

第8章 バネの解析

目 次

8.1	概念の理解	8-1
8.1.1	バネ解析の概念	8-1
8.2	チュートリアル	8-7
8.2.1	モデルの概要	8-7
8.2.2	作業環境の設定	8-8
8.2.3	材料及び断面の定義	8-10
8.2.4	節点及び要素の生成	8-11
8.2.5	境界条件の入力	8-14
8.2.6	荷重の入力	8-16
8.2.7	構造解析の実行	8-25
8.2.8	結果の確認	8-26
8.3	構造計算の解説	8-29
8.3.1	力学的概念の理解及び数値計算	8-29
8.4	練習問題	8-31

8.1 概念の理解

8.1.1 バネ解析の概念

(1) 一般事項

弾性境界要素やバネは、モデルの境界部分に位置する隣接構造物または地盤などの剛性を考慮する場合、あるいは自由度が不足する要素（トラス要素、平面応力要素、板要素など）が互いに接続される場合に使用される。

弾性成分は任意の節点に対して 6 自由度（線方向 3 成分、回転方向 3 成分）について入力できる。線方向の弾性成分は単位変位当たりの力の単位で、回転方向の弾性成分は単位回転角当たりのモーメントの単位で入力する。

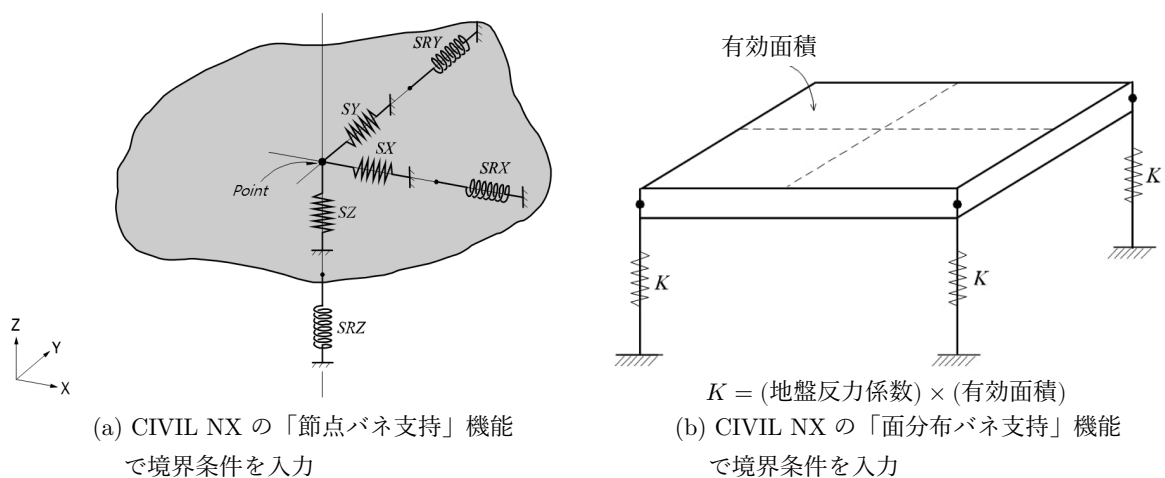


図 8.1 弾性境界要素の入力の例

線方向の弾性境界要素は構造物を支える柱や杭または、地盤剛性を表現する際に適用する。地盤をモデル化する場合には、地盤反力係数と当該節点の有効面積との積で得られる値が用いられる。この時、土質は圧縮力に対しては抵抗するが、引張力に対しては抵抗できないという特性を有するため、解析において注意が必要である。

CIVIL NX では、土質と接する面の境界条件を簡単に設定できるよう、「面分布バネ支持」機能が搭載されている。

メインメニューの「境界条件」>「バネ支持」>「面分布バネ支持」で節点バネを選択し、単位面積当たりの地盤反力係数を入力すると、節点が占める有効面積と地盤反力係数との積から剛性が計算され、節点バネとして境界条件が設定される。

また、圧縮力のみを支持する地盤特性を考慮する場合には、「圧縮専用」オプションを選択することで、圧縮力のみを負担する弾性連結要素として設定することができる。

対象構造物と接する柱や杭の軸方向剛性を考慮する場合、弾性境界要素の剛性は次式で評価できる。

$$k = \frac{EA}{H} \quad (8.1)$$

ここで、 E は支持部材のヤング係数、 A は有効断面積、 H は有効長さである。

回転方向の弾性成分は、解析対象構造物の隣接境界部分の回転剛性を表現するために使用される。隣接境界が柱である場合、回転剛性は次式で与えられる。

$$k_{\theta} = \alpha \frac{EI}{H} \quad (8.2)$$

ここで、 α は柱の連結条件によって定まる回転剛性係数、 I は断面二次モーメント、 H は柱の有効長さである。

節点に入力される境界バネは、一般に各自由度方向ごとに独立して設定されるが、より高精度な解析を行う場合には、自由度間の連成剛性を考慮する必要がある。

例えば、移動変位に伴って回転変位が同時に発生する場合には、連成剛性を含むバネモデルを用いることで、より実挙動に近い解析が可能となる。構造物基礎に用いられる杭を境界バネとしてモデル化する場合には、各方向の剛性に加えて連成剛性を考慮することが有効である。

節点に設定される境界バネは、原則として全体座標系に基づいて定義されるが、節点座標系が設定されている場合には、その節点座標系に従う。解析において、剛性行列を組み立てた後、特定自由度に対する剛性成分が存在しない場合、数値計算上のエラーが発生することがある。そのため、解析を安定させる目的で、十分に小さな剛性値を与えることがある。使用単位系にもよるが、一般的には 0.0001～0.001 程度の値が用いられる。

CIVIL NX では、このような数値的不安定を防止するため、解析結果にほとんど影響を与えない微小な剛性値を自動的に付与する機能が実装されている。

(2) 解析の概念

バネは支点と同様の役割を果たすが，変形を許容する支点として理解することができる．図 8.2 は 2 スパン連続梁の中央部がバネ支点で支持された構造物を示している．このとき，バネに作用する力と同じ大きさの力が，梁には上向きの反力として作用する．

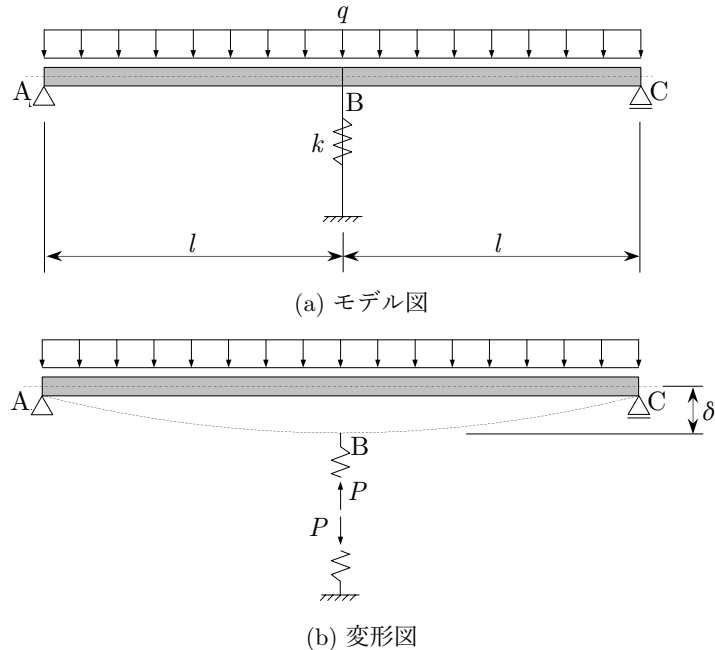


図 8.2 バネを持つ連続梁

ここで，ヤング係数 E ，断面二次モーメント I ，等分布荷重 q ，部材長さ L を以下のように与える．

$$E = 3 \times 10^7 \text{ kN/m}^2, I = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^4, q = 10 \text{ kN/m}, l = 4.5 \text{ m}$$

長さ $2L$ の単純梁に等分布荷重 q が作用し，梁中央がバネ支点で支持されている構造物を考える．

このとき，バネが受ける反力を P とすると，梁には中央点に上向きの集中荷重 P が作用するものとして扱うことができる．

梁中央におけるたわみ量は，等分布荷重 q によるたわみから，集中荷重 P によるたわみを差し引いたものとなり，これがバネの変形量に等しくなる．したがって，次の関係式が成り立つ．

$$\frac{5q(2l)^4}{384EI} - \frac{P(2l)^3}{48EI} = \frac{P}{k} \quad (8.3)$$

ここで，左辺第1項は等分布荷重による中央たわみ，第2項はバネ反力 P による中央たわみ，右辺はバネの変形量を表している．

図 8.3 は、バネ支点の剛性と梁の曲げ剛性との相対関係を表す剛性比

$$kL^3/EI \quad (8.4.1)$$

を横軸に、反力比を縦軸に示したグラフである。

ここで、

- ・ k : バネ定数
- ・ L : スパン長
- ・ EI : 梁の曲げ剛性

である。

なお、 EI/L^3 は梁の変形に対する等価的な剛性を表すため、

$$\frac{kL^3}{EI} = \frac{k}{EI/L^3} \quad (8.4.2)$$

は「バネ剛性と梁剛性の比」を意味する無次元量となる。

この値が、

- ・ 小さい場合：バネが柔らかく、支点としての拘束効果が小さい。
- ・ 大きい場合：バネが硬く、支点としての拘束効果が大きい。

ことを意味する。

ここで反力比とは、B 点が完全に支持された場合（剛支点）に生じる B 点反力を基準とし、それに対するバネ支点に作用する反力の比を意味する。

2 スパン連続梁に等分布荷重が作用する場合、中央支点 B に生じる反力は

$$V_B = \frac{5}{8}qL \quad (8.5)$$

となるため、図 8.3 の縦軸はこの理論反力に対する実際のバネ反力の割合を表している。

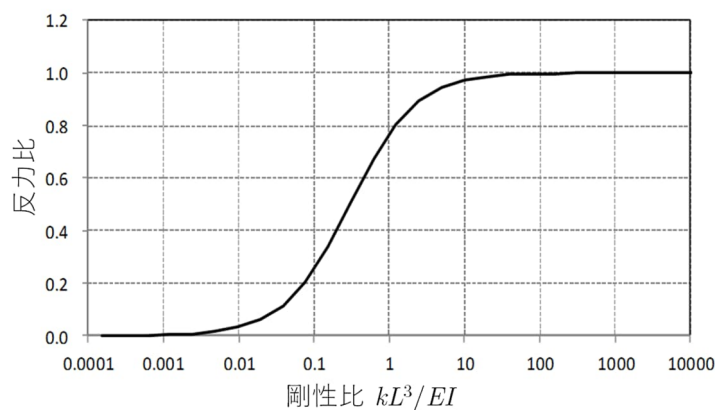


図 8.3 剛性比（縦軸：反力比）

図 8.4 は、横軸に同じく剛性比

$$\frac{kL^3}{EI} = \frac{k}{EI/L^3} \quad (8.5.2)$$

を取り、縦軸にバネの変形比を示したグラフである。

ここでバネの変形比とは、バネの変形量をスパン長さで除した無次元量であり、支点がどの程度沈下するかを示す指標である。

図を見ると、剛性比が小さい領域ではバネの変形比が大きく、中央支点は大きく沈下していることが分かる。この場合、支点としての拘束効果は小さく、構造物は単純梁に近い挙動を示す。

一方、剛性比が大きくなるにつれてバネの変形比は急速に減少し、支点の沈下は小さくなる。十分に大きな剛性比では中央支点はほとんど変位せず、剛支点を有する連続梁に近い挙動を示す。

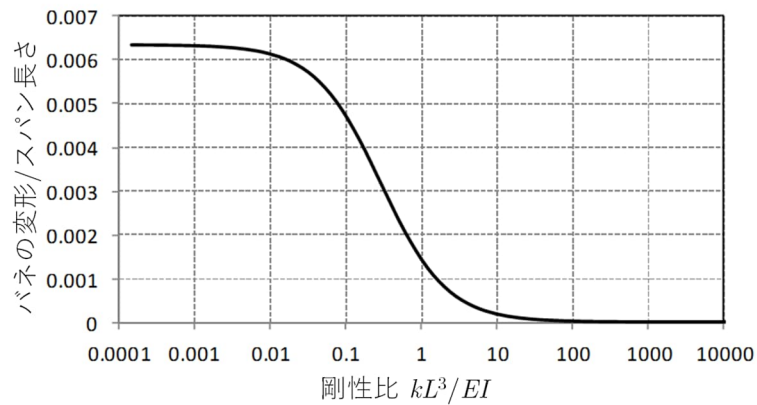


図 8.4 剛性比（縦軸：バネの変形/スパン長さ）

(3) 剛性比 EI/k による構造挙動の違い (図 8.3・図 8.4 の比較)

