

第10章 移動荷重の解析

目 次

10.1	概念の理解	10-1
10.1.1	移動荷重解析の概念	10-1
10.2	チュートリアル	10-5
10.2.1	モデルの概要	10-5
10.2.2	作業環境の設定	10-6
10.2.3	材料及び断面の定義	10-8
10.2.4	節点及び要素の生成	10-9
10.2.5	境界条件の入力	10-11
10.2.6	荷重の入力	10-12
10.2.7	構造解析の実行	10-17
10.2.8	解析結果の確認	10-18
10.3	構造計算の解説	10-22
10.3.1	力学的概念の理解及び数値計算	10-22
10.4	練習問題	10-23

10.1 概念の理解

10.1.1 移動荷重解析の概念

(1) 一般事項

CIVIL NX による移動荷重の解析は活荷重や車両の移動荷重（static vehicle moving load）を考慮した解析を行う際に使用される。本解析により、次のような解析結果を得ることができる。

- 移動荷重によるたわみ，断面力，支点反力などに対する影響線（influence line）及び影響面（influence surface）の算出
- 算出された影響線と影響面を用いた，所定の車両荷重条件に対する節点変位，断面力，支点反力の最大値および最小値の算出

移動荷重解析は，活荷重や車両荷重が構造物上を移動する際に発生する応答を対象とした解析であり，荷重の移動経路全体について解析を行い，構造応答の最大値および最小値を算定する。

このとき，影響線または影響面を用いることで，荷重位置を逐次変化させた繰り返し解析を行うことなく，部材力や反力が最大となる位置を効率的に求めることができる。

車両荷重を扱う場合には，あらかじめ車線または車線面を定義し，それらに対して単位荷重を載荷して解析を行う。

(2) 影響線および影響面の定義

影響線とは、構造物に沿って単位荷重を移動させながら静的解析を行い、得られた反力や断面力などの解析結果を構造物の線上に表したものである。

一方、影響面とは、構造物の面内に配置された板要素の節点に単位荷重を載荷して解析を行い、その結果を荷重作用点の位置に対応させて表したものである。

影響線および影響面を用いた移動荷重解析の手順は、次のように整理できる。

ステップ 1： 車両荷重，車両荷重の載荷方法，車線または車線面を定義する。

ステップ 2： 単位荷重条件を設定し，各単位荷重に対する静的解析を行うことで各成分の影響線や影響面を計算する。

ステップ 3： 移動荷重条件に基づき，影響線または影響面を用い荷重の移動による解析結果を算出する。

この手順により得られる解析結果は，1 つの移動荷重条件に対して最大値と最小値の 2 種類の結果を持つ。また，他の荷重条件との組合せも可能であり，荷重組合せ結果についても最大値と最小値の 2 種類の解析結果が得られる。解析結果としては，節点変位，支点反力，トラス・梁・板要素の断面力などが出力される。

移動荷重解析に用いる影響線および影響面の単位荷重は，全体座標系の $-Z$ 方向に作用する。なお，移動荷重解析条件は制限なく複数設定することが可能である。

(3) Müller-Breslau の原理と影響線

Müller-Breslau の原理によると，影響線とは，構造物における反力や断面力を一度解除し，その代わりにそれに対応する単位変形を与えた場合の構造物の変形形状であるとされている。この原理により，影響線の形状から反力や断面力の性質を直感的に把握することができる。図 10.1 は，単純梁および 2 スパン連続梁に対する影響線を示したものである。

単純梁では，A 点および B 点の支点反力，ならびに任意断面におけるせん断力および曲げモーメントに対する影響線が示されている。

一方，連続梁では，A 点，B 点，D 点の支点反力に加え，B 点および C 点におけるせん断力および曲げモーメントに対する影響線が示されている。

静定構造物である単純梁の影響線は直線となるが，不静定構造物である連続梁の影響線は曲線となることが確認できる。

影響線において，荷重の作用点に対応する位置の値を Δ とすると，その値が当該位置に荷重が作用した場合の反力または断面力の大きさを表す。

(4) 影響線を用いた断面力算定の例

影響線を用いた移動荷重による断面力算定の例として、2 スパン連続梁の中央支点における曲げモーメント M_B (図 10.1(f 右図)) を考える。

影響線の種類	(左) 単純梁の影響線	(右) 2 スパン連続梁の影響線
(a) 解析モデル		
(b) 反力 V_A		
(c) 反力 V_B		
(d) せん断力 Q_C		
(e) 曲げ モーメント M_C		
(f) 曲げ モーメント M_B		

