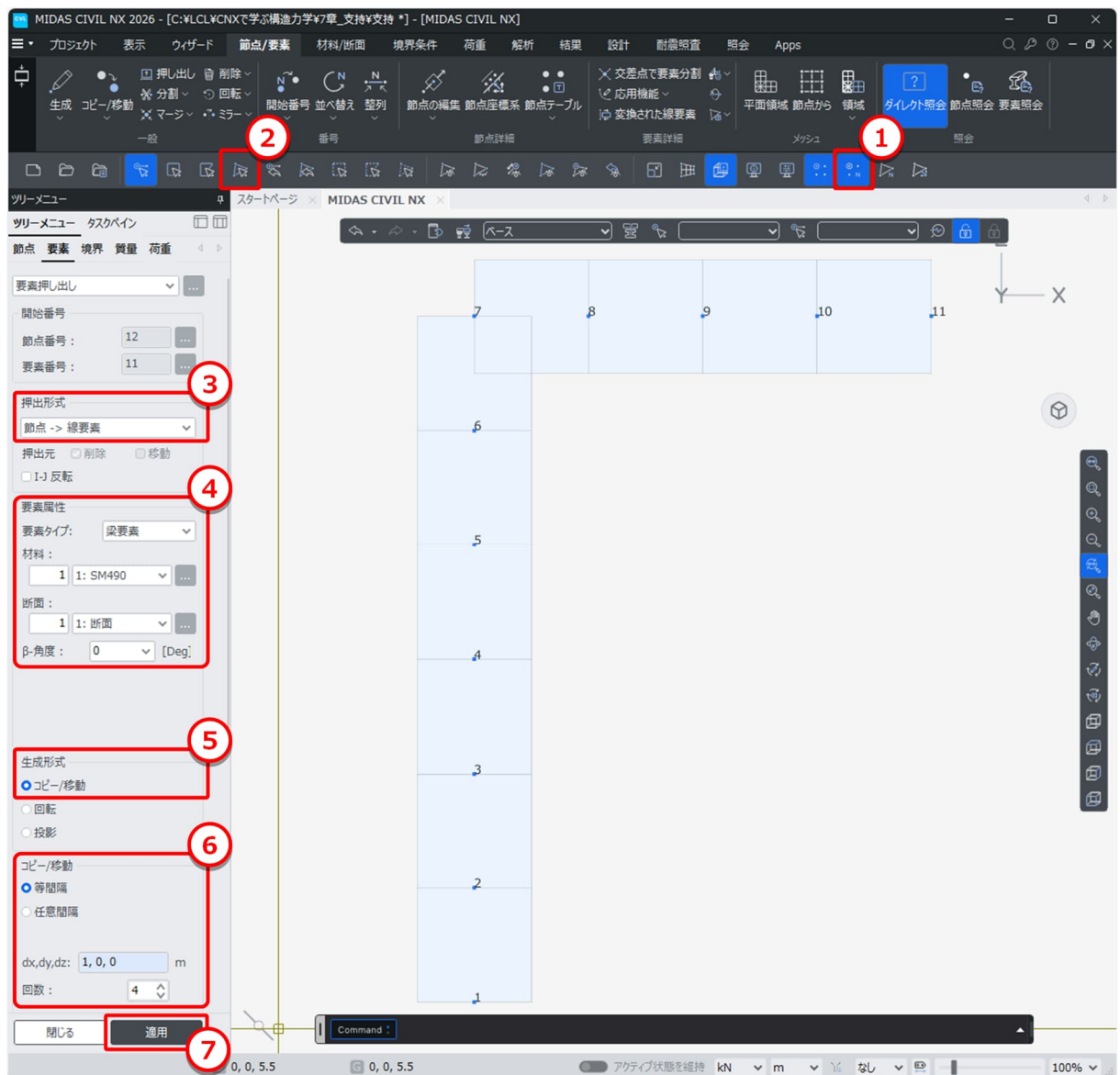


図 7.9 水平部材の生成

(4) 傾斜部材の生成

水平部材の右端の節点を押し出し、傾斜部材を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [押し出し]

- ① [ 単一選択] をオンにして、節点 11 を選択する。
- ② 押出形式で「節点 -> 線要素」を選択する。
- ③ 要素属性 > 要素タイプで「梁要素」、
 > 材料で「1:SM490」、断面で「1:断面」を選択し。
 > β 角度に「0」を入力する。
- ④ 生成形式で「コピー/移動」を選択する。
- ⑤ コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「4/6, 0, -4/6」、回数に「6」を入力する。
- ⑥ [適用] をクリックする。

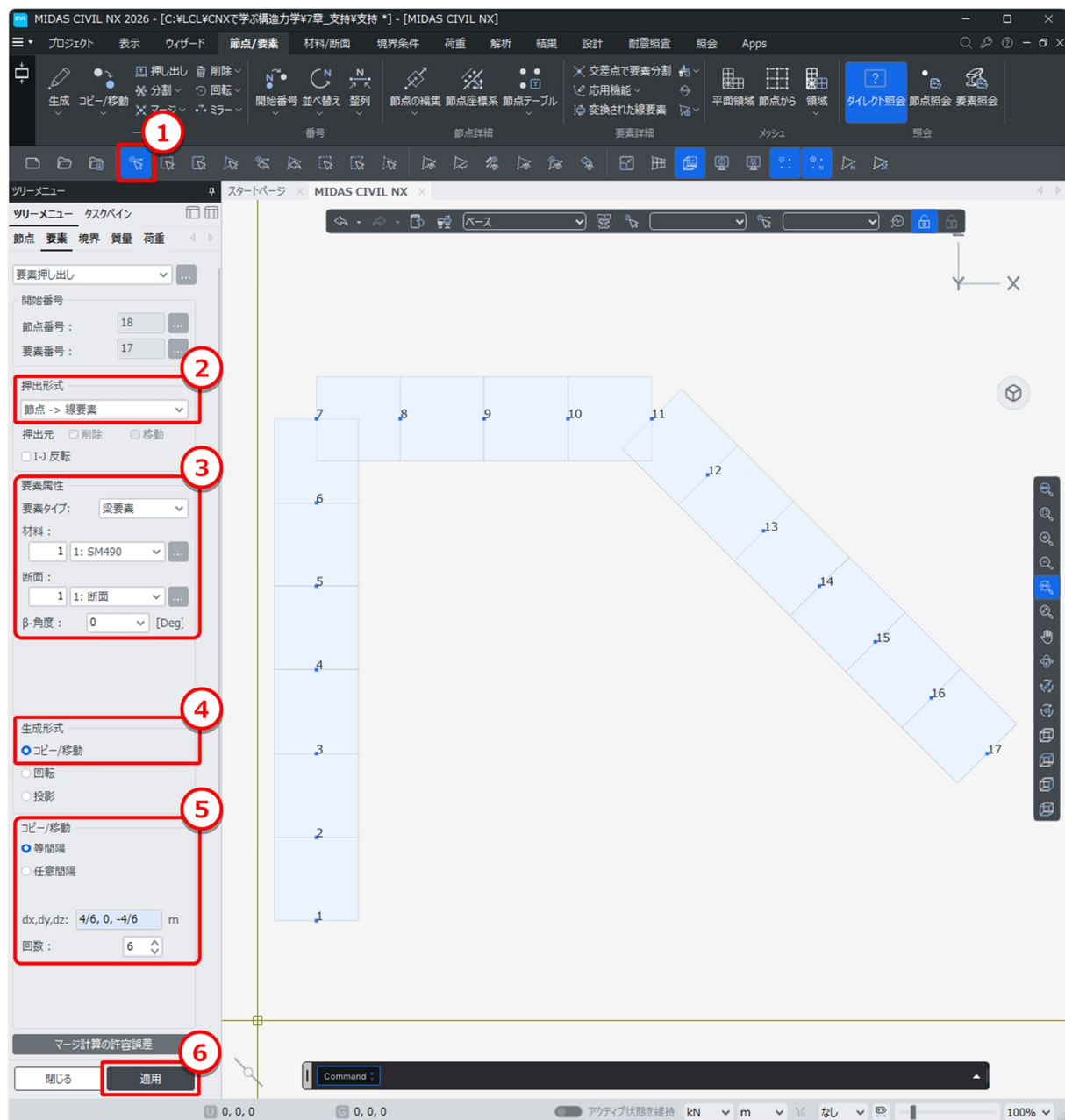


図 7.10 傾斜部材の生成

7.2.5 境界条件の入力

3次元での節点は6つの自由度 ($D_x, D_y, D_z, R_x, R_y, R_z$) を持つ。しかし、本チュートリアルでは最初基本設定において構造形式を「X-Z 平面」で設定したため、3つの自由度 (D_x, D_z, R_y) のみが存在する。従って固定端は D_x, D_z, R_y の自由度を拘束し、ローラー支点は D_z 自由度を拘束することで支持条件を設定する。

メインメニュー：「境界条件」>「支持」>「支持条件」

- ① オプションで「追加」を選択する。
- ② 支持形式で「Dx」, 「Dz」, 「Ry」をオンにする。
- ③ [ 単一選択] をオンにして、節点 1 を選択する。
- ④ [適用] をクリックする。
- ⑤ 支持形式で「Dx」と「Ry」をオフにする。
- ⑥ [ 単一選択] をオンにして、節点 17 を選択する。
- ⑦ [適用] をクリックする。