(3)-1 剛性比 $kL^3/EI = 0.0001$ の場合

図 8.3 (反力比)

- 反力比はほぼ 0
- バネ支点にはほとんど反力が発生していない

図 8.4 (変形比)

- バネの変形比は大きい
- 支点は大きく沈下している

→ 中央のバネ支点はほとんど支点として機能していない状態

→ 構造は中央支点のない単純梁に近い挙動

(3)-2 剛性比 $kL^3/EI = 1$ の場合

図 8.3 (反力比)

- 反力比は急激に増加する領域
- バネ支点が荷重を分担し始める

図 8.4 (変形比)

- 変形は急激に減少する
- まだ無視できるほど小さくはない

→ バネが支点として機能し始める移行領域

→ バネ剛性の設定によって応答が大きく変化する範囲

(3)-3 剛性比 $kL^3/EI = 10,000$ の場合

図 8.3 (反力比)

- 反力比はほぼ 1
- 剛支点とほぼ同じ反力を負担する

図 8.4 (変形比)

- 変形比はほぼ 0
- 支点の沈下はほとんどない

→ 中央支点は実質的に剛支点

→ 完全拘束された連続梁とほぼ同等の挙動

図 8.3 および図 8.4 から、次のような傾向が読み取れる。

剛性比 kL^3/EI が小さい場合、バネ支点到作用する反力は小さく、バネの変形は大きい。この状態では支点が十分な反力を発生できず、構造物は単純梁に近い挙動を示す。

一方、剛性比 kL^3/EI が大きくなるにつれて、バネ支点到作用する反力は増加し、バネの変形は小さくなる。

特に剛性比が 10 を超えると、バネの変形はほぼゼロとなり、支点は剛支点とほぼ同じ挙動を示す。

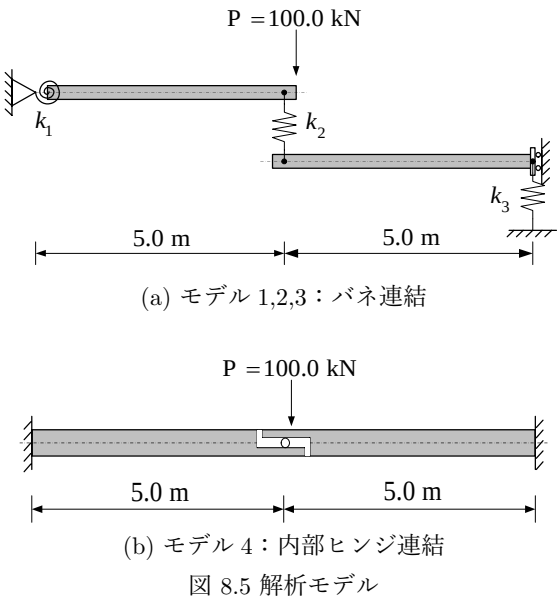
また、剛性比が 0.1～1 程度の範囲では、反力および変形が急激に変化し、バネ剛性の設定が構造応答に大きな影響を与えることが分かる。

このため、バネ剛性を設定する際には、剛性比 kL^3/EI がどの領域に位置するかを把握した上で、解析結果を解釈することが重要である。

8.2 チュートリアル

8.2.1 モデルの概要

本チュートリアルでは部材の支持条件とバネ要素の剛性変化による構造物の反力，変位，部材力を比較する．



- 材料
鋼材：SM490（溶接構造用圧延鋼材）
 - ・ヤング係数 $E = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$
- 断面
 - ・断面積 $A = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$
 - ・断面二次モーメント $I_{yy} = 8.333 \times 10^{-4} \text{ m}^4$
- 荷重
 - ・節点集中荷重 $P = 100 \text{ kN}$
- バネ定数

表 8.1 バネ定数

区分	k_1 [kNm/rad.]	k_2 [kN/m]	k_3 [kN/m]
モデル 1	1,000,000	10	100,000
モデル 2	100	100,000	100,000
モデル 3	1,000,000	100,000	100,000

8.2.2 作業環境の設定

(1) 単位系の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー：[≡ ファイル] > [📁 新規プロジェクト]

メインメニュー：[≡ ファイル] > [💾 保存]

① ファイル名に「バネ」と入力し，[保存] をクリックする。

使用する単位系を設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [単位系] 。

② 長さは「mm」，力(質量) は「N(kg)」を選択する。

③ [OK] をクリックする。



図 8.6 ファイルの保存と単位系の設定

(2) 作業平面の設定

本チュートリアル解析モデルは平面（X-Z 平面）構造であるため、構造形式を X-Z 平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [基本設定]

- ① 構造形式で「X-Z 平面」を選択する。
- ② [OK] をクリックする。



図 8.7 作業平面の設定

8.2.3 材料及び断面の定義

構造物の材料として鋼材 SM490 (JIS) を選択し、断面を定義する。

メインメニュー：[材料/断面] > 「材料特性」 > [材料特性]

[追加...] をクリックする。

① 弾性データ>タイプで「鉄骨」，

② 弾性データ>鉄骨>規格で「JIS-Civil(S)」，種別で「SM490」を選択する。

③ [OK] をクリックする。

[断面] タブをクリックし，[追加...] をクリックする。

④ [値入力] タブをクリックする。

⑤ 名称に「断面」と入力する。

⑥ 断面形状リストから「H-断面」を選択する。

⑦ 剛性欄の Area に「1e+4」，Iyy に「8.333e+8」を入力する。

⑧ [OK] をクリックする。

[閉じる] をクリックする。

(a) 材料の定義

(b) 断面の定義

図 8.8 材料及び断面の定義

8.2.4 節点及び要素の生成

ステータスバーで力の単位を kN，長さの単位を m に変更し，モデル 1 の梁要素を生成する位置に節点を生成する。

- ① ステータスバーで力の単位を「kN」，長さの単位を「m」に変更する。
メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成▼] > [節点生成]
- ② 座標(x, y, z) に「0, 0, 0」を入力する。
- ③ [適用] をクリックする。
- ④ [自動フィット] をオンにし，[正面] をクリックする。

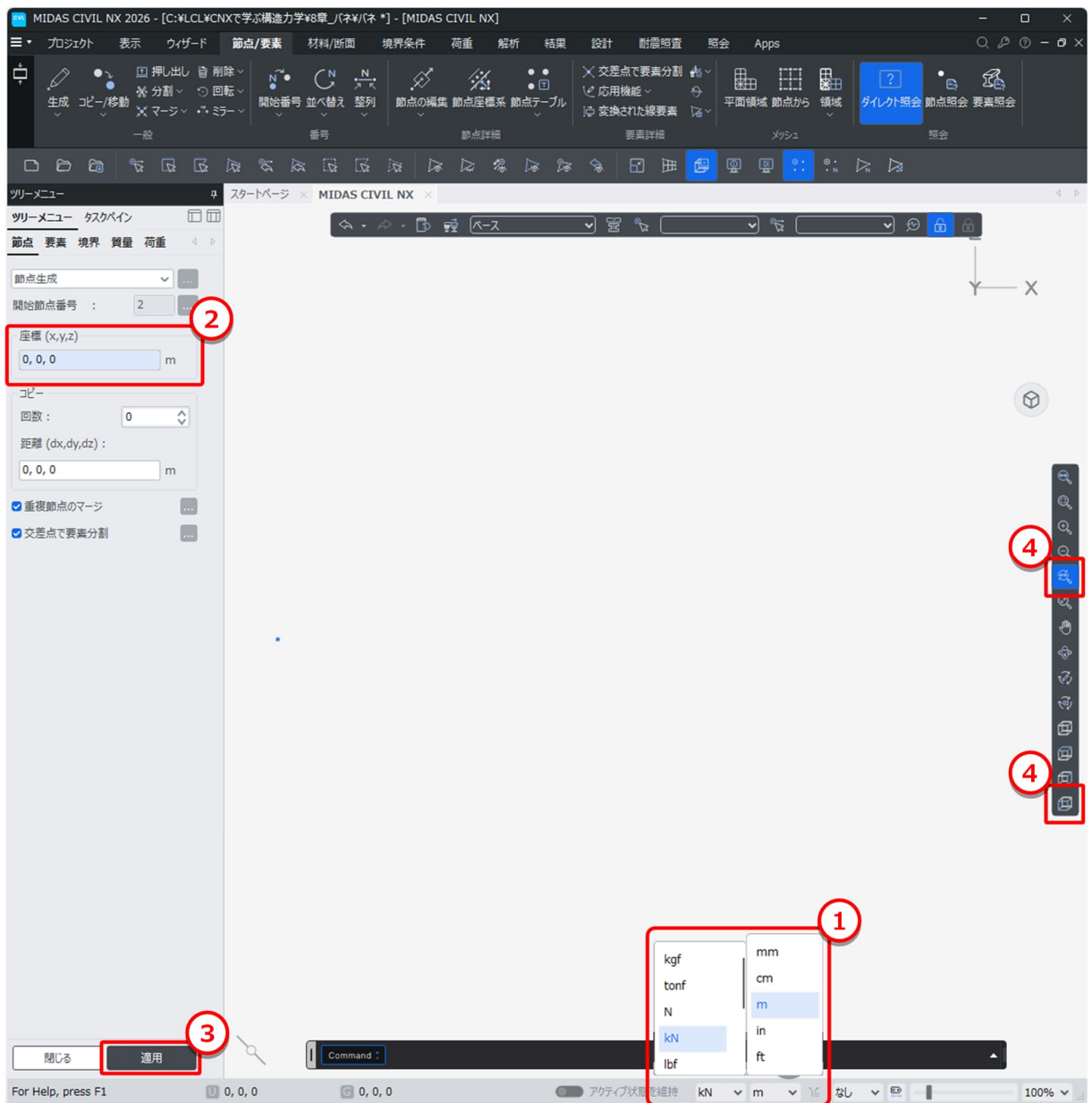


図 8.9 節点の生成

節点を線要素に拡張する押し出し機能で、モデル 1 の左部分の梁要素を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [押し出し]

- ① 押出形式で「節点 -> 線要素」を選択する。
- ② 要素属性>要素タイプで「梁要素」，材料で「1: SM490」，断面で「1: 断面」を選択する。
β角度に「0」を入力する。
- ③ 生成形式で「コピー/移動」を選択する。
- ④ コピー/移動で「等間隔」を選択し，dx, dy, dz に「1, 0, 0」を，回数に「5」を入力する。
- ⑤ [ 全て選択] をクリックする。
- ⑥ [適用] をクリックする。