図 10.1 影響線

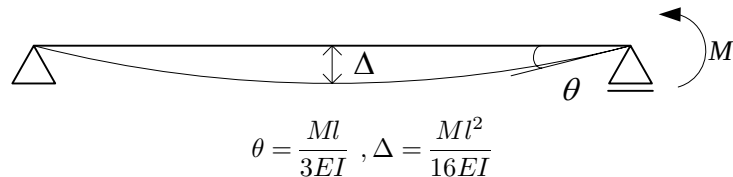


図 10.2 B 点の回転角及びモーメント

曲げモーメントに対する影響線を求めるため、B 点にヒンジを挿入してモーメント拘束を解除し、その位置に単位回転角が生じるようにモーメントを加える。このときの構造物の変形形状が影響線となる。この影響線において、AB スパン中央におけるたわみ Δ の値が、その位置に移動荷重が載荷された際の M_B の値となる。

B 点を中心に対称な構造であるため、片側の単純梁にモーメント M を作用させた場合を考えることで Δ を求めることができる。B 点の回転角は図 10.2 に示すように、

$$\theta = \frac{ML}{3EI} \quad (10.1)$$

で表されるため、B 点で回転角 1 を生じさせるには、

$$\frac{ML}{3EI} \times 2 = 1 \quad (10.2)$$

より、

$$M = \frac{3EI}{2L} \quad (10.3)$$

となる。

このモーメントが作用した場合の AB スパン中央のたわみは、

$$\Delta = M_B = \frac{ML^2}{16EI} = \frac{3EI}{2L} \times \frac{L^2}{16EI} = \frac{3L}{32} \quad (10.4)$$

となる。

さらに、2 スパン連続梁において C 点に単位荷重が作用する場合のモーメント図は図 10.3 のようになる。このため、AB スパン中央に単位荷重が作用した際の影響線の値は、B 点に生じる負の曲げモーメントの大きさと一致することが分かる。

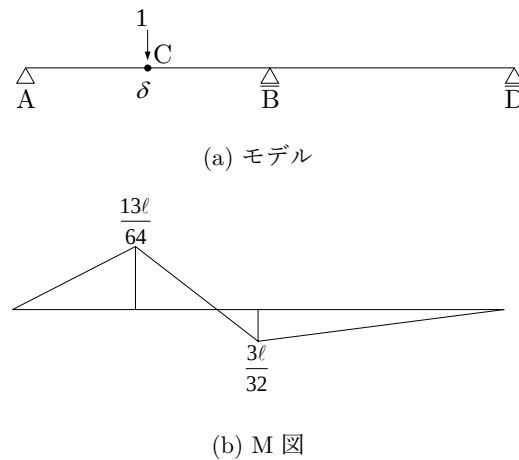


図 10.3 2 スパン連続梁のモーメント図

影響線の問題は、仮想仕事の原理からも説明することができる。

図 10.1(b 左)は、単純梁に集中荷重が作用する場合の A 点反力 V_A に対する影響線を示したものである。ここで仮想仕事の原理を適用すると、図 10.1 (a 左)における力 V_A と、図 10.1 (b 左)における単位変位 1 がなす外力の仕事 W_E は、

$$W_E = V_A \times 1 - 1 \times \Delta = 0 \quad (10.5)$$

となる。

この式において外力の仕事 W_E がゼロとなるのは、梁に実際の変形が生じていないため、内力による仕事 W_i がゼロとなるためである。

したがって、反力 V_A の大きさは、影響線における変位 Δ の値に等しくなることが分かる。

10.2 チュートリアル

10.2.1 モデルの概要

3 スパン連続梁に移動荷重（標準トラック荷重）を載荷する際の，影響線を用いた部材位置ごとの最大断面力を算定し，最大断面力を発生させる移動荷重の位置を確認する．

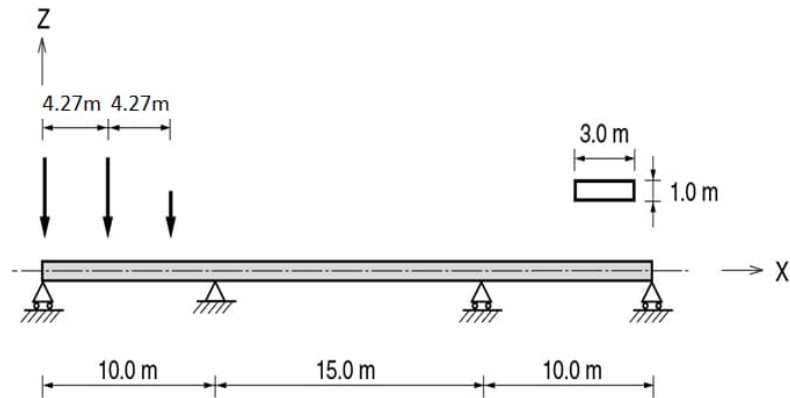


図 10.4 解析モデル

➤ 材料

コンクリート

- ・設計基準強度..... $\sigma_{ck} = 27 \text{ N/mm}^2$
- ・ヤング係数..... $E = 2.650 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$