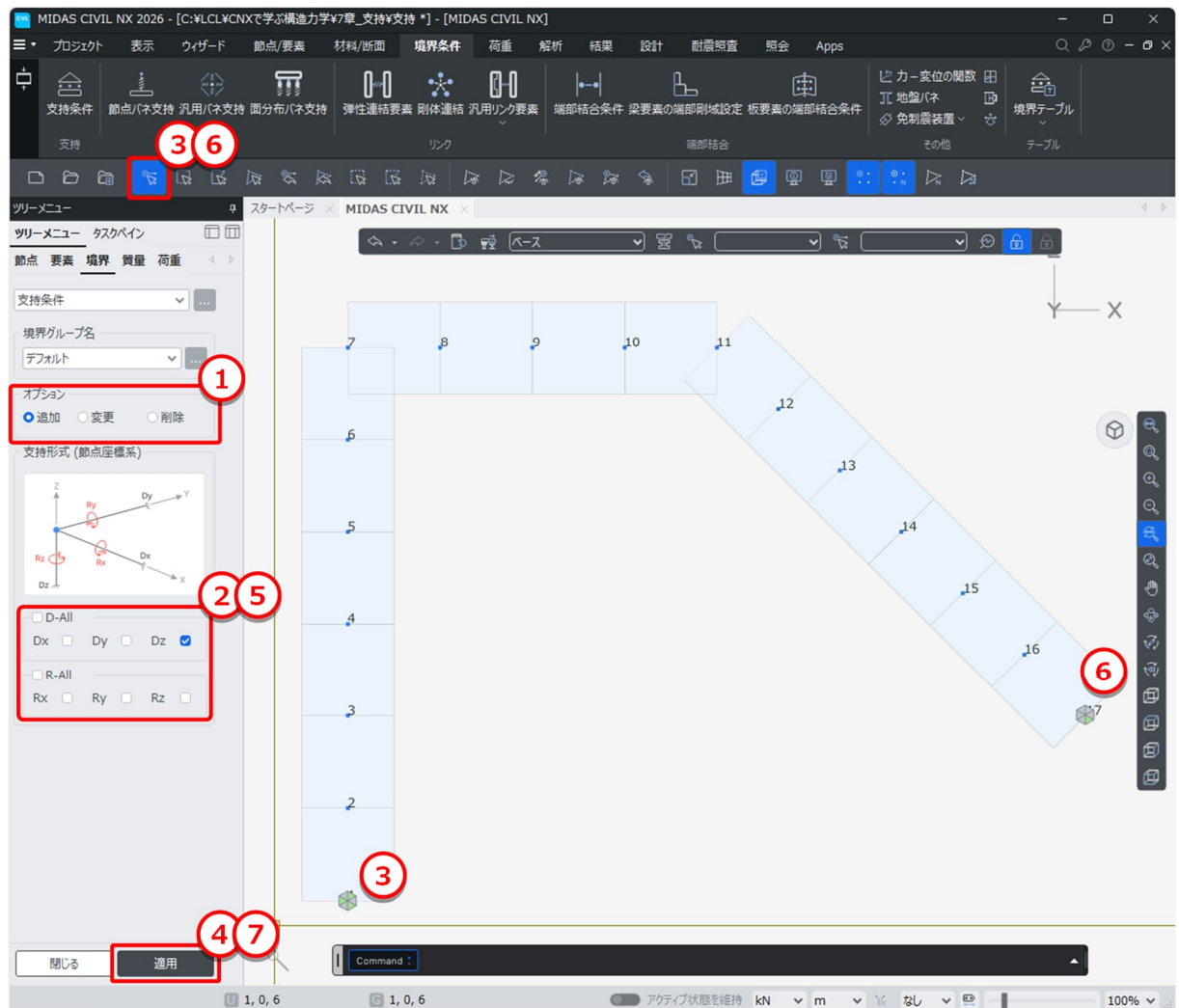


図 7.11 支持条件の入力

7.2.6 荷重の入力

(1) 荷重条件の定義

荷重を入力するため、荷重条件を定義する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > [荷重ケース生成] > [静的荷重ケース]

- ① 名称に「垂直」と入力する。
- ② タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ③ [追加] をクリックする。
- ④ 名称に「水平」と入力する。
- ⑤ タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ⑥ [追加] をクリックする。
- ⑦ [閉じる] をクリックする。

静的荷重ケース

名称 : 水平

ケース : 全ての荷重ケース

タイプ : ユーザー定義荷重 (USER)

解説

No	名称	タイプ	解説
1	垂直	ユーザー定義荷重 (USER)	
2	水平	ユーザー定義荷重 (USER)	

閉じる (C)

図 7.12 荷重条件の定義

(2) 等分布荷重の入力（鉛直方向）

水平部材に 10 kN/m の等分布荷重を入力する.

メインメニュー：[表示] > 「ディスプレイ」 > [ディスプレイ▼] > [ディスプレイ]

① [荷重] タブで、「荷重値」をオンにして、[OK] をクリックする。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「静的荷重」 > [梁要素荷重▼] > [要素]

② 荷重ケース名で「垂直」を選択する.

③ 荷重タイプで「等分布荷重」を選択する.

④ 方向で「グローバル Z」を選択する.

⑤ 値入力で「相対値」を選択し，x1 に「0」，x2 に「1」，w に「-10」を入力する。

⑦ [節点番号] と [要素番号] をオンにする.

⑧ [ 単一選択] をオンにして、要素7、要素8、要素9、要素10を選択する。

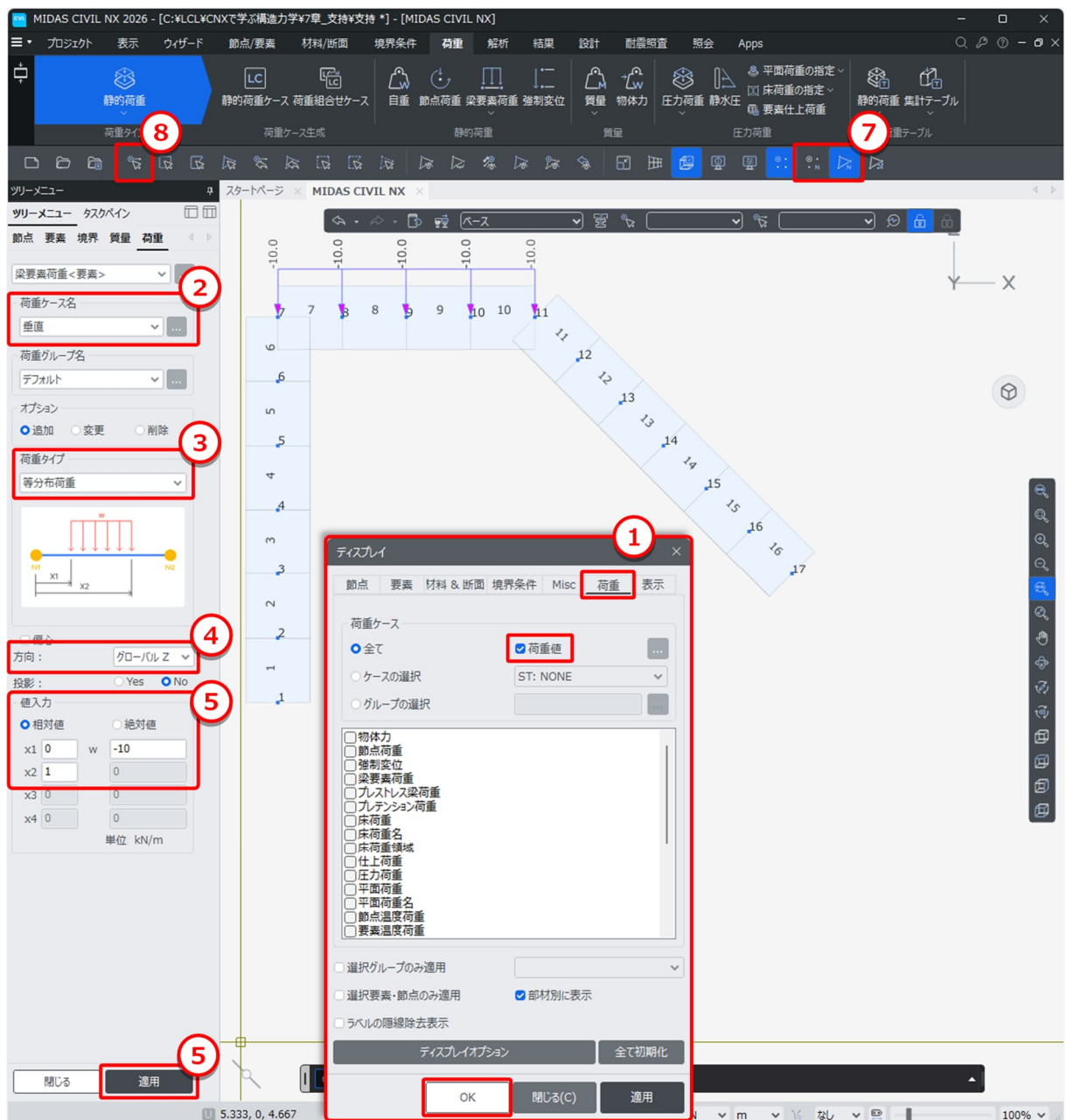


図 7.13 等分布荷重の入力

(3) 等分布荷重の入力（水平方向）

柱部材に 10.0~15.0kN/m の等変分布荷重を入力する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > [静的荷重] > [梁要素荷重▼] > [連続]