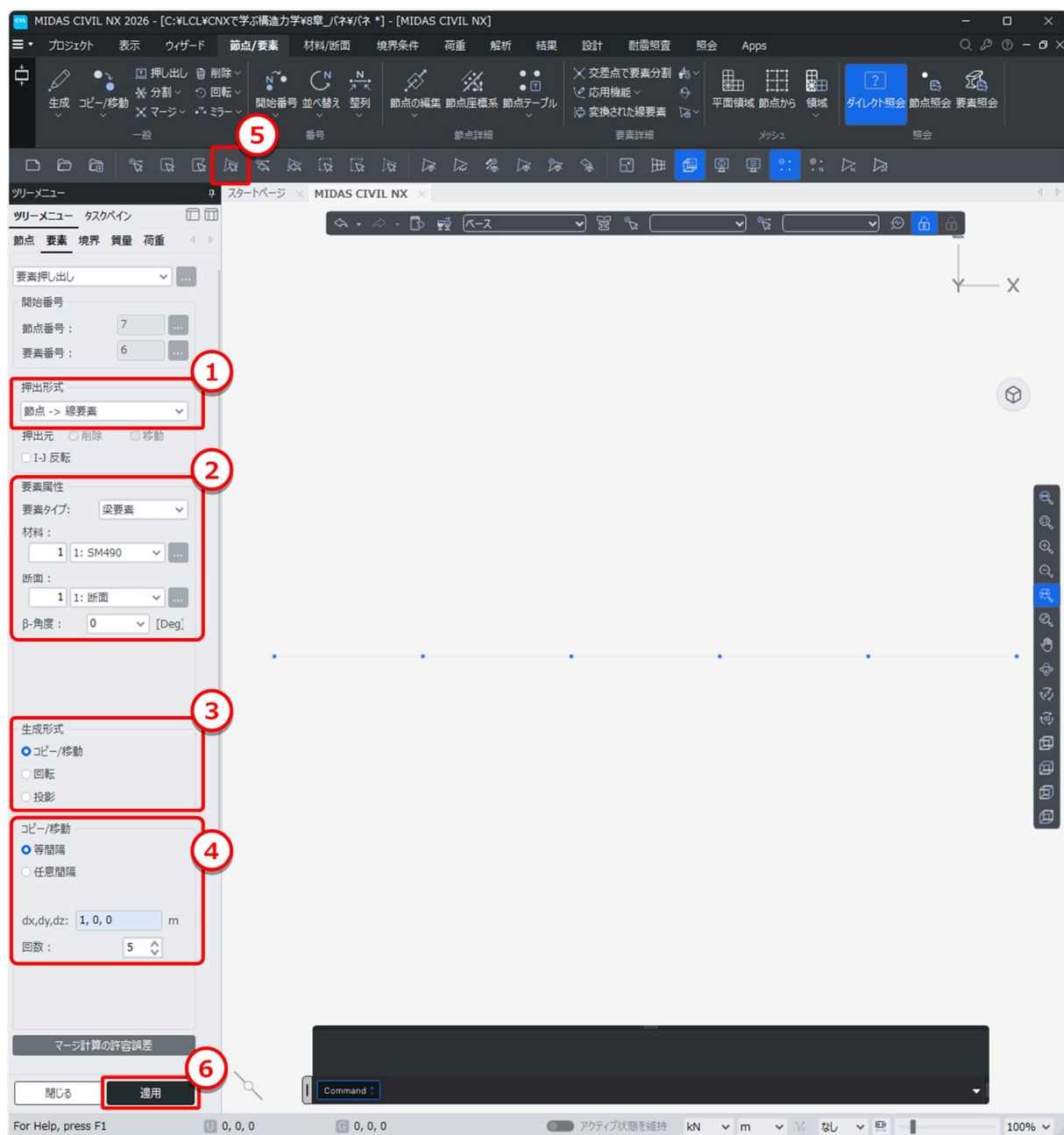


図 8.10 梁要素の生成

モデル1の梁要素をコピーし、右部分の梁要素を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [コピー/移動▼] > [要素コピー/移動]

- ① モードで「コピー」を選択する。
- ② コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「5, 0, -0.1」，回数に「1」を入力する。
- ③ [ 全て選択] をクリックする。
- ④ [適用] をクリックする。

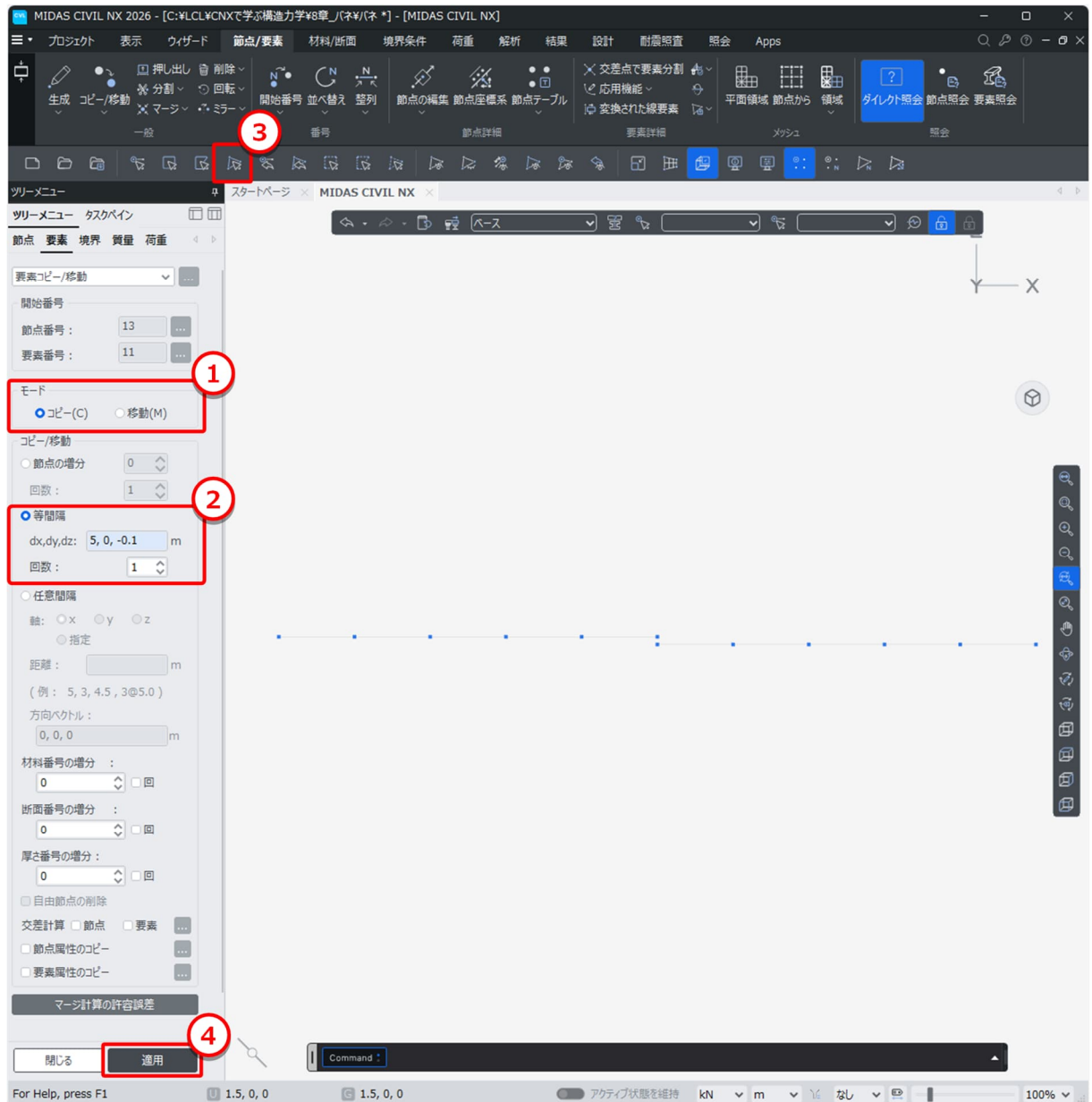


図 8.11 梁要素の複製

8.2.5 境界条件の入力

梁の両端に境界条件を入力する。

- ① [節点番号] をオンにする。
メインメニュー：[境界条件] > 「支持」 > [支持条件]
- ② 支持形式で「Dx」と「Dz」をオンにする。
- ③ [ 単一選択] をオンにして、節点 1 を選択する。
- ④ [適用] をクリックする。
- ⑤ 支持形式で「Dz」をオフにして、「Dx」と「Ry」をオンにする。
- ⑥ [ 単一選択] をオンにして、節点 12 を選択する。
- ⑦ [適用] をクリックする。

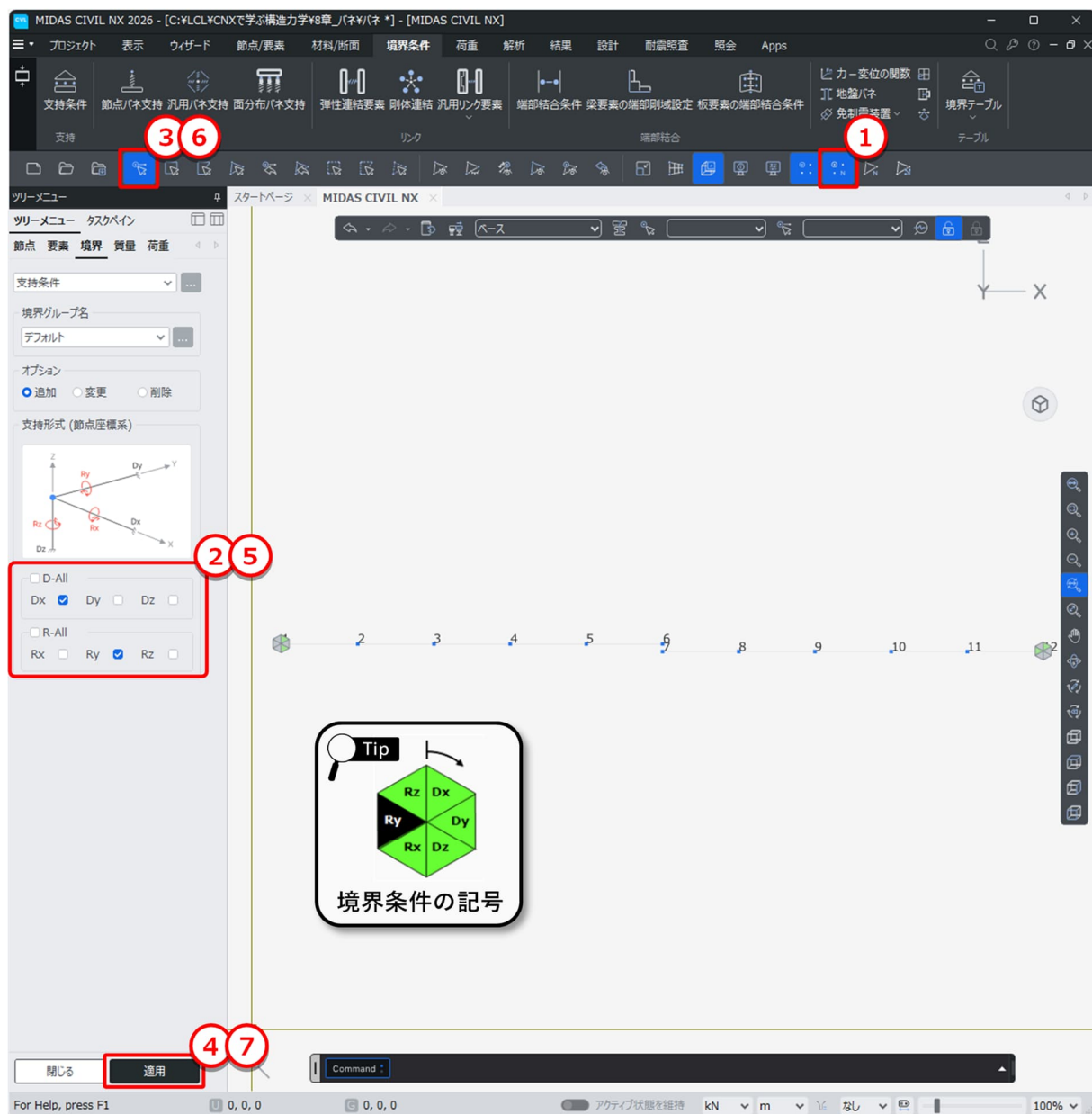


図 8.12 支点条件の入力

「節点バネ支持」機能を利用し梁に弾性支持条件を入力する。

弾性支持条件は節点の自由度を拘束する支持とは異なり、自由度別の弾性支持の剛性を持つ境界要素（バネ）を入力し、剛性による変形を許容しながら弾性境界要素の部材力を反力として出力する。

メインメニュー：[境界条件] > 「バネ支持」 > [節点バネ支持]

- ① 節点バネ(節点座標系) > タイプで「1 次」を選択する。
- ② > SR_y に「1,000,000」を入力する。
- ③ [ 単一選択] をオンにして、節点 1 を選択する。
- ④ [適用] クリック
- ⑤ 節点バネ(節点座標系) > SD_z に「100,000」を入力する。なお、他の項目は「0」を入力する。
- ⑥ [ 単一選択] をオンにして、節点 12 を選択する。
- ⑦ [適用] をクリックする。