➤ 断面

- ・断面積（長方形）..... $B \times H = 3.0 \text{ m} \times 1.0 \text{ m}$

➤ 荷重

- ・標準トラック荷重..... AASHTO 規準荷重 HS-25

10.2.2 作業環境の設定

(1) 単位系の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー：[≡ ファイル] > [📁 新規プロジェクト]

メインメニュー：[≡ ファイル] > [💾 保存]

① ファイル名に「移動荷重」と入力し，「保存」をクリックする。

使用する単位系を設定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [単位系] 。

② 長さは「m」，力(質量)は「kN(ton)」を選択する。

③ [OK] をクリックする。



(a) ファイルの保存



(b) 単位系の設定

図 10.5 ファイルの保存と単位系の節点

(2) 作業平面の設定

本チュートリアル解析モデルは平面（X-Z 平面）構造であるため、構造形式を X-Z 平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー：[プロジェクト] > 「基本設定」 > [基本設定]

- ① 構造形式で「X-Z 平面」を選択する。
- ② [OK] をクリックする。



図 10.6 作業平面の設定

10.2.3 材料及び断面の定義

連続梁の材料としてコンクリート（設計規準による圧縮強度 27 MPa）を選択し，断面寸法を入力する．

メインメニュー：[材料/断面] > [材料特性] > [材料特性]

[追加...] をクリックする．

① タイプで「コンクリート」を選択する．

② コンクリート>規格で「JIS-Civil(RC)」，種別で「Fc27」を選択する．

③ [OK] をクリックする．

[断面] タブをクリックした後，[追加...] をクリックする．

④ 名称に「梁」と入力し，断面形状リストから「短形」を選択し，
断面の定義方法として「ユーザー」を選択する．

⑤ 断面寸法 H に「1」を，B に「3」を入力する．

⑥ [OK] をクリックする．

[閉じる] をクリックする．

材料データ

一般
材料番号: 1 名称: Fc27

弾性データ
タイプ: コンクリート

鉄骨
規格: JIS-Civil(RC)
種別: Fc27

材料のタイプ
☒ 等方性 ☐ 直交異方性

鉄骨
弾性係数: 0.0000e+00 kN/m²
ポアソン比: 0
線膨張係数: 0.0000e+00 1/[C]
単位体積重量: 0 kN/m³
☐ 単位体積質量: 0 kN/m³/g

コンクリート
弾性係数: 2.6500e+07 kN/m²
ポアソン比: 0.166667
線膨張係数: 1.0000e-05 1/[C]
単位体積重量: 24.5 kN/m³
☐ 単位体積質量: 2.498 kN/m³/g

塑性データ
塑性材料名: NONE

ファイバー要素の材料
コンクリート: なし 鉄筋: なし

コアコンクリート(柱): なし

熱伝導
比熱: 0 kJ/kN·[C]
熱伝導率: 0 kJ/m·hr·[C]

減衰定数: 0.05

OK 閉じる 適用(A)

(a) 材料の定義

断面データ

テーパ断面 合成 鋼製桁
規格/ユーザー 値入力 SRC 組立材 PC

断面番号: 1 形状: 短形

名称: 梁 ☒ ユーザー ☐ 規格 JIS

鋼材リスト

☐ ビルトアップ断面

単一山形鋼の寸法読み込み
種別: JIS2K
鋼材リスト

H: 1 m
B: 3 m

偏心: 中央-中央 ☒ せん断変形を考慮する

偏心の変更

断面性能表示... OK 閉じる 適用(A)

(b) 断面の定義

図 10.7 材料の定義と断面の定義

10.2.4 節点及び要素の生成

(1) 節点の生成

連続梁を生成するため節点を入力する。

節点は要素の開始点と終了点及び荷重や境界条件などを入力する位置、または解析結果を確認する位置など、構造物の幾何形状や属性を定義する位置に生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [生成▼] > [節点生成]