- ① 荷重ケース名で「水平」を選択する。
- ② オプションで「追加」を選択する。
- ③ 荷重タイプで「台形分布荷重」を選択する。
- ④ 方向で「グローバル X」を選択する。
- ⑤ 値入力で「相対値」を選択し、x1 に「0」，x2 に「1」，w1 に「10」，w2 に「15」を入力する。
- ⑥ [節点番号] をオンにし，[要素番号] をオフにする。
- ⑦ 载荷区間の入力ボックスをクリックし，節点 7 と節点 1 を順番にクリックする。

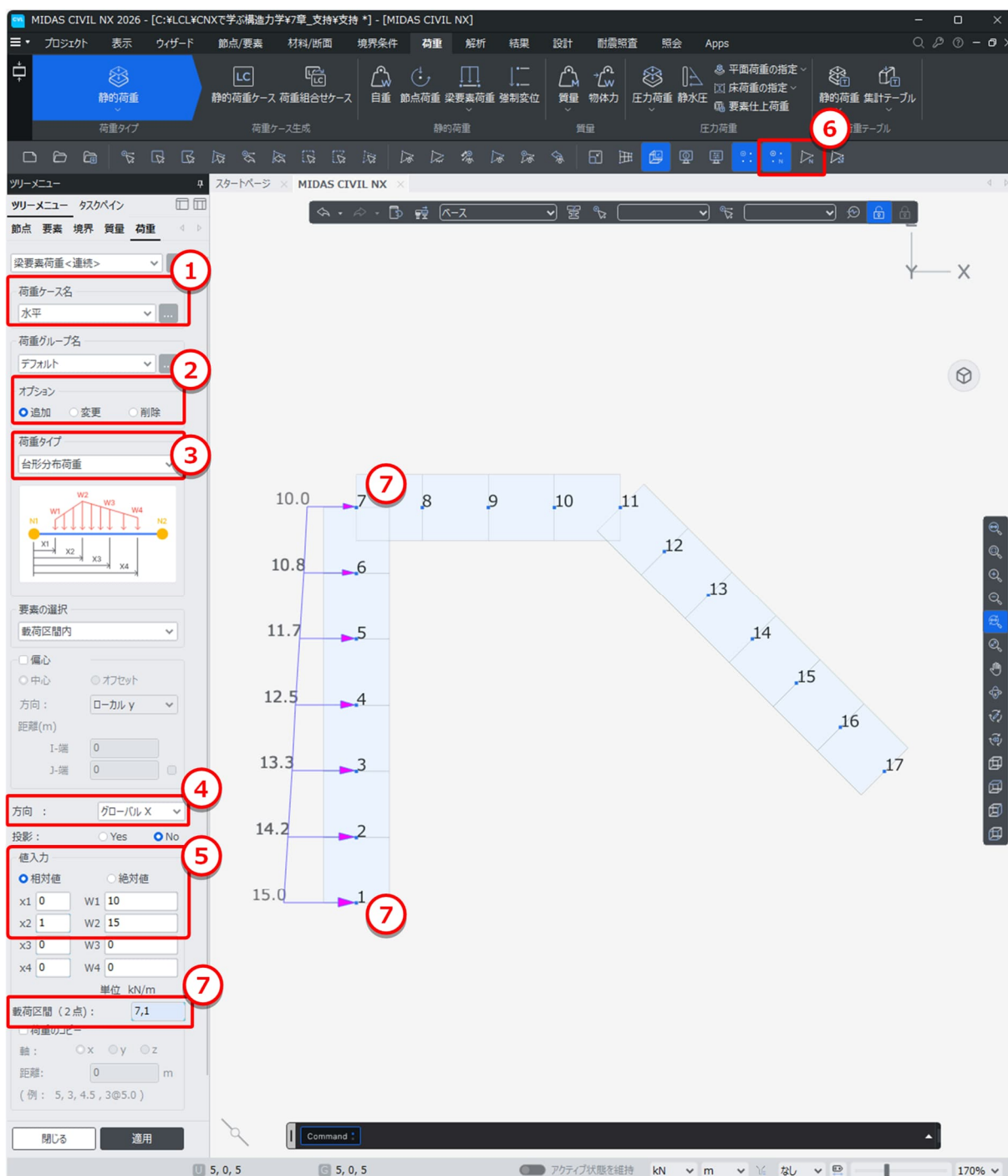


図 7.14 等分布荷重の入力

(4) 要素の複製

モデルを複製し、モデル 2 を生成する。この時に先にモデリングしたモデルに入力されている分布荷重や境界条件を同時に複製する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [コピー/移動▼] > [要素コピー/移動]

- ① モードで「コピー」を選択する。
- ② コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「0,0,-8」，回数に「1」を入力する。
- ③ 「節点属性のコピー」と「要素属性のコピー」をオンにする。
- ④ [ 全て選択] をクリックする。
- ⑤ [適用] をクリックする。
- ⑥ [隠線除去表示] と [節点番号] をオフにする。

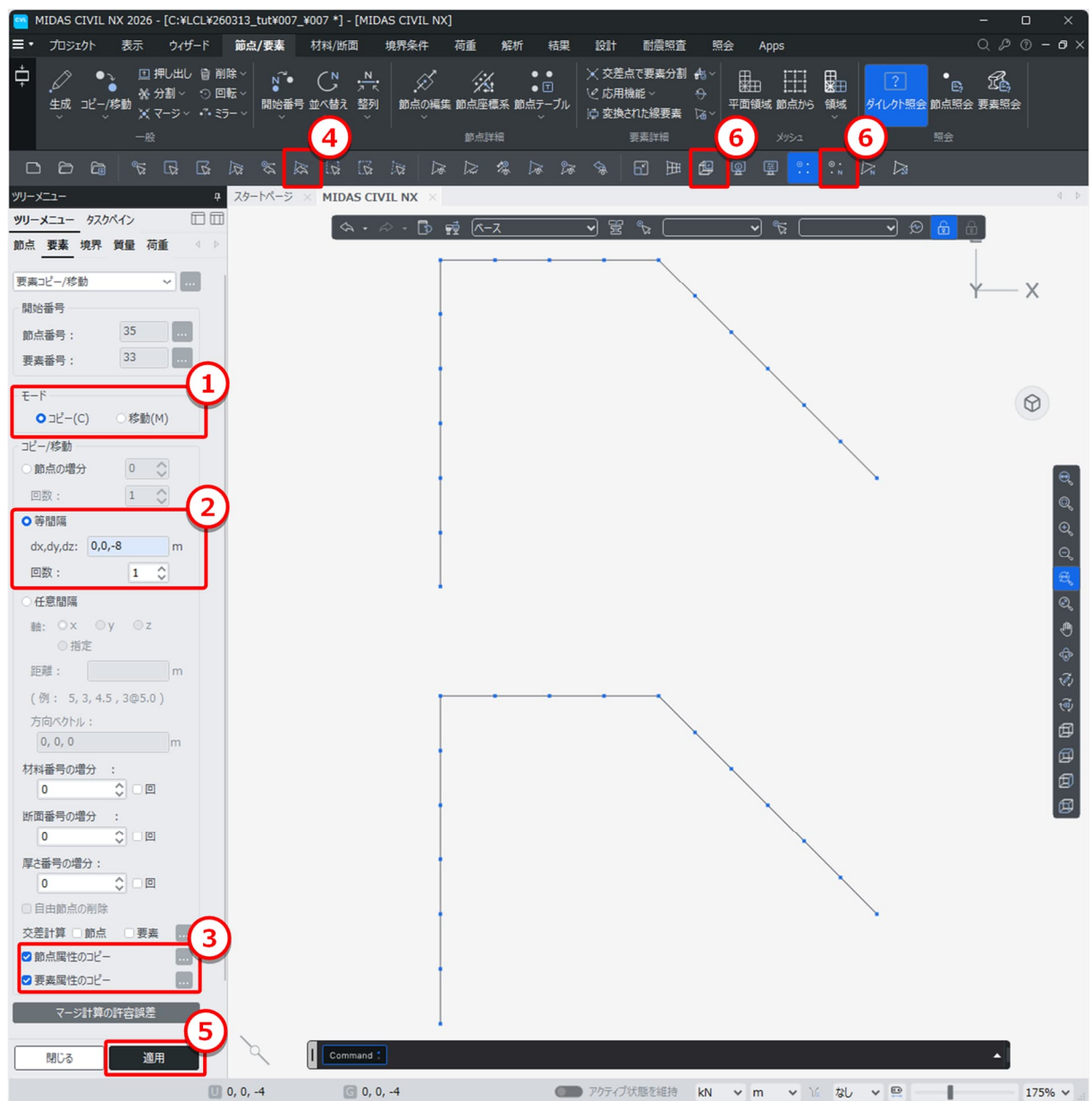


図 7.15 要素の複製

(5) 境界条件の修正

モデル 1 のローラー支点到に傾斜支持条件を設定するため、節点座標系を定義する。

節点座標系とは当該節点でのみ適用される座標系で、全体座標系より優先的に適用される。全体座標系の軸方向と一致しない特定の方向で発生するたわみや支持条件を設定する場合に節点座標系を定義することでこれらの条件が簡単に反映でき、変位や反力などの解析結果を節点座標軸を基準に確認することも可能である。

メインメニュー：[節点/要素] > 「節点詳細」 > [節点座標系]

- ① [節点番号] をオンにする。
- ② [ 単一選択] をオンにして、節点 17 を選択する。
- ③ オプションで「追加/変更」を選択する。
- ④ 節点座標系>入力方法で「角度」を選択する。
- ⑤ x に対して「0」，y に対して「-45」，z に対して「0」を入力する。
- ⑥ [適用] をクリックする。