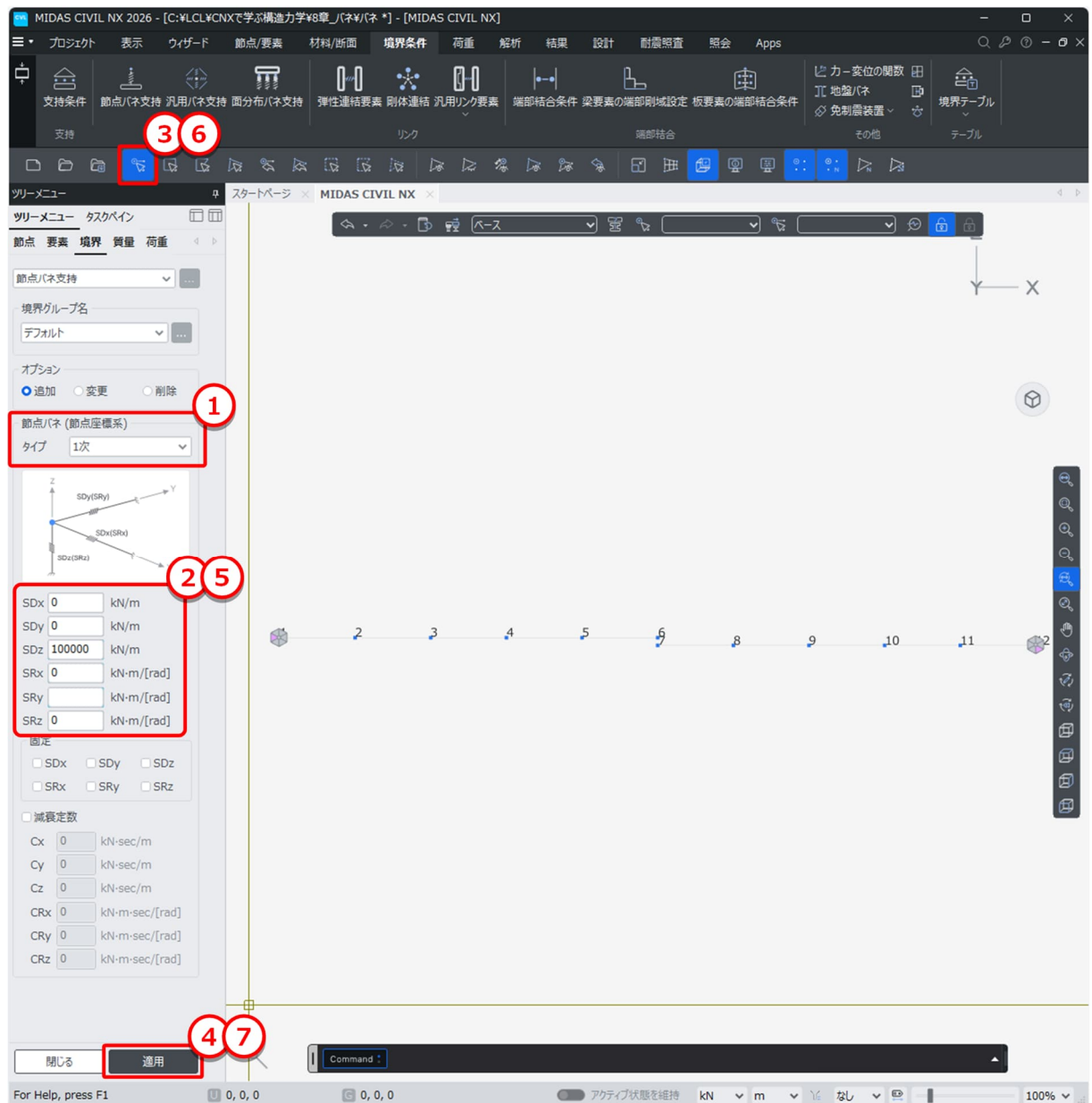


図 8.13 弾性支持条件の入力

8.2.6 荷重の入力

(1) 荷重条件の定義

荷重を入力するため荷重条件を定義する。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > [荷重ケース生成] > [静的荷重ケース]

- ① 名称で「節点荷重」と入力する。
- ② タイプで「ユーザー定義荷重(USER)」を選択する。
- ③ [追加] をクリックする。
- ④ [閉じる] をクリックする。

静的荷重ケース

名称 : 節点荷重

ケース : 全ての荷重ケース

タイプ : ユーザー定義荷重 (USER)

解説

No	名称	タイプ	解説
1	節点荷重	ユーザー定義荷重 (USER)	

追加 (A)

修正 (M)

削除 (D)

閉じる (C)

図 8.14 荷重条件の定義

(2) 節点荷重の入力

節点 6 に集中荷重 100 kNを入力する。

メインメニュー [表示] > 「ディスプレイ」 > [ディスプレイ▼] > [ディスプレイ]

① [荷重] タブで、「荷重値」をオンにする。

メインメニュー：[荷重/静的荷重] > 「静的荷重」 > [節点荷重]

② 荷重ケース名で「節点荷重」を選択する。

③ オプションで「追加」を選択する。

④ 節点荷重>FZ に「-100」を入力する。

⑤ [ 単一選択] をオンにして、節点 6 を選択する。

⑥ [適用] をクリックする。

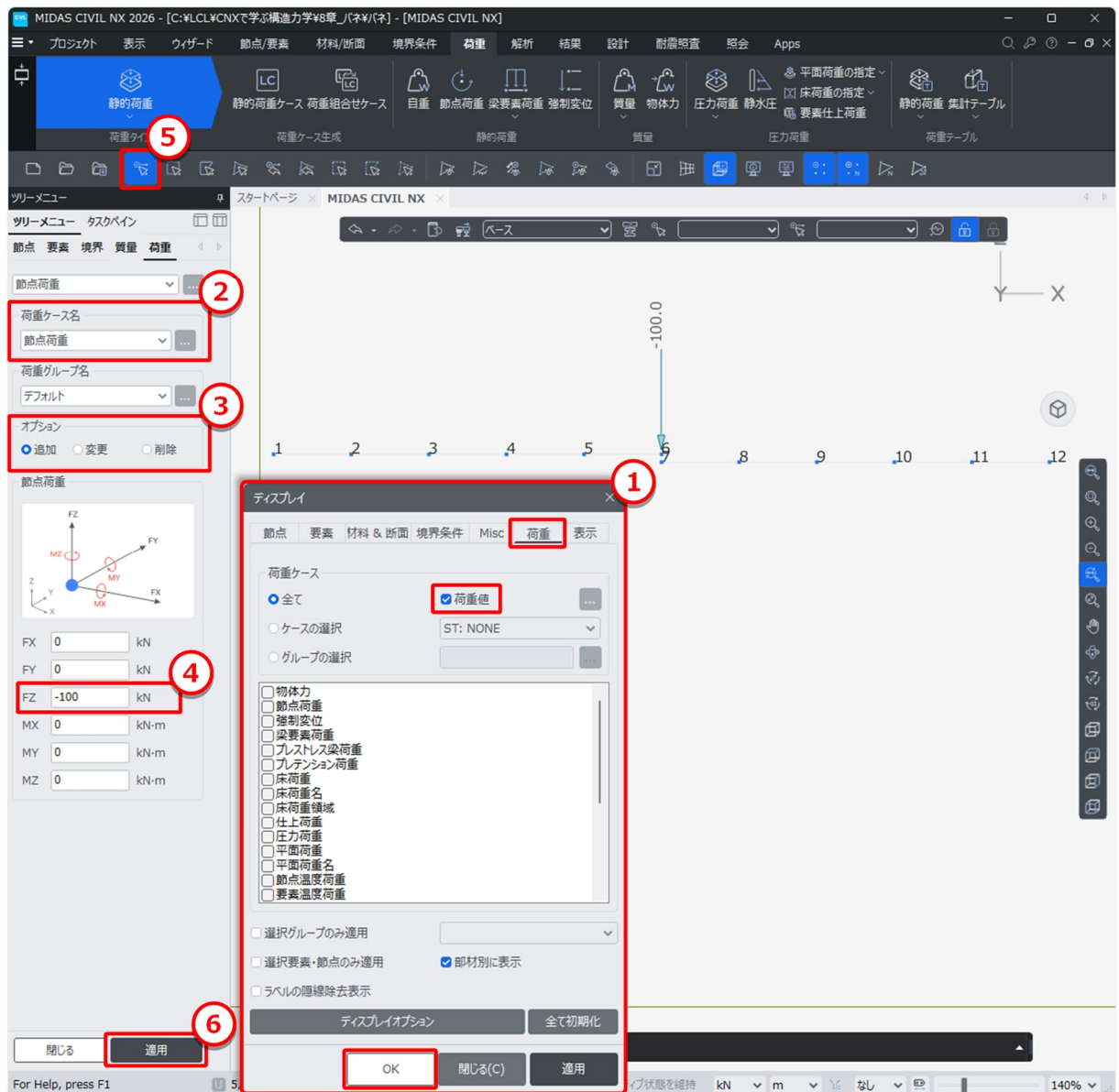


図 8.15 節点荷重の入力

(3) 要素の複製

モデル1をもとにして、モデル2、モデル3、モデル4を複製して生成する。この時モデル1に入力されている節点荷重及び境界条件を保持したまま複製する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [コピー/移動▼] > [要素コピー/移動]

- ①モードで「コピー」を選択する。
- ②コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「0, 0, -2」を、回数に「3」を入力する。
- ③「節点属性のコピー」と「要素属性のコピー」をオンにする。
- ④ [ 全て選択] をクリックする。
- ⑤ [適用] をクリックする。

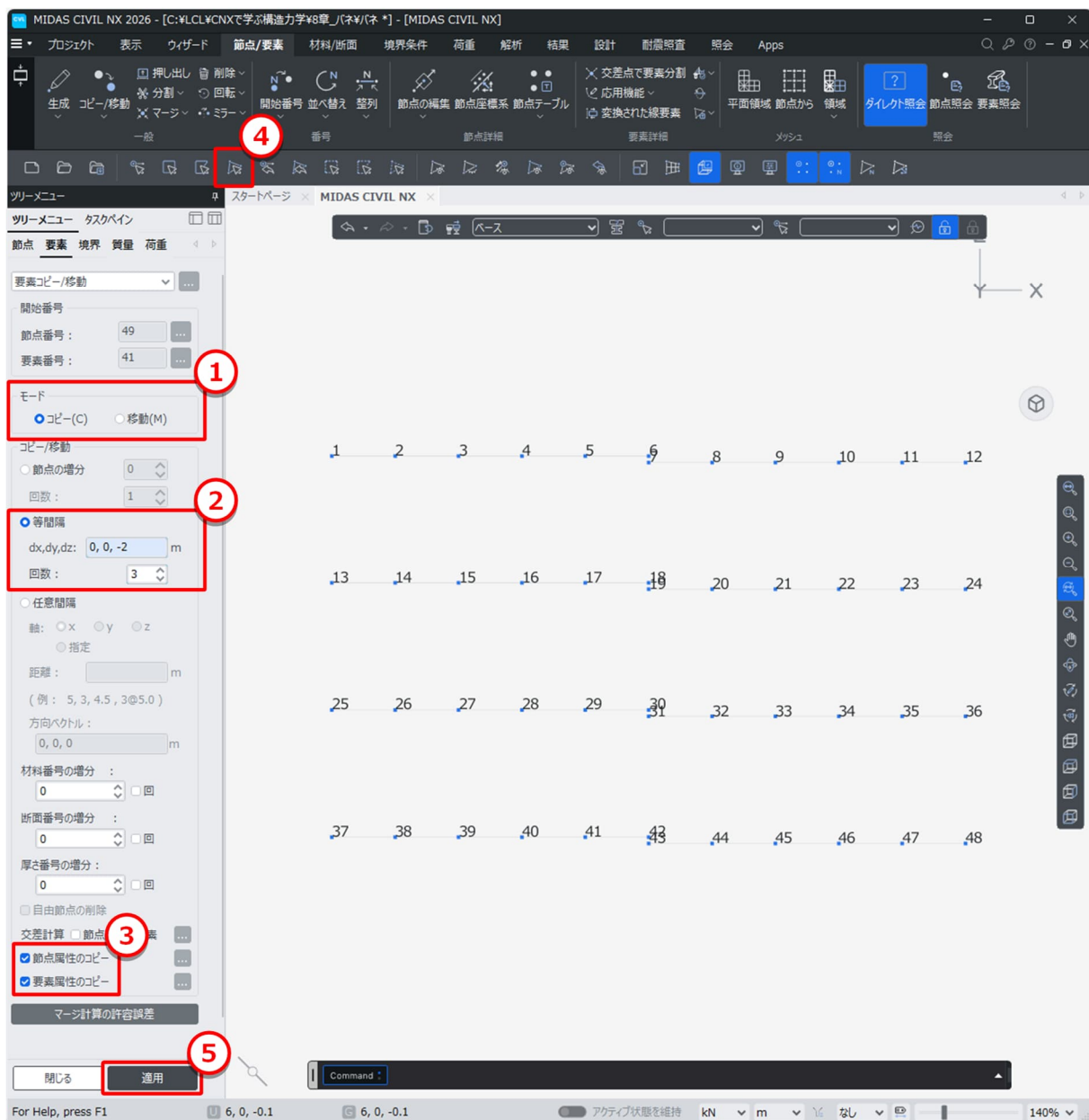


図 8.16 要素の複製

モデル 4 は右側の節点を Z 軸方向に 0.1m 移動し、左側と連続になるようにする。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [コピー/移動▼] > [節点コピー/移動]

- ① モードで「移動」を選択する。
- ② コピー/移動で「等間隔」を選択し、dx, dy, dz に「0, 0, 0.1」を入力する。
- ③ [ウィンドウで選択] をオンにして、節点 43～節点 48 を選択する。
- ④ [適用] をクリックする。

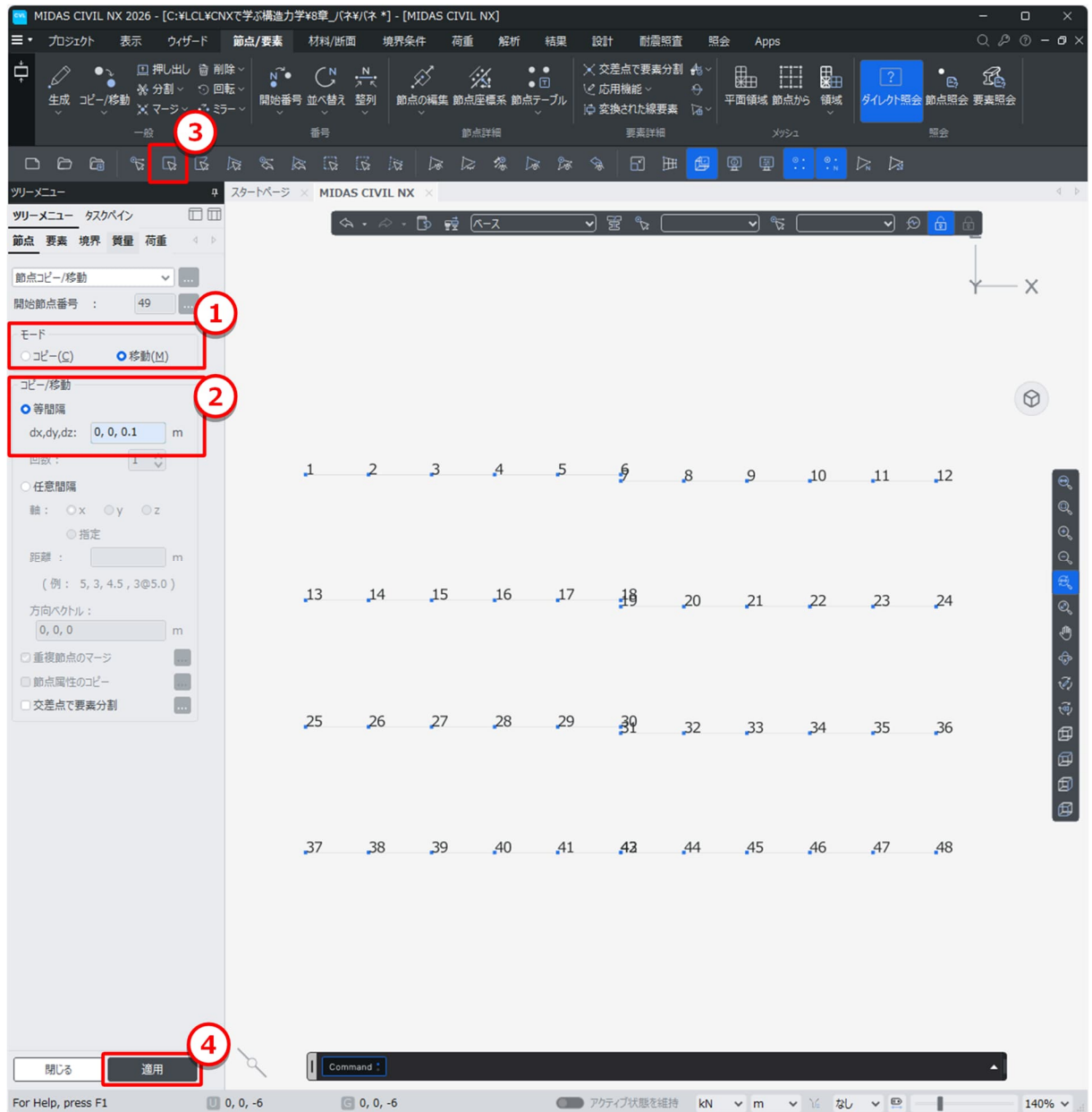


図 8.17 モデル 4 の節点座標修正

また、節点の移動により同一位置に重複された節点は「重複節点のマージ」機能で削除する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [マージ▼] > [節点マージ]

- ① マージで「全て」を選択する。
- ② 許容誤差に「0.001」を入力し、「マージされた節点の削除」をオンにする。
- ③ [適用] をクリックする。

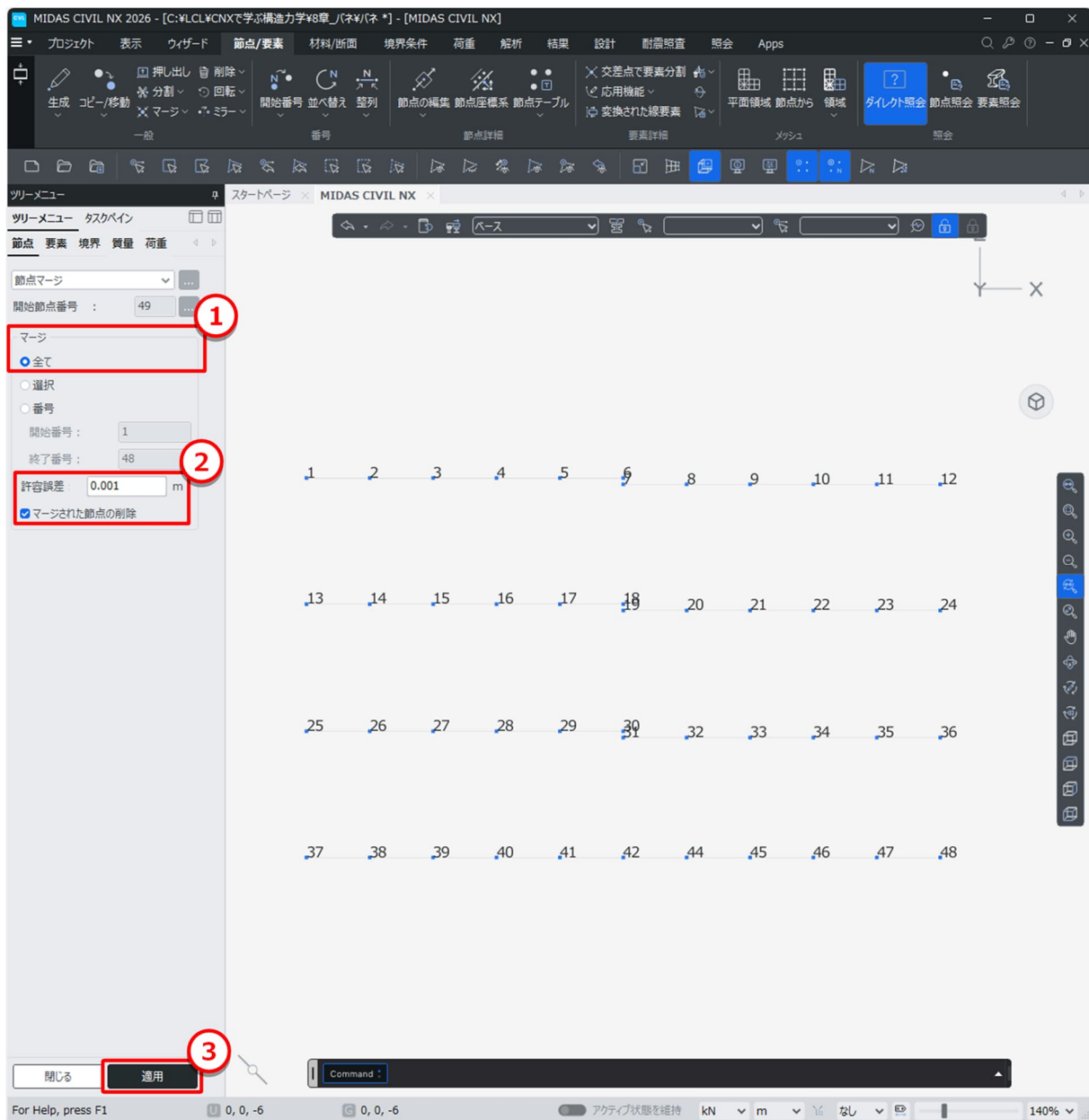


図 8.18 モデル 4 の節点マージ

(4) 境界条件の修正

モデル 4 の両端部の境界条件を固定端に変更する。

メインメニュー：[境界条件] > 「支持」 > [支持条件]

- ① オプションで「変更」を選択する。
- ② 支持形式で「Dx」, 「Dz」, 「Ry」をオンにする。
- ③ [ 単一選択] をオンにして、節点 37 と節点 48 を選択する。
- ④ [適用] をクリックする。

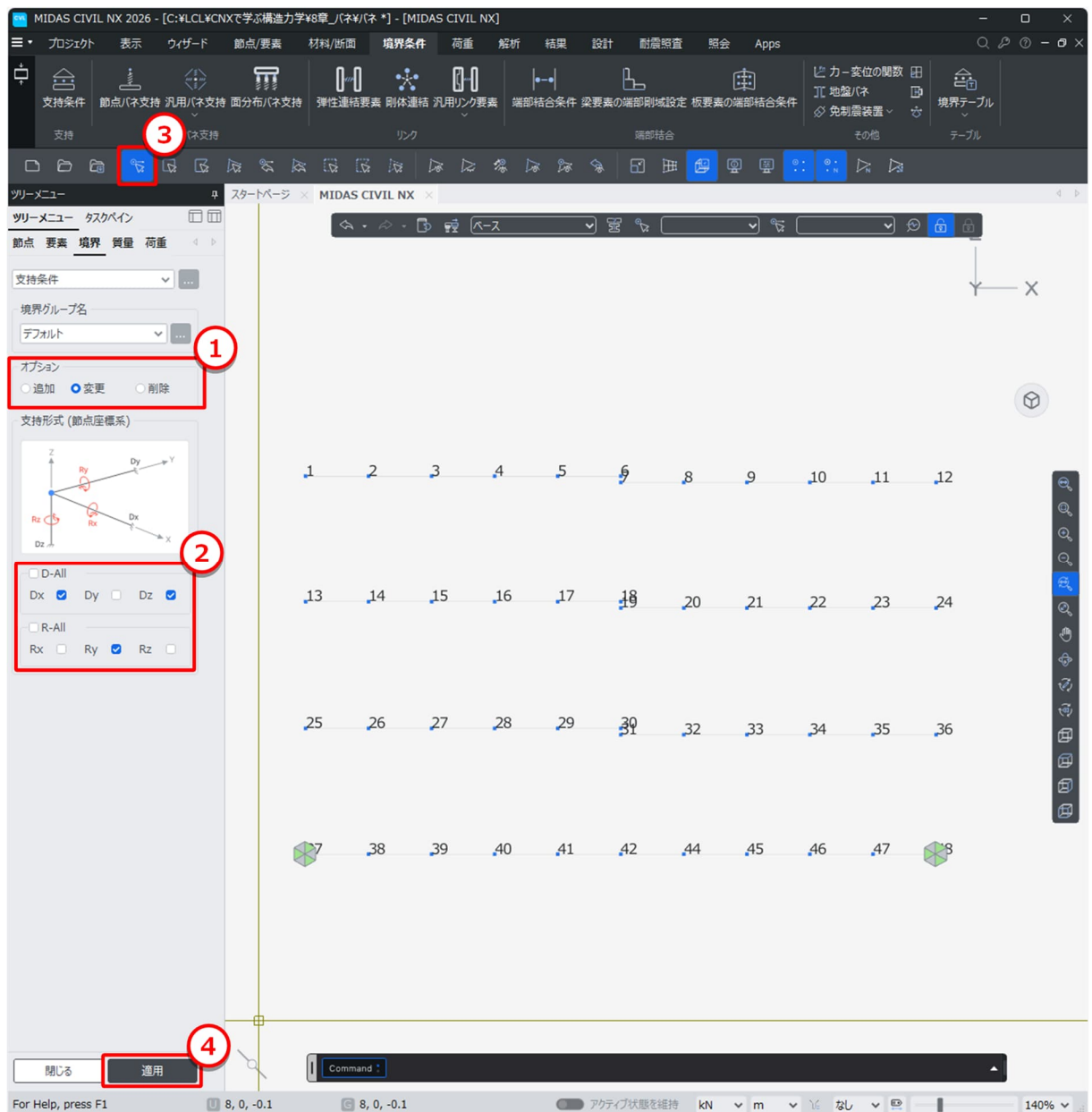


図 8.19 境界条件の修正

モデル 4 の弾性支持条件を削除し、モデル 2 の弾性支持点に入力されている弾性支持剛性を修正する。

メインメニュー：[境界条件] > [バネ支持] > [節点バネ支持]