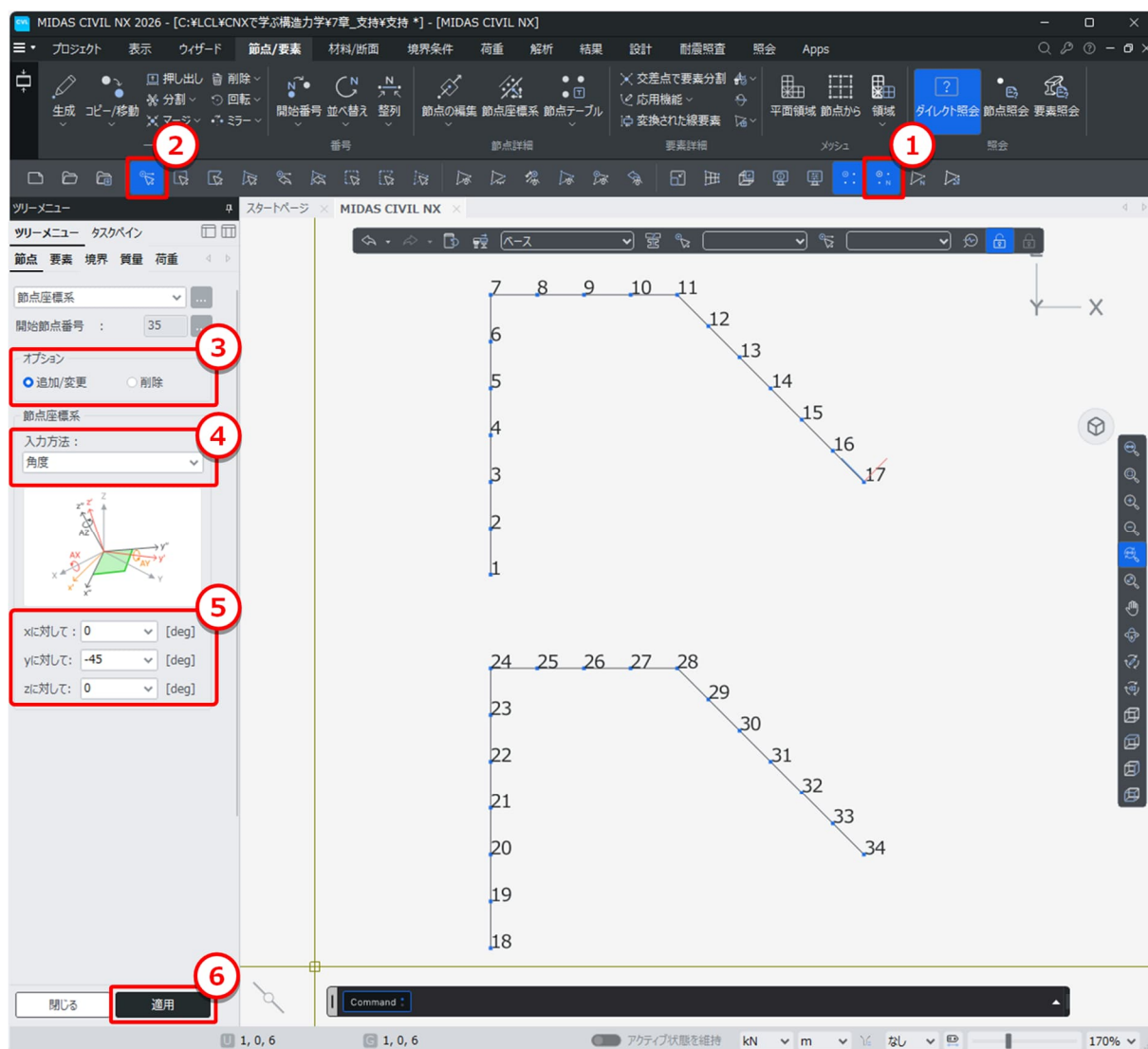


図 7.16 境界の修正

7.2.7 構造解析の実行

構造解析を実行する。

メインメニュー：[解析] > 「解析実行」 > [解析実行]

① [節点番号] をオフにする。

② メッセージウィンドウの解析終了メッセージを確認する。

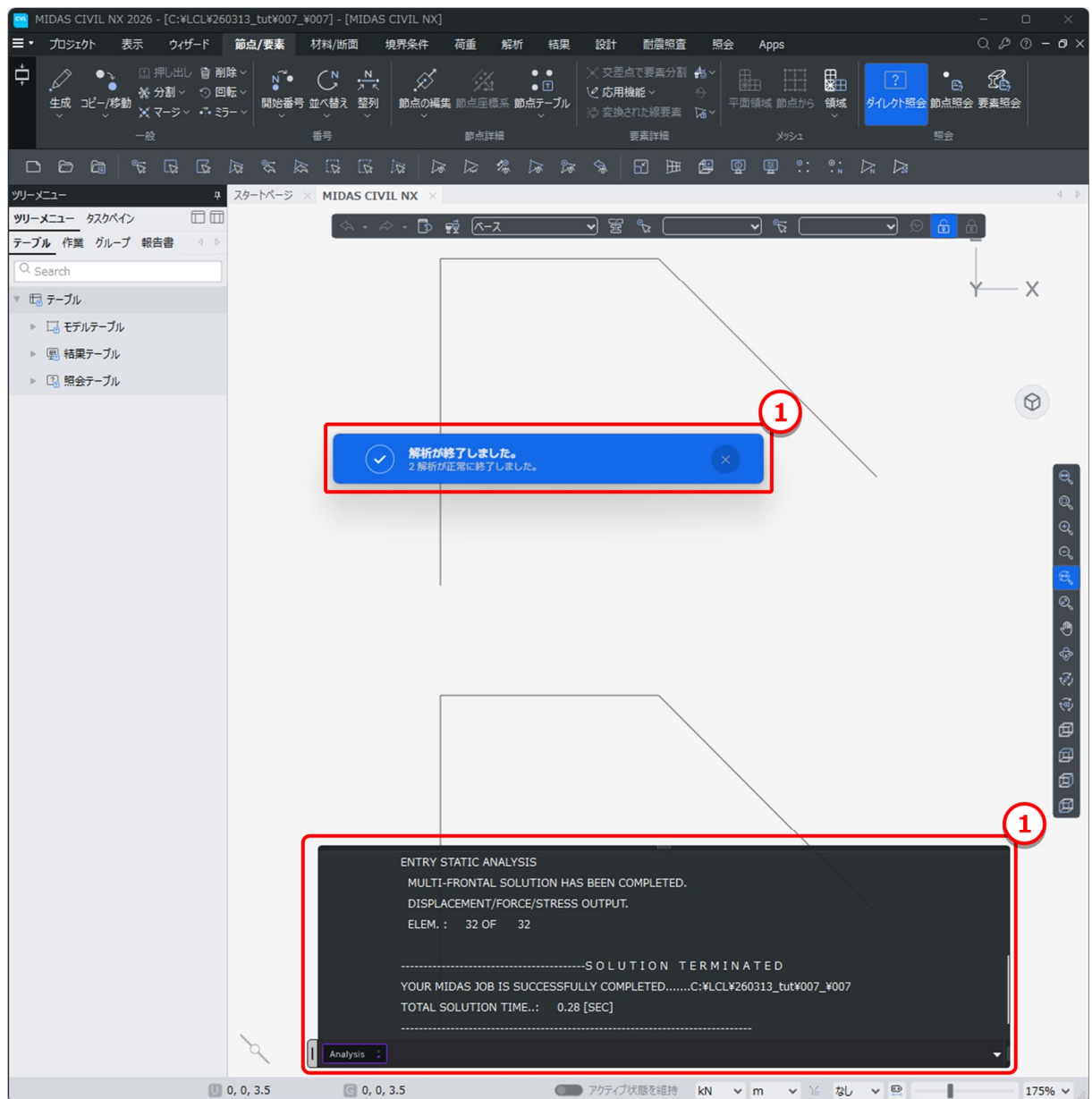


図 7.17 解析の正常終了のメッセージ

7.2.8 解析結果の確認

(1) 反力

垂直荷重による反力を確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [反力▼] > [反力/モーメント]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 垂直」を選択する。
- ② 反力成分で「FX」を選択し、「節点座標系（定義された時）」をオンにする。
- ③ 表示形式で「数値」と「凡例」をオンにする。
- ④ [適用] をクリックする。