- ① オプションで「削除」を選択する。
- ② [ 単一選択] をオンにして、節点 37 と節点 48 を選択する。
- ③ [適用] をクリックする。
- ④ オプションで「変更」を選択する。
- ⑤ SR_y に「100」を入力する。なお、その他の項目は「0」を入力する。
- ⑥ [ 単一選択] をオンにして、節点 13 を選択する。
- ⑦ [適用] をクリックする。

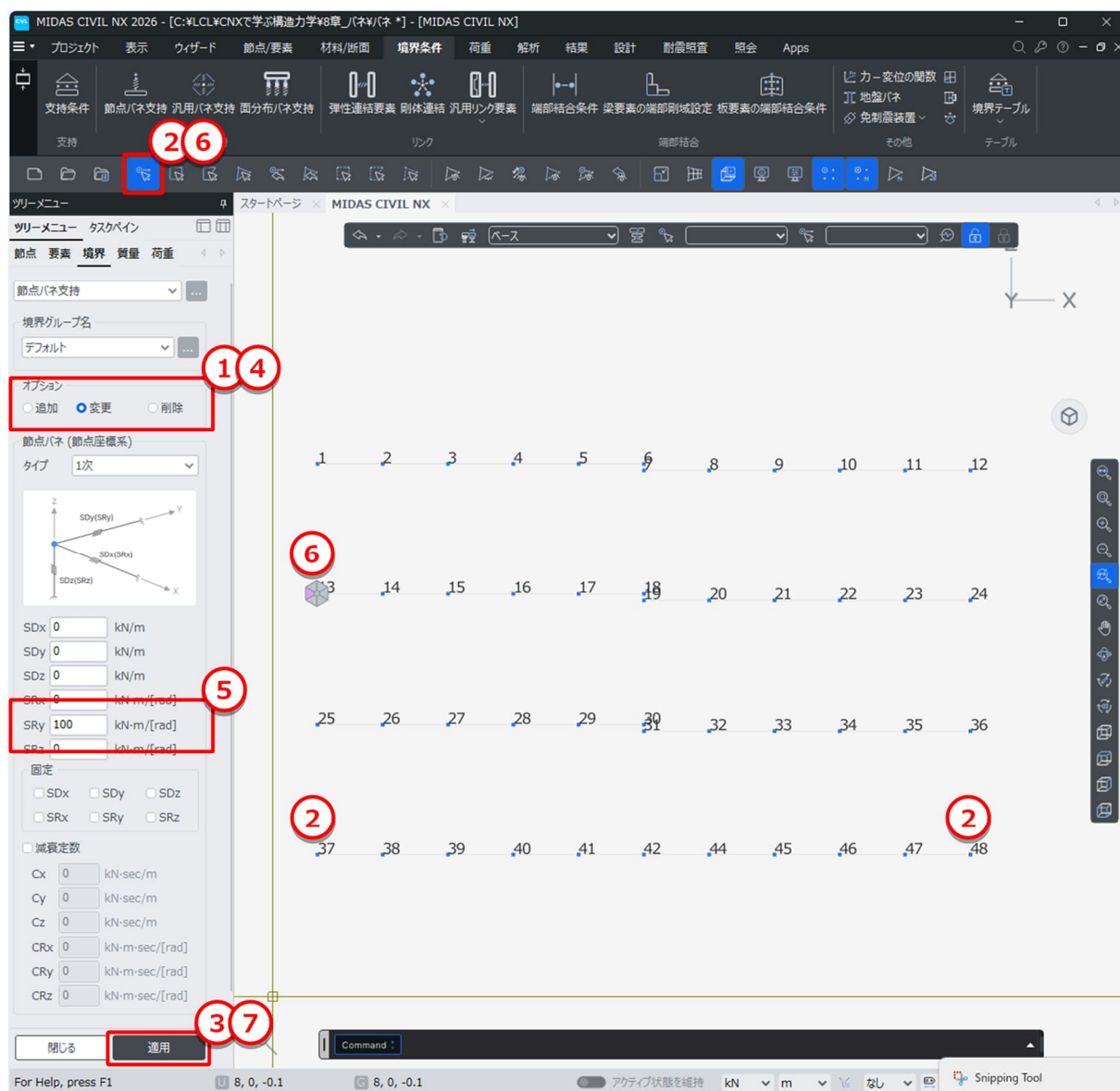


図 8.20 バネ条件の修正

Tip バネのタイプ

タイプの「引張専用」は引張力にのみ、「圧縮専用」は圧縮力にのみ抵抗するバネ要素である。

荷重状態によりバネの作用が変化するため非線形挙動となり、解析は反復計算により収束解が求められる。

モデル 1, 2, 3 の両側の梁の間に弾性連結要素を入力する。
弾性連結要素の剛性は要素座標系を基準にして入力する。

メインメニュー：[境界条件] > [リンク] > [弾性連結要素]

- ① オプションで「追加」を選択する。
- ② 弾性連結要素で「一般」を選択し、SDx に「10」を入力する。
なお、その他の項目は「0」を入力する。
- ③ 2 節点の入力欄をクリックした後、モデルビューで節点 6, 節点 7 を順にクリックする。
- ④ 弾性連結要素で「一般」を選択し、SDx に「100,000」を入力する。
なお、その他の項目は「0」を入力する。
- ⑤ 2 節点の入力欄をクリックした後、モデルビューで節点 18, 節点 19 を順番にクリックし、
つづいて節点 30 と節点 31 をクリックする。
- ⑥ [節点番号] をオフにする。

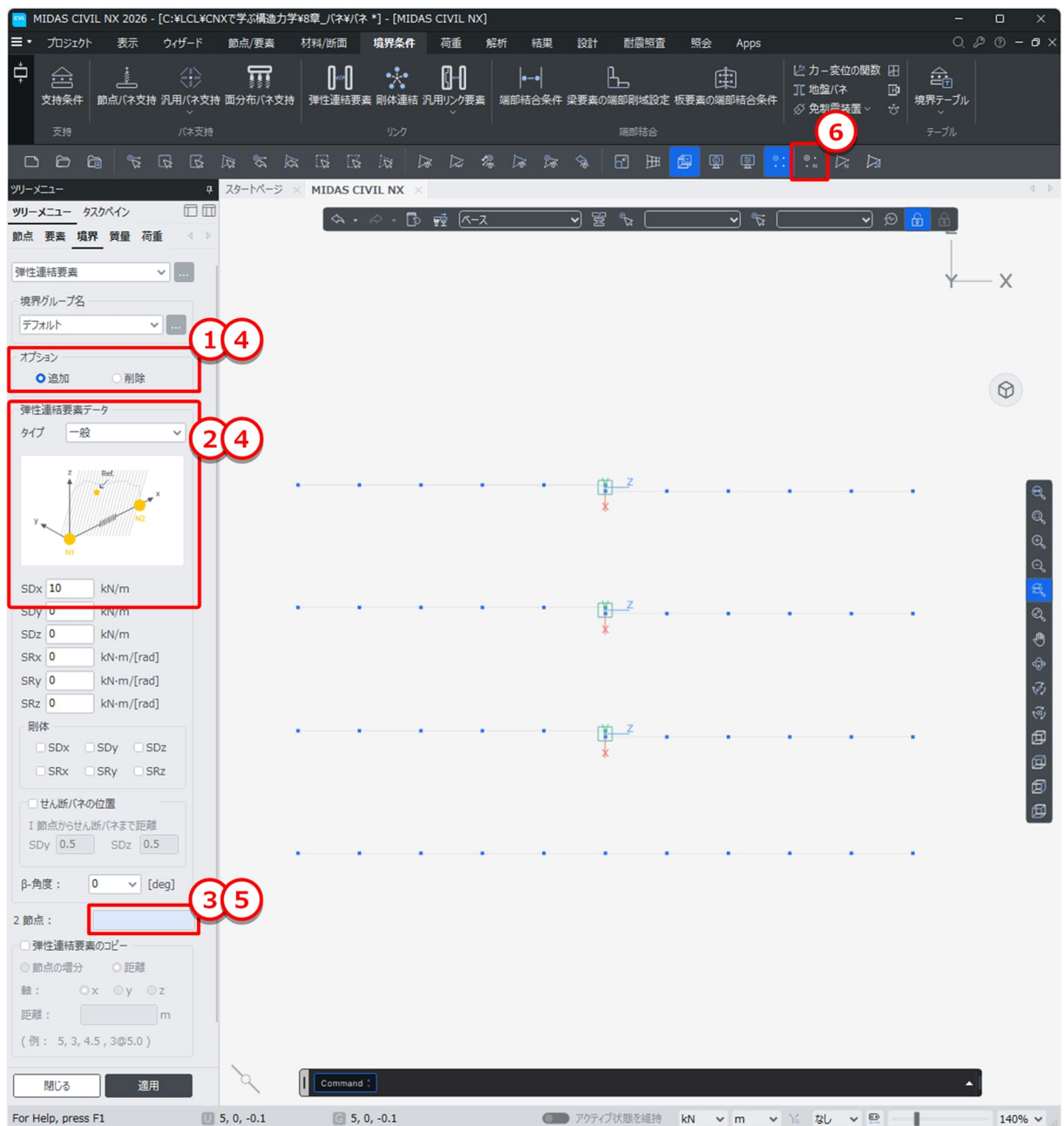


図 8.21 弾性連結要素の入力

モデル 4 の中央に内部ヒンジを入力する。

① [要素番号] をオンにする。

メインメニュー：[境界条件] > [端部結合] > [端部結合条件]