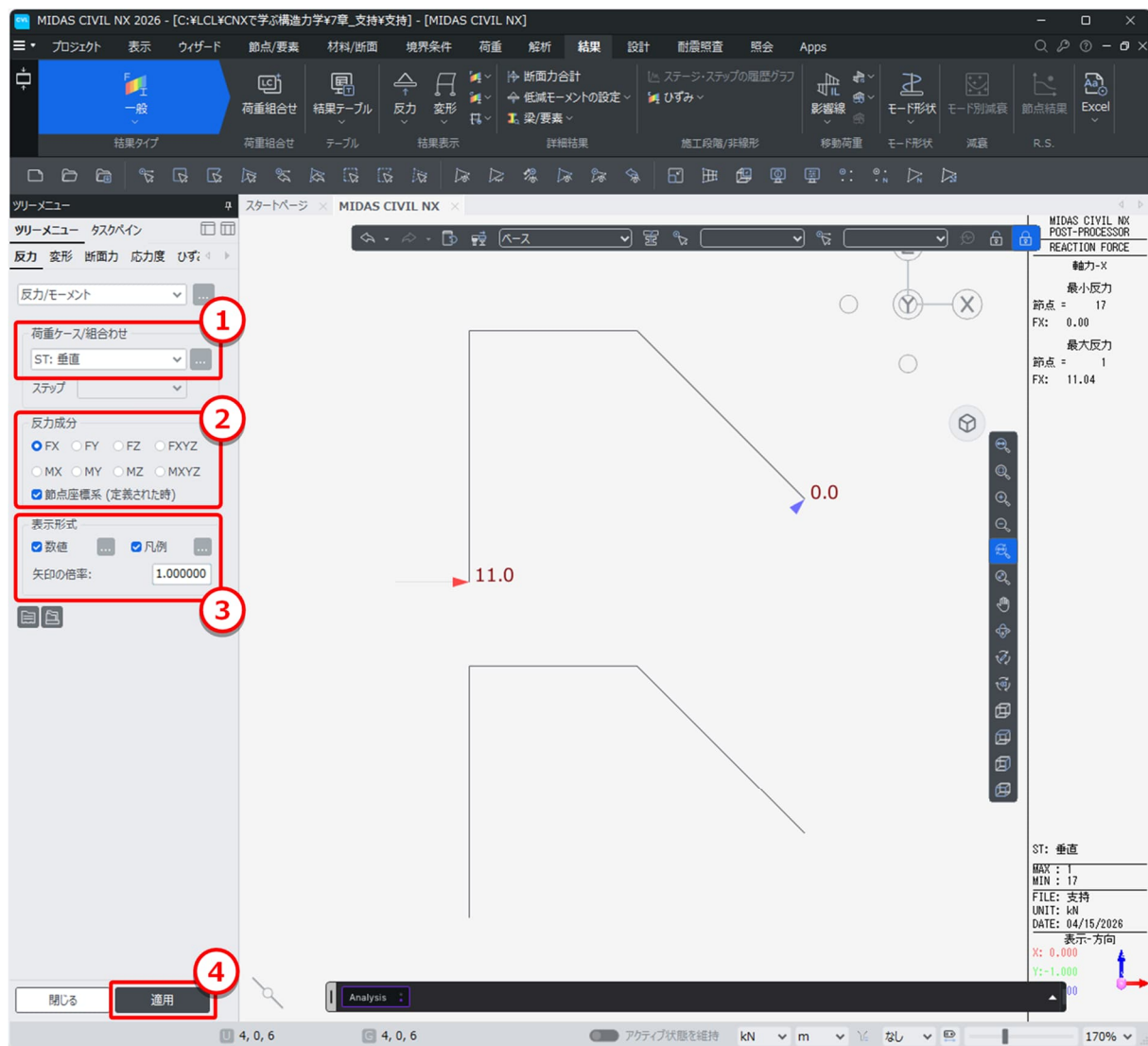


図 7.18 垂直荷重による水平反力

傾斜支点を持つモデル 1 では左側の固定端で水平反力が発生することを確認する。



Tip 節点座標系の反力表示

「節点座標系（定義した場合）」は節点座標系が入力されている節点に対しローカル方向の部材力を確認する場合にチェックする。

水平荷重による反力を確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [反力▼] > [反力/モーメント]

- ① 荷重ケース/組合わせで「ST: 水平」を選択する。
- ② [適用] をクリックする。

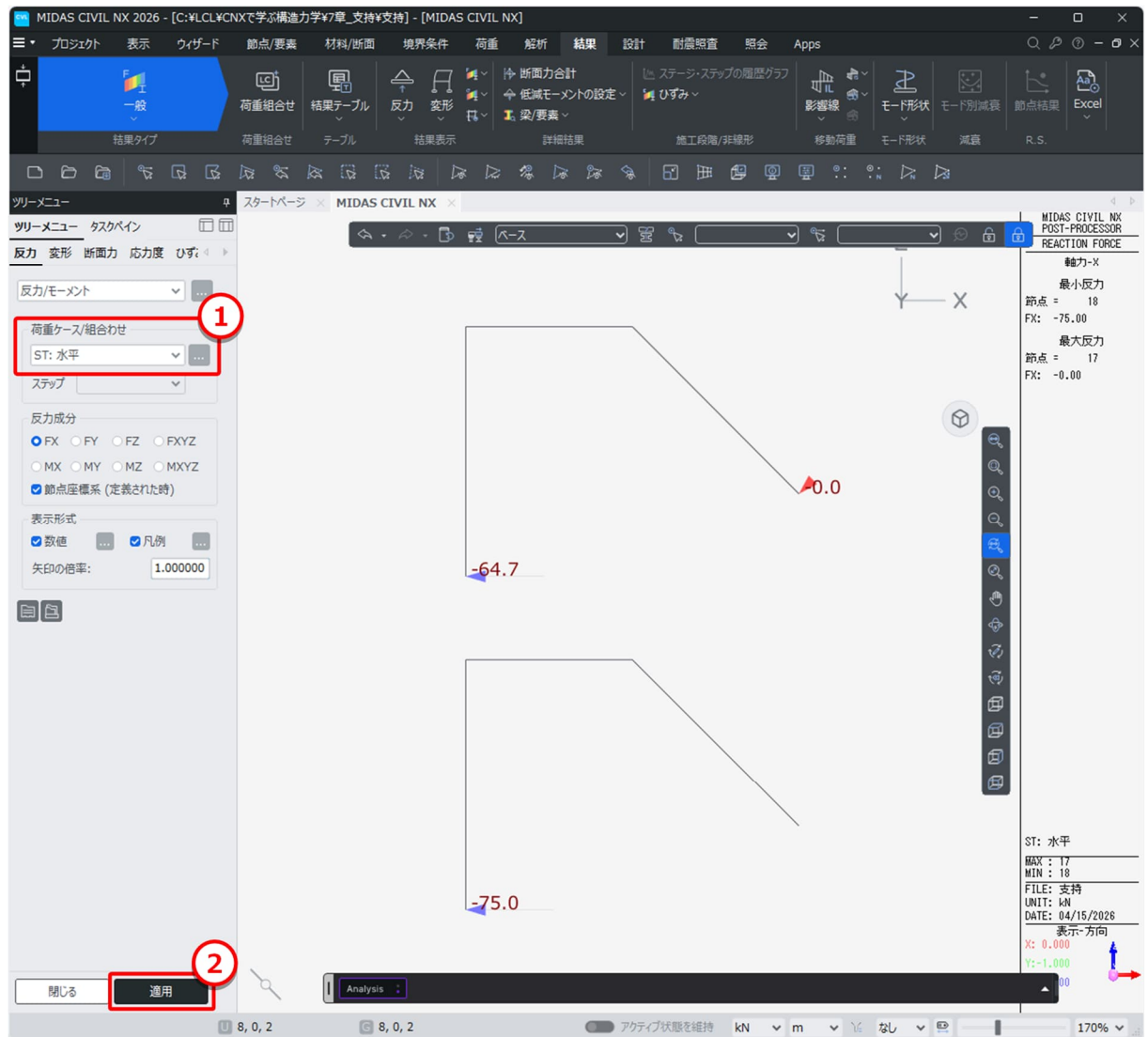


図 7.19 水平荷重による水平反力

モデル 1 では傾斜支点が水平力に対し抵抗するため、傾斜支点を持たないモデル 2 より左側の固定端での反力が小さく発生することが分かる。

(2) 変位及び変形

変形図を確認する。ここで、 D_{XZ} は $\sqrt{D_X^2 + D_Z^2}$ を意味する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [変形▼] > [変形図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 垂直」を選択する。
- ② 成分で「DXYZ」を選択する。
- ③ 表示形式で「変形前」と「凡例」をオンにする。
- ④ [適用] をクリックする。

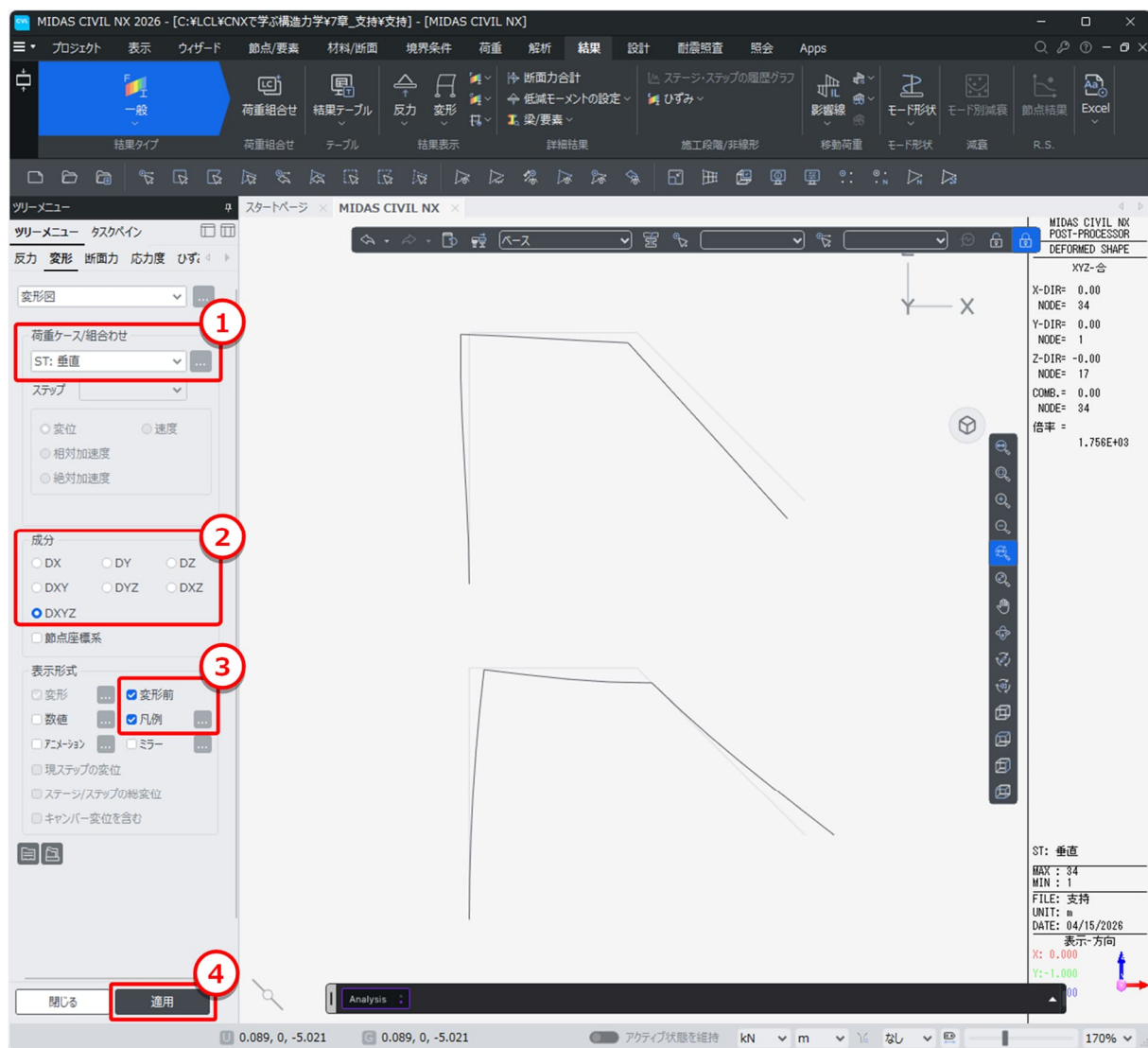


図 7.20 垂直荷重による変形図

垂直荷重が作用する際、モデル 1 は傾斜支点により左側に傾き、モデル 2 は右側に傾くことを確認する。

水平荷重による変位を確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [変形▼] > [変形図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 水平」を選択する。
- ② 成分で「DXYZ」を選択する。
- ③ 表示形式で「変形前」と「凡例」をオンにする。
- ④ [適用] をクリックする。

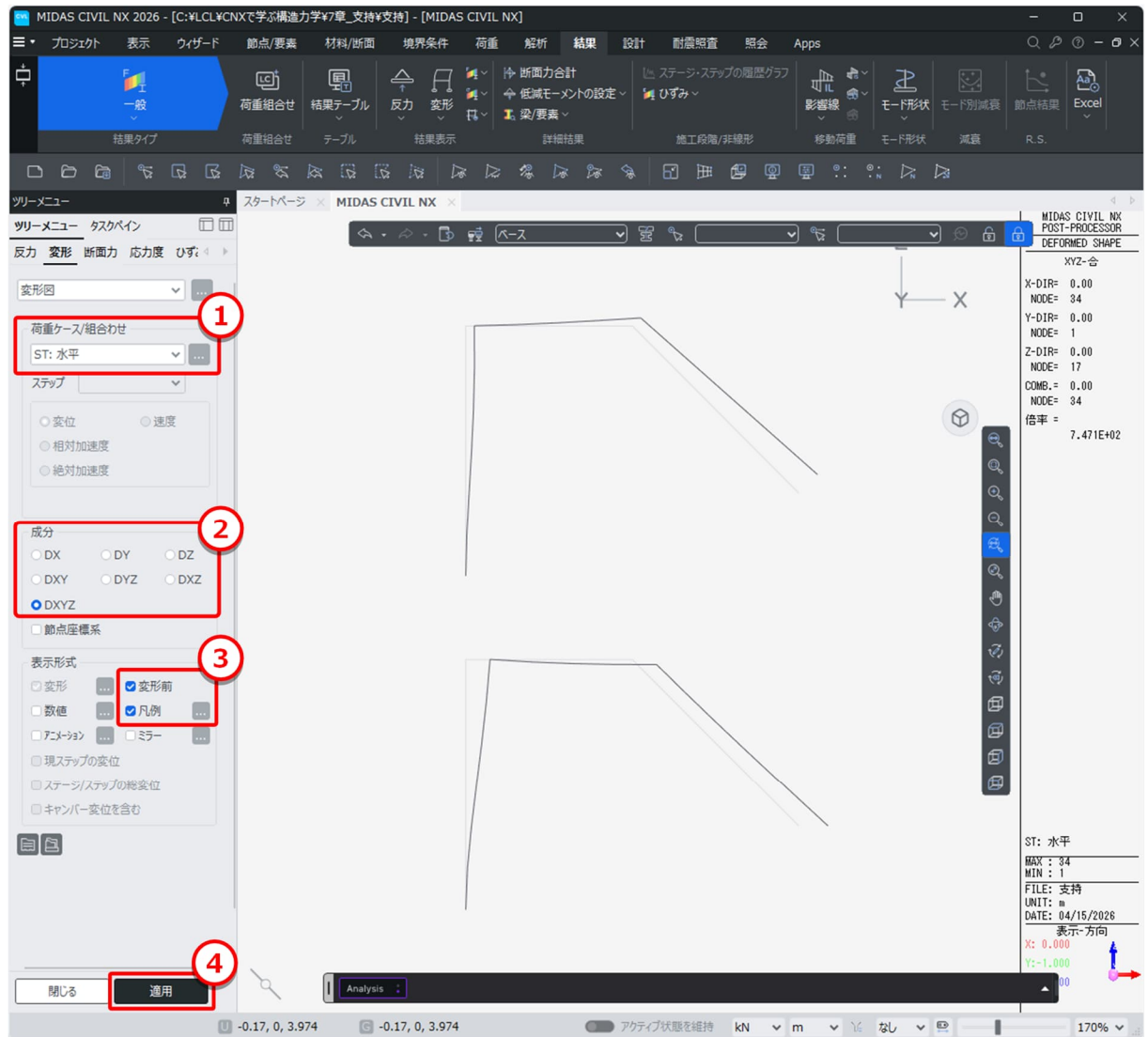


図 7.21 水平荷重による変形図

(3) 部材力

垂直荷重による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 垂直」を選択する。
- ② 断面力の成分で「My」を選択する。
- ③ 表示形式で「コンター図」, 「数値」, 「凡例」をオンにする。
- ④ 数値の右側にある [...] をクリックする。
- ⑤ 「最大/最小のみ」をオンにして, 「最大絶対値」を選択する。
- ⑥ [OK] をクリックする。