② [単一選択] をオンにして、要素 35 を選択する。

③ 一般形式と部分固定 > j-節点 > 「My」 をオンにする。

なお、その他の項目はオフとする。

④ [適用] をクリックする。

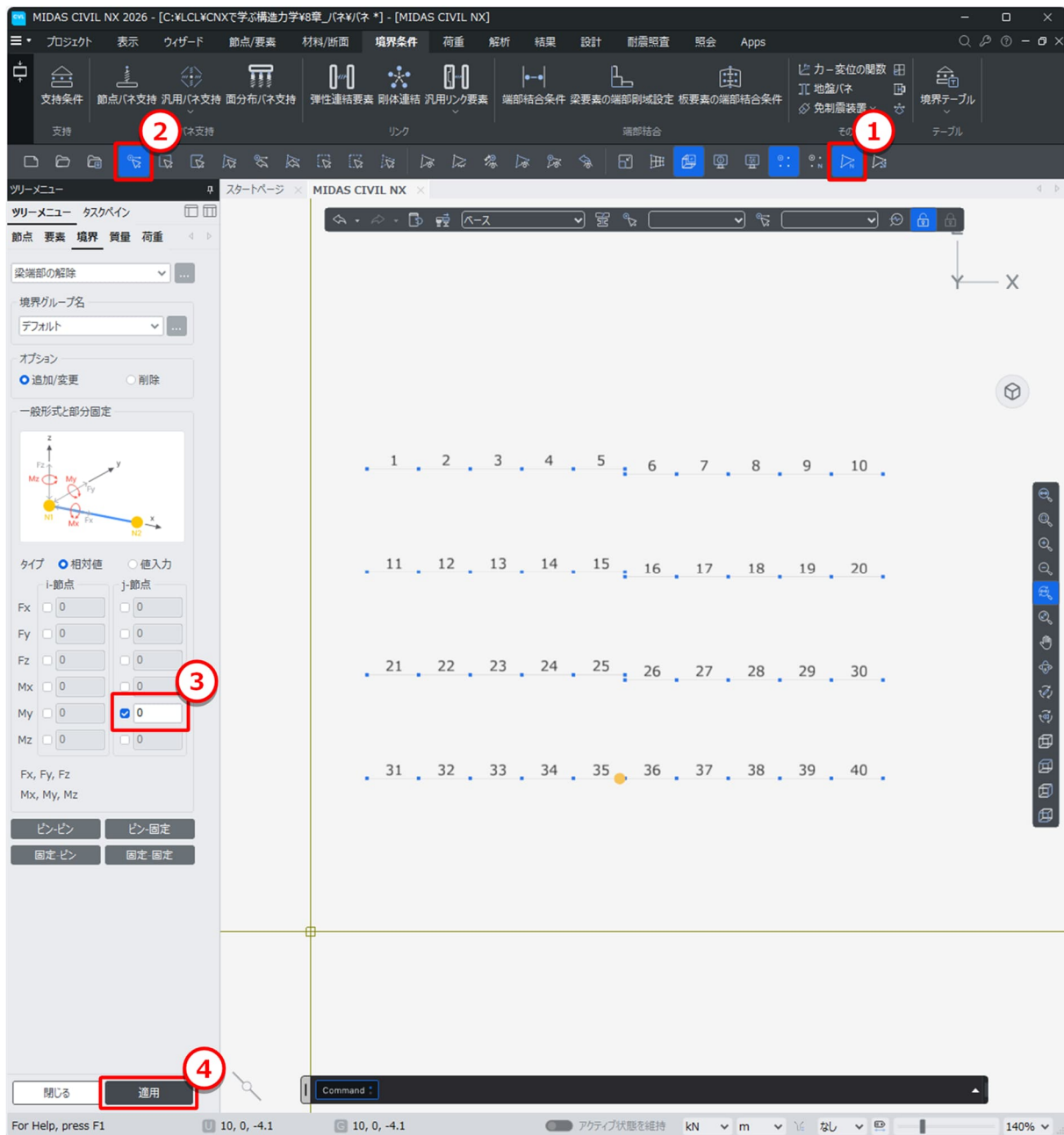


図 8.22 内部ヒンジの入力

8.2.7 構造解析の実行

構造解析を実行する。

① 「要素番号」 をオフにする。

メインメニュー：「解析」>「解析実行」>「解析実行」

② メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認する。

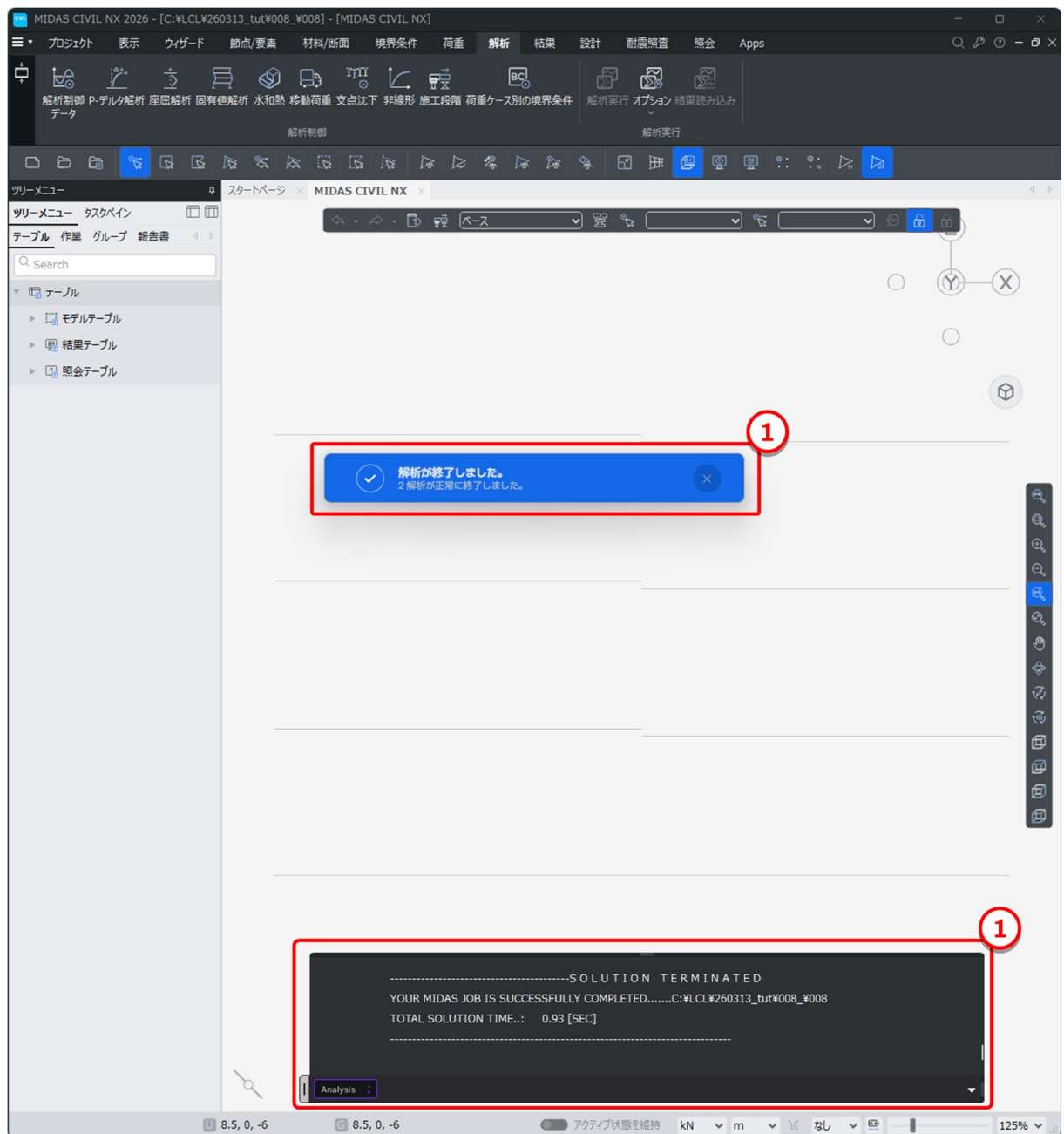


図 8.23 解析の正常終了メッセージ

メッセージウィンドウで正常終了メッセージが出力されない場合は入力内容を確認してから再び解析を実行する。

8.2.8 結果の確認

(1) 反力

反力を確認する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [反力▼] > [反力/モーメント]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 節点荷重」を選択する。
- ② 反力成分で「FZ」を選択する。
- ③ 表示形式で「数値」をオンにする。
- ④ [適用] をクリックする。

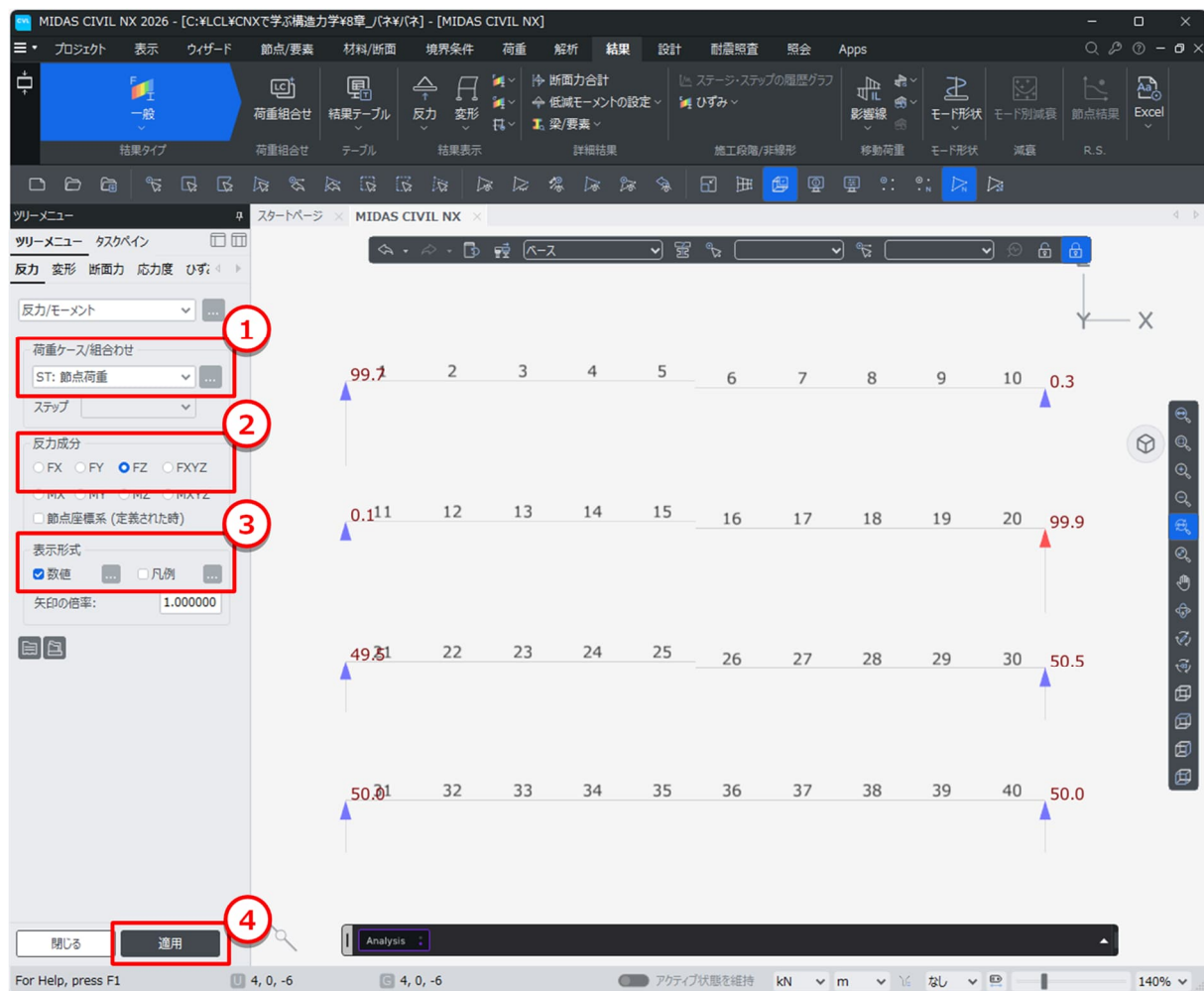


図 8.24 節点荷重による反力

- モデル 1： 弾性連結要素の剛性が微弱であるため、左と右の梁の連結部分（節点 6）に載荷された荷重を左側の梁が負担することが分かる。
- モデル 2： 左側の部材の支点の回転剛性が弱く、連結部分の剛性が大きいいため、集中荷重が右側の部材に伝達されていることが分かる。
- モデル 3： 支点部の剛性と弾性連結要素の剛性が両方とも大きくなる場合、両端が固定で内部ヒンジを持つモデル 4 に近い結果になることが分かる。

(2) 変位及び変形

各モデルの変形図の結果を比較する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [変形▼] > [変形図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 節点荷重」を選択する。
- ② 成分で「DXZ」を選択する。
- ③ 表示形式で「変形前」，「凡例」，「数値」をオンにする。
- ④ 変形の右側にある [...] をクリックする。
- ⑤ 変形図の倍率に「2」を入力し，「OK 時適用」をオンにする。
- ⑥ [OK] をクリックする。
- ⑦ ステータスバーで，長さの単位を「mm」に変更する。