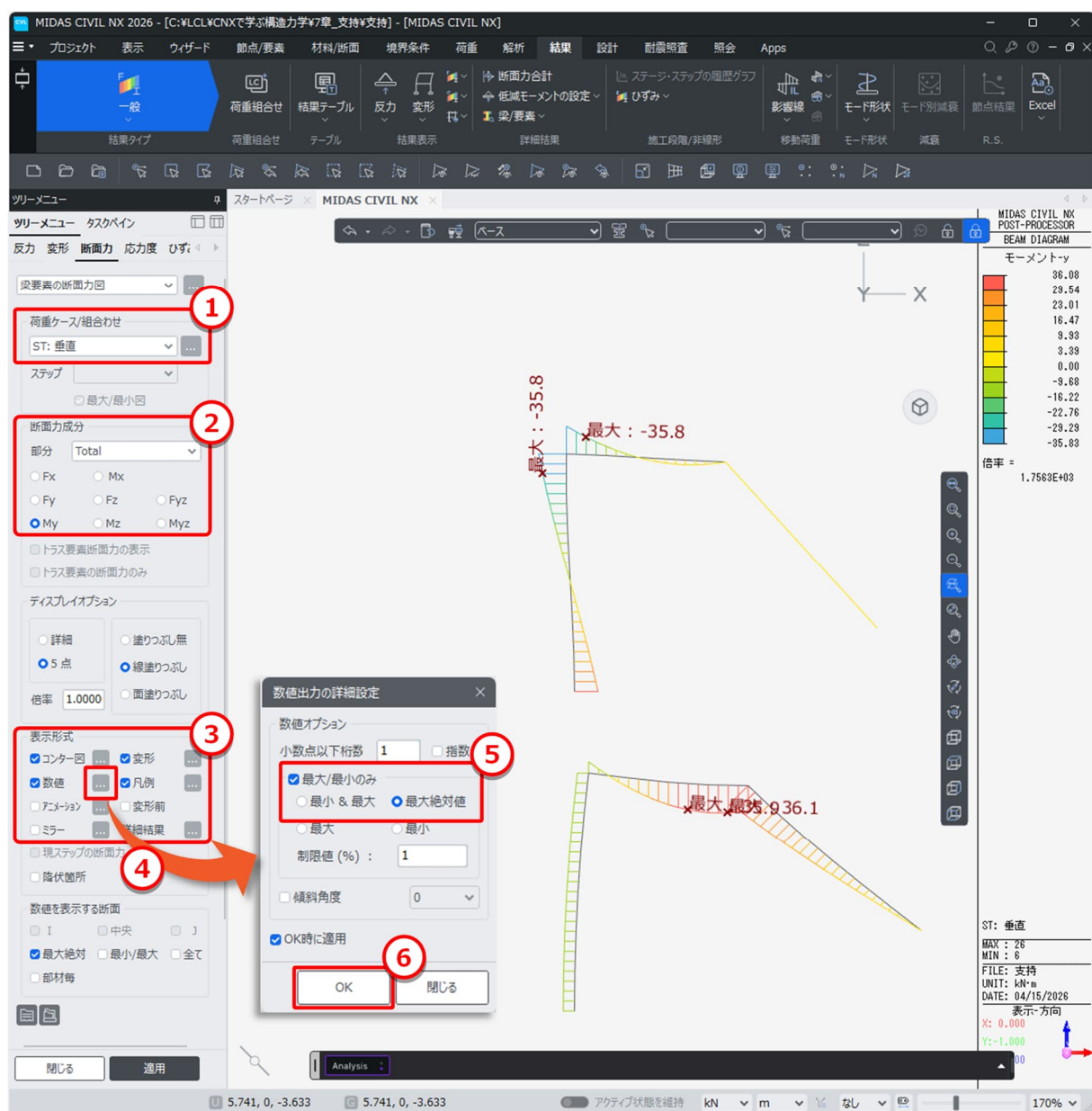


図 7.22 垂直荷重による曲げモーメント

傾斜支点を持つモデル 1 の場合, 垂直荷重により発生する水平反力が柱に大きい曲げモーメントを発生させることが確認できる。一方, 傾斜支点を持たないモデル 2 の場合では斜材に大きい曲げモーメントが発生している。

水平荷重による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー：[結果] > [結果表示] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合わせで「ST: 水平」を選択する。
- ② 断面力の成分で「My」を選択する。
- ③ 表示形式で「コンター図」, 「数値」, 「凡例」をオンにする。
- ④ 数値の右側にある [...] をクリックする。
- ⑤ 「最大/最小のみ」をオンにし, 「最大絶対値」を選択する。
- ⑥ [OK] をクリックする。

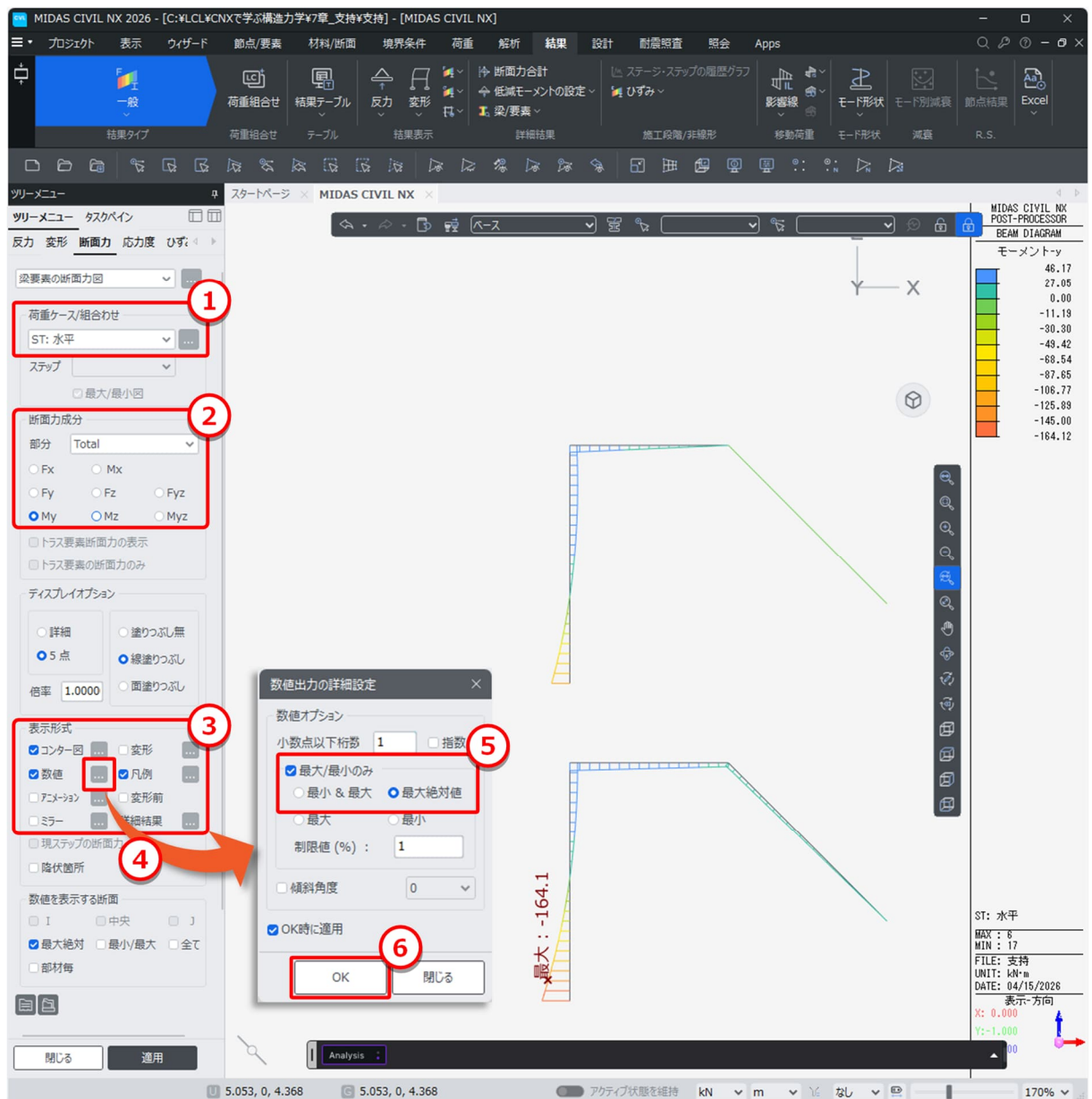


図 7.23 水平荷重による曲げモーメント

7.3 構造計算の解説

7.3.1 力学的概念の理解及び数値計算

(1) モデル 1

ここでは、支持条件の異なる 2 つのモデルについて、変形法（たわみ性法）を用いて力学的挙動を考察し、数値計算によりその違いを確認する。

モデル 1 は D 点における反力が部材 CD の軸方向（斜め方向）にのみ作用するものとし、この反力を未知数として変形法を適用する。

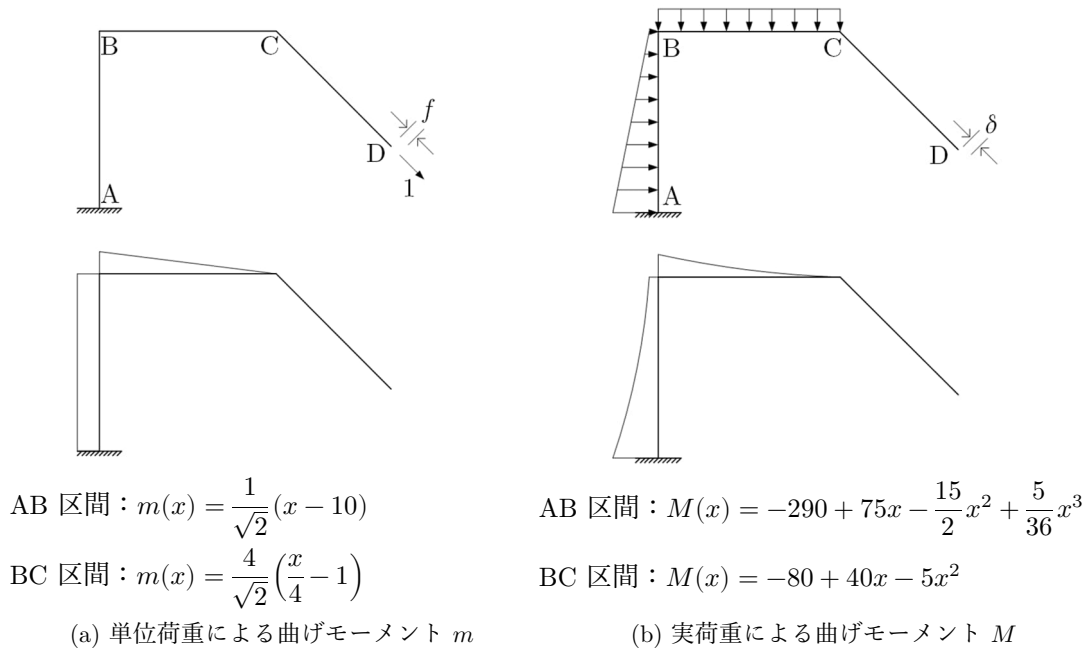


図 7.24 モデル 1 の曲げモーメント分布図

モデル 1 に対して変形法を適用するため、D 点の反力を未知数とし、仮想的に D 点の支持条件を解除した状態を考える。このとき、以下の 2 つの変位を定義する。

- ・ 斜材 CD の軸方向に単位荷重 1 を作用させたときに生じる D 点の変位を f とする。
- ・ 部材 AB および部材 BC に作用する実際の外力によって生じる、CD 方向の D 点の変位を δ とする。