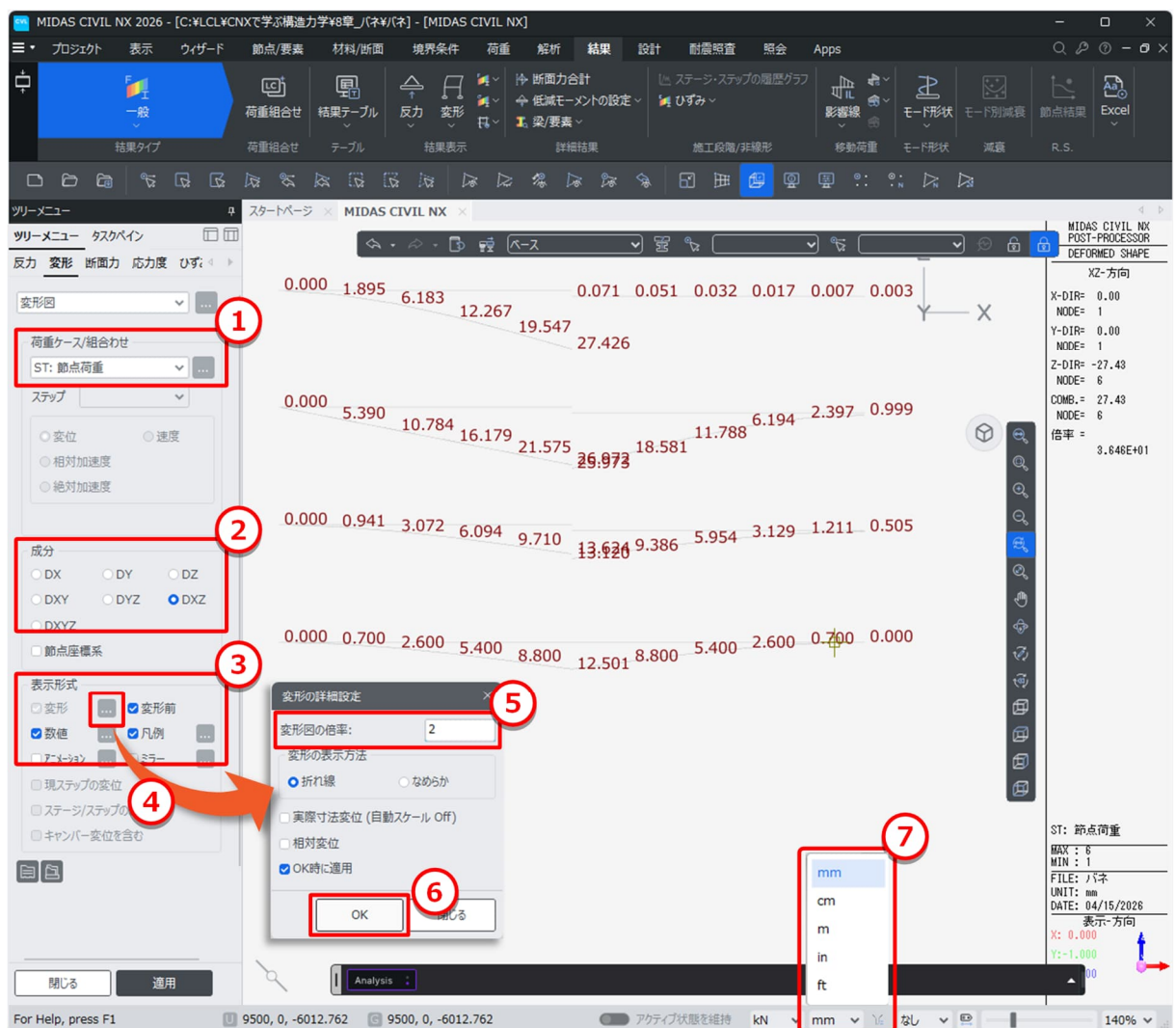


図 8.25 節点荷重による変形

モデル 1 では左側の部材のたわみが右側の部材に影響を及ぼさないが，モデル 2 及びモデル 3 ではほとんど同じたわみが発生する。

(3) 部材力

各モデルの部材力の結果を比較する。

メインメニュー：[結果/一般] > 「結果表示」 > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

- ① 荷重ケース/組合せで「ST: 節点荷重」を選択する。
- ② 断面力の成分で「My」を選択する。
- ③ 表示形式で「コンター図」, 「数値」, 「凡例」をオンにする。
- ④ 数値の [...] をクリックした後, 「最大/最小のみ」を選択し, 制限値(%) に「20」を入力する。
- ⑤ [OK] をクリックする。
- ⑥ ステータスバーで, 長さの単位を「m」に変更する。

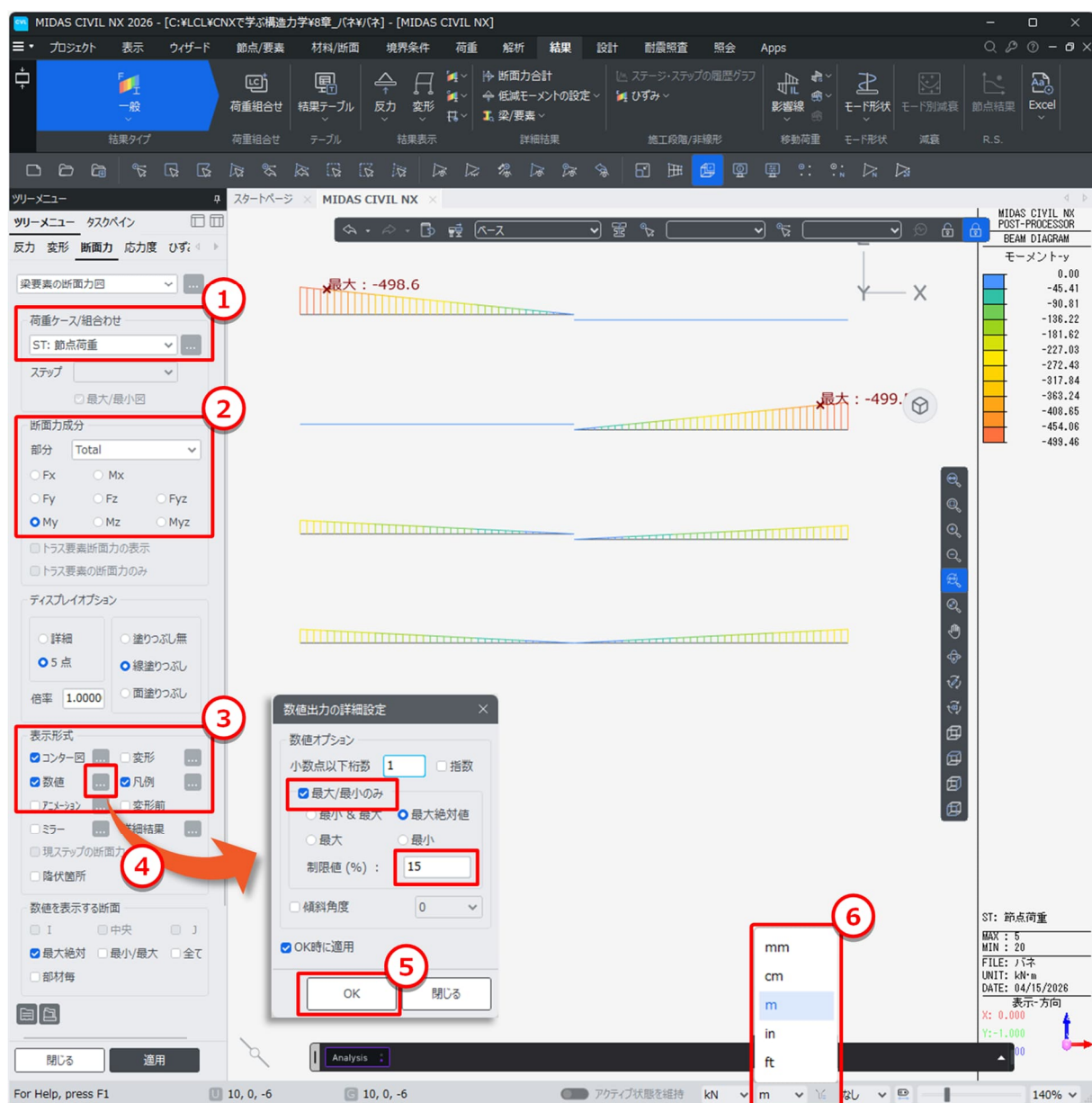


図 8.26 節点荷重による曲げモーメント

弾性支持点の剛性が増加するにつれ梁の力学的挙動が端部固定の場合に近くなることが確認できる。構造解析において、弾性支持条件や弾性連結要素は支点または要素の剛性を直接調節する場合に適用され、節点と要素ではモデルに適用しにくい構造部材や支点の剛性及び偏心を反映する際に用いられる。

8.3 構造計算の解説

8.3.1 力学的概念の理解及び数値計算

図 8.26 に示す構造物は、左右の部材が中央のバネによって連結された構造である。

中央のバネを仮想的に除去すると、左右それぞれが独立した静定構造となることから、本構造は 1 次不静定構造である。左側構造の変形を δ_L ，右側構造の変形を δ_R とすると、両者の差は、

$$\delta_L - \delta_R \quad (8.6)$$

が中央バネの変形量に相当する。

この変形の連続性（適合条件）を用いることで、力の釣り合い条件に加えて新たな方程式が得られる。

左側の構造は、支点において完全に固定されているわけではなく、回転方向がバネ定数 k_1 によって弾性的に拘束されている。

一方、右側の構造では、支点の回転は拘束されているが、鉛直方向の変位がバネ定数 k_2 によって弾性的に拘束されている。

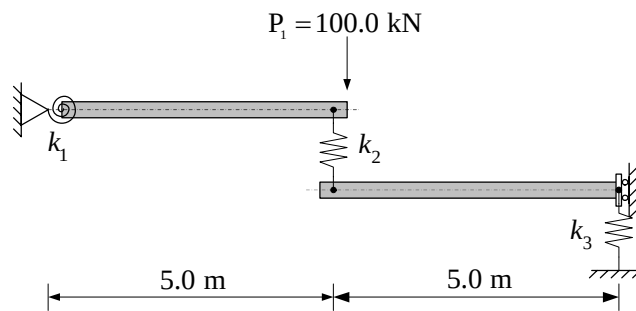


図 8.27

荷重 $P = 100 \text{ kN}$ が作用する場合、左側の部材が負担する力を Q とすると、中央バネおよび右側構造が負担する力は

$$100 - Q \quad (8.7)$$

となる。

左右構造の変形とバネの変形が連続するという適合条件を適用することで、左側部材が負担する力 Q を求めることができる。

$$\delta_L = \frac{Ql^3}{3EI} + \frac{Ql}{k_1} \quad , \quad \delta_R = \frac{(100-Q)l^3}{3EI} + \frac{100-Q}{k_3} \quad (8.8)$$

$$\delta_L - \delta_R = \frac{100-Q}{k_2} \quad (8.9)$$

$$\left[\frac{Ql^3}{3EI} + \frac{Ql}{k_1} \right] - \left[\frac{(100-Q)l^3}{3EI} + \frac{100-Q}{k_3} \right] = \frac{100-Q}{k_2} \quad (8.10)$$

$$Q = \frac{100 \left(\frac{l^3}{3EI} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right)}{\frac{2l^3}{3EI} + \frac{l^2}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}} \quad (8.11)$$

表 8.2 計算結果（CIVIL NX による結果と一致）[kN, m]

モデル	k_1	k_2	k_3	Q	$100-Q$	δ_L	δ_R
1	1.0×10^{12}	1.0×10^7	1.0×10^{11}	99.7325	0.26750	2.682×10^{-2}	0.7×10^{-4}
2	1.0×10^8	1.0×10^{11}	1.0×10^{11}	0.10535	99.89465	2.636×10^{-2}	0.3×10^{-4}
3	1.0×10^{12}	1.0×10^{11}	1.0×10^{11}	49.53079	50.46921	1.332×10^{-2}	-1.258×10^{-2}

ここで、ヤング係数 $E = 2.00 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ ，断面二次モーメント $I = 8.333 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ 。

8.4 練習問題

1. 下図のように境界条件が異なる 2 種類の構造における反力とたわみ，部材力を比較しなさい．ただし，材料及び断面はチュートリアルで扱ったモデルと同様とする．

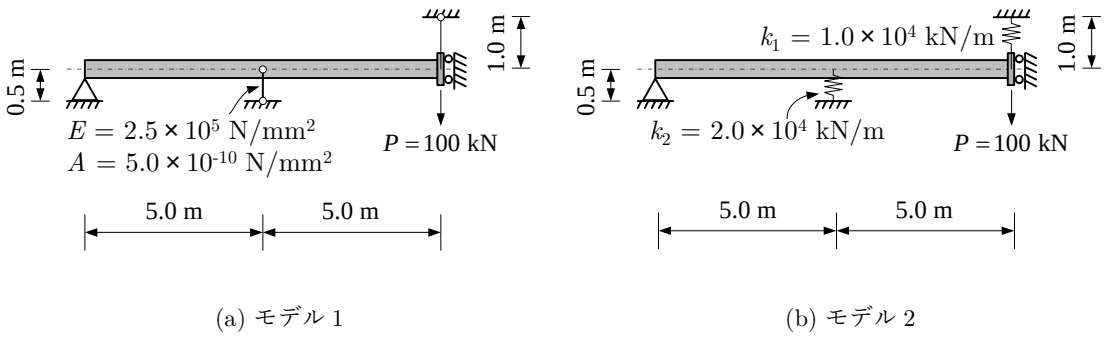


図 8.28 練習問題 1

2. 引張専用のバネ要素と圧縮専用のバネ要素の利用状況がそれぞれ異なる 2 種類の構造物に温度差荷重が作用する場合，各構造物の挙動の違いを比較しなさい．ただし，材料及び断面はチュートリアルで扱ったモデルと同様とする．

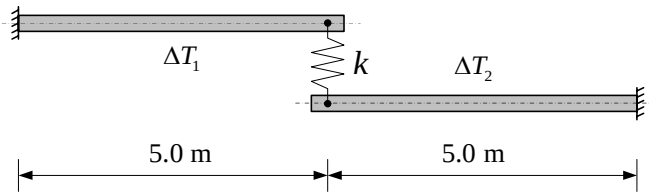


表 8.3 バネ剛性及び温度荷重

モデル	バネ剛性 [kN m]		荷重条件 1		荷重条件 2	
	引張	圧縮	T_1	T_2	T_1	T_2
1	10,000	—	−5°C	+5°C	+5°C	−5°C
2	—	10,000	−5°C	+5°C	+5°C	−5°C
3	10,000	10,000	−5°C	+5°C	+5°C	−5°C