このとき、未知反力 X によって生じる変位は fX と表される。実際の構造物では、D 点は支持されており、CD 方向に変位は生じない。したがって、外力による変位と未知反力による変位は互いに適合し、次の適合条件式が成り立つ。

$$\delta + fX = 0 \quad (7.1)$$

f は、単位荷重を作用させたときの曲げモーメント分布 m を用いて、

$$f = \int \frac{m^2}{EI} dx \quad (7.2)$$

δ は、実荷重による曲げモーメント M と、単位荷重による曲げモーメント m を用いて、単位荷重法により

$$\delta = \int \frac{Mm}{EI} dx \quad (7.3)$$

として求められる。

したがって、

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{1}{EI} \int_0^l \{m(x)\}^2 dx \\
 &= \frac{1}{EI} \int_0^6 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(x-10) \right\}^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^4 \left\{ \frac{4}{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{4} - 1 \right) \right\}^2 dx \\
 &= \frac{166.667}{EI}
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

$$\begin{aligned}
 \delta &= \frac{1}{EI} \int_0^l \{m(x)\} \{M(x)\} dx \\
 &= \frac{1}{EI} \int_0^6 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(x-10) \right\} \left\{ -290 + 75x - \frac{15}{2}x^2 + \frac{5}{36}x^3 \right\} dx \\
 &\quad + \frac{1}{EI} \int_0^4 \left\{ \frac{4}{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{4} - 1 \right) \right\} \{ -80 + 40x - 5x^2 \} dx \\
 &= \frac{5,045.914}{EI}
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

$$X = -\frac{\delta}{f} = -30.225 \tag{7.6}$$

以上より、D 点の反力は 30.225 kN と求められ、その作用方向は単位荷重を与えた方向とは逆向き、すなわち上向きである。

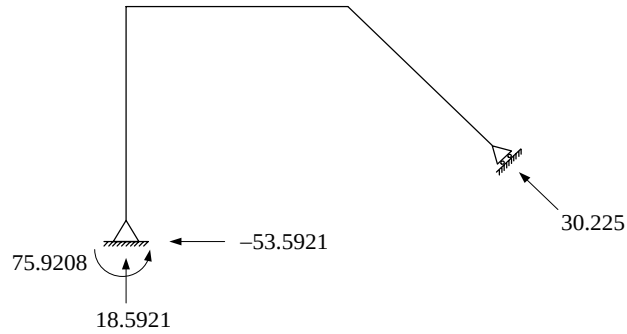


図 7.25 モデル 1 の計算結果

(2) モデル 2

モデル 2 では、D 点の垂直方向反力を未知数として変形法を適用する。

D 点の支持条件（垂直方向）を解除し、反力の作用方向に単位荷重を加えた場合の曲げモーメントを m ，また、単位荷重の代わりに部材 AB および部材 BC に実荷重を作用させた場合の曲げモーメントを M とする。これらのモーメント分布を図 7.26 に示す。

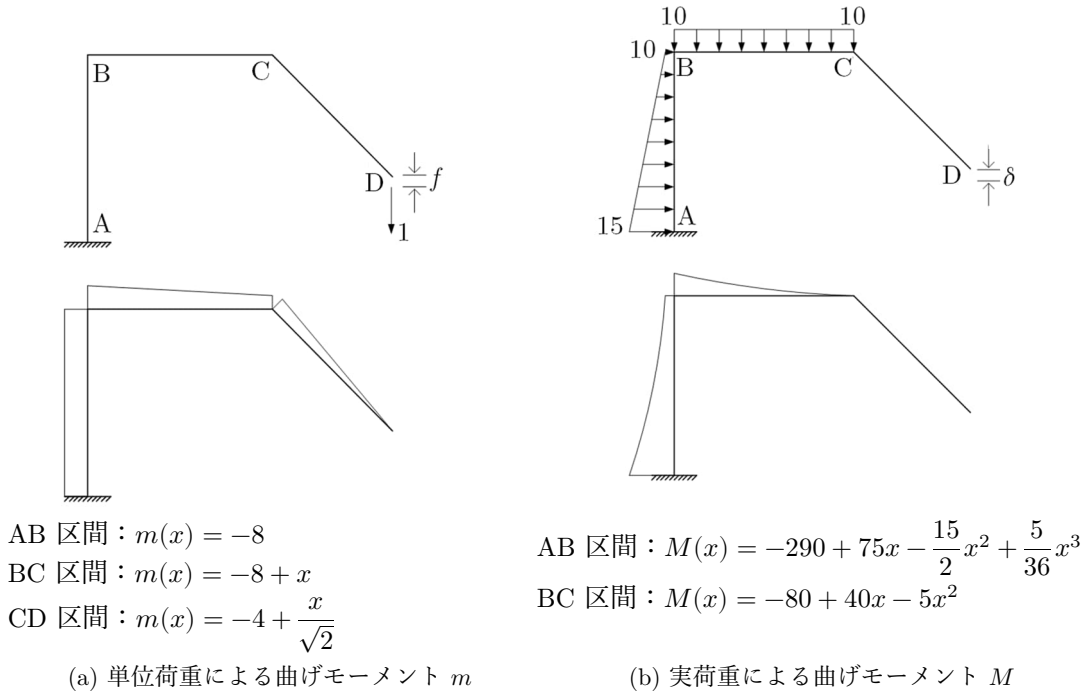


図 7.26 モデル 2 の曲げモーメント分布図

単位荷重による D 点の垂直方向変位を f ，部材 AB および部材 BC に作用する荷重による D 点の垂直方向変位を δ とすると、次の適合条件式が成り立つ。

$$\delta + fX = 0 \quad (7.7)$$

ここで、 f および δ は、それぞれ曲げモーメント m および M を用いて次式により求められる。

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{EI} \int_0^l \{m(x)\}^2 dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^6 (-8)^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^4 (-8 + x)^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^{4\sqrt{2}} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} - 4 \right)^2 dx \\ &= \frac{563.5032}{EI} \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{EI} \int_0^l \{m(x)\} \{M(x)\} dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^6 (-8) \left(-290 + 75x - \frac{15}{2}x^2 + \frac{5}{36}x^3 \right) dx + \frac{1}{EI} \int_0^4 (-8 + x)(-80 + 40x - 5x^2) dx \\ &= \frac{7,826.6667}{EI} \end{aligned} \quad (7.9)$$

$$X = -\frac{\delta}{f} = -13.8893 \quad (7.10)$$

以上より，D 点の反力は 13.8893 kN と求められ，その作用方向は上向きである．

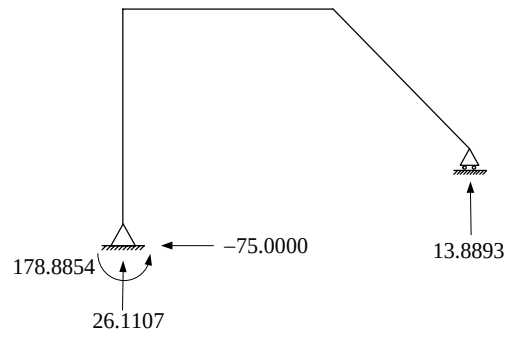
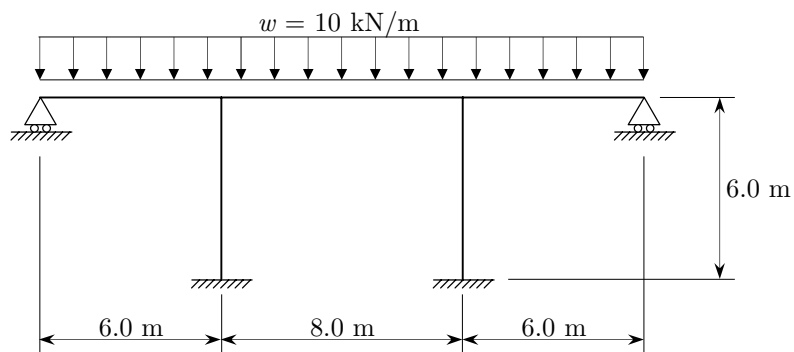


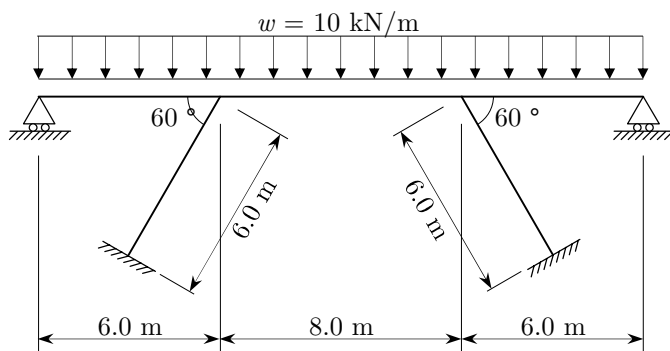
図 7.27 モデル 2 の計算結果

7.4 練習問題

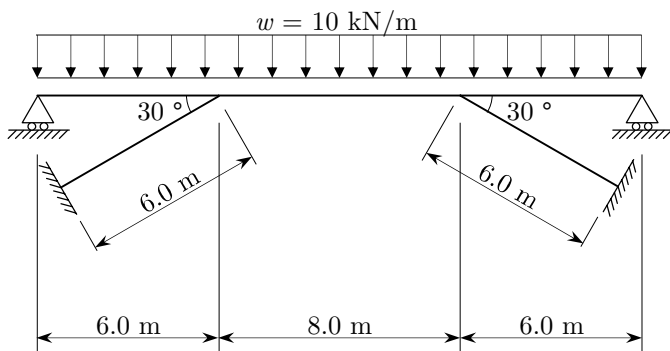
下図のような π 型のラーメン構造で柱の傾斜角度の変化による部材力，変位，反力を比較せよ。
ただし，材料及び断面はチュートリアルで扱ったモデルと同様とする。



(a) 練習問題モデル 1



(b) 練習問題モデル 2



(c) 練習問題モデル 3

図 7.28 練習問題モデル