① 座標(x,y,z) に「0,0,0」を入力する。

② [適用] をクリックする。

③ [自動フィット] をオンにし、[正面] をクリックする。

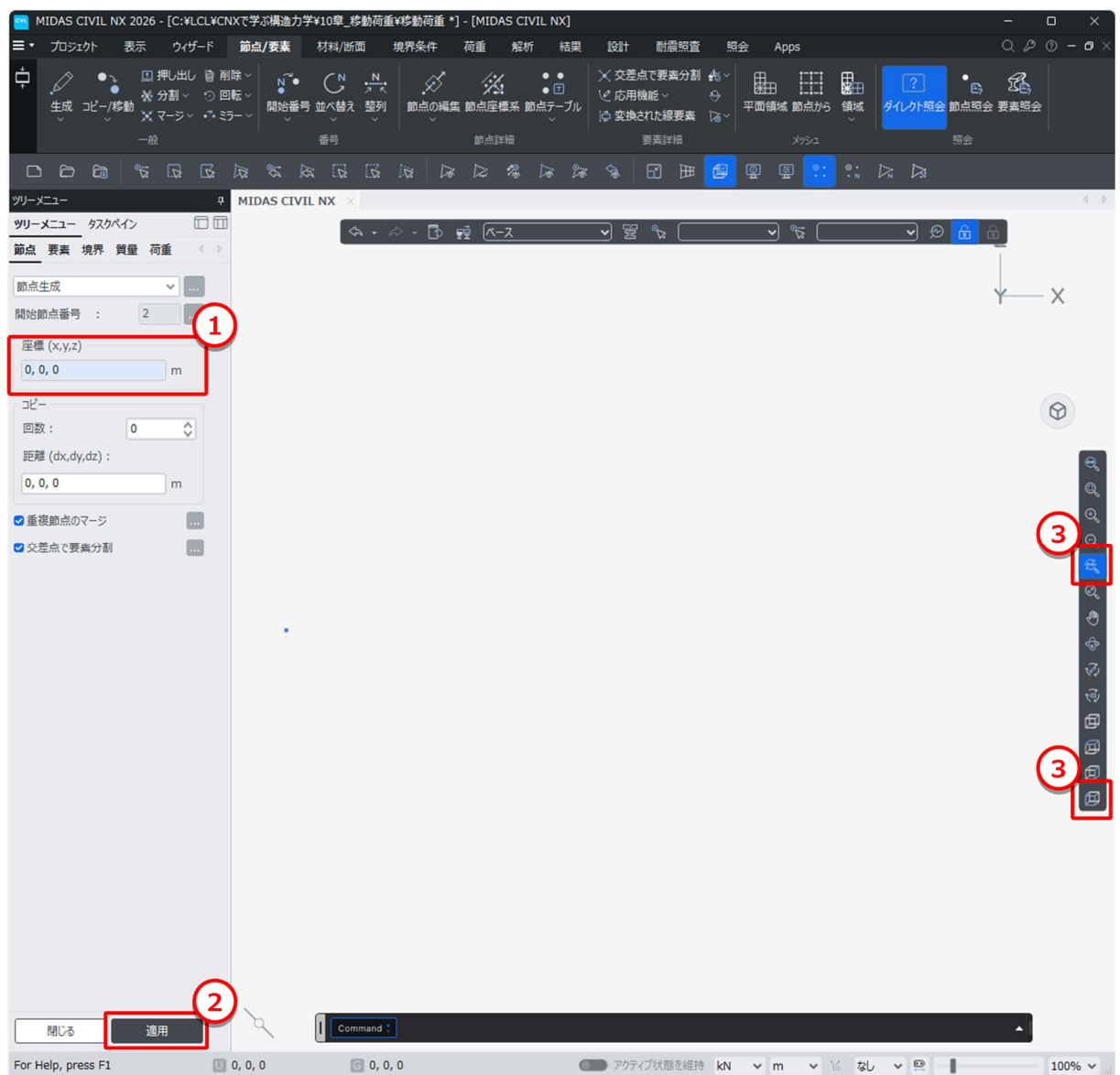


図 10.8 節点の生成

(2) 要素の生成

節点を線要素に拡張する押し出し機能で連続梁を生成する。

メインメニュー：[節点/要素] > 「一般」 > [押し出し]

① 押出形式は「節点→線要素」を選択する。

② 要素属性>要素タイプは「梁要素」を選択する。

>材料は「1:Fc27」を、断面は「1:梁」選択する。

> β 角度に「0」を入力する。

③ 生成形式は「コピー/移動」を選択する。

④ コピー/移動は「等間隔」選択し、dx,dy,dzに「35/14, 0, 0」を、回数に「14」を入力する。

⑤ [全て選択]をクリックする。

⑥ [適用]をクリックする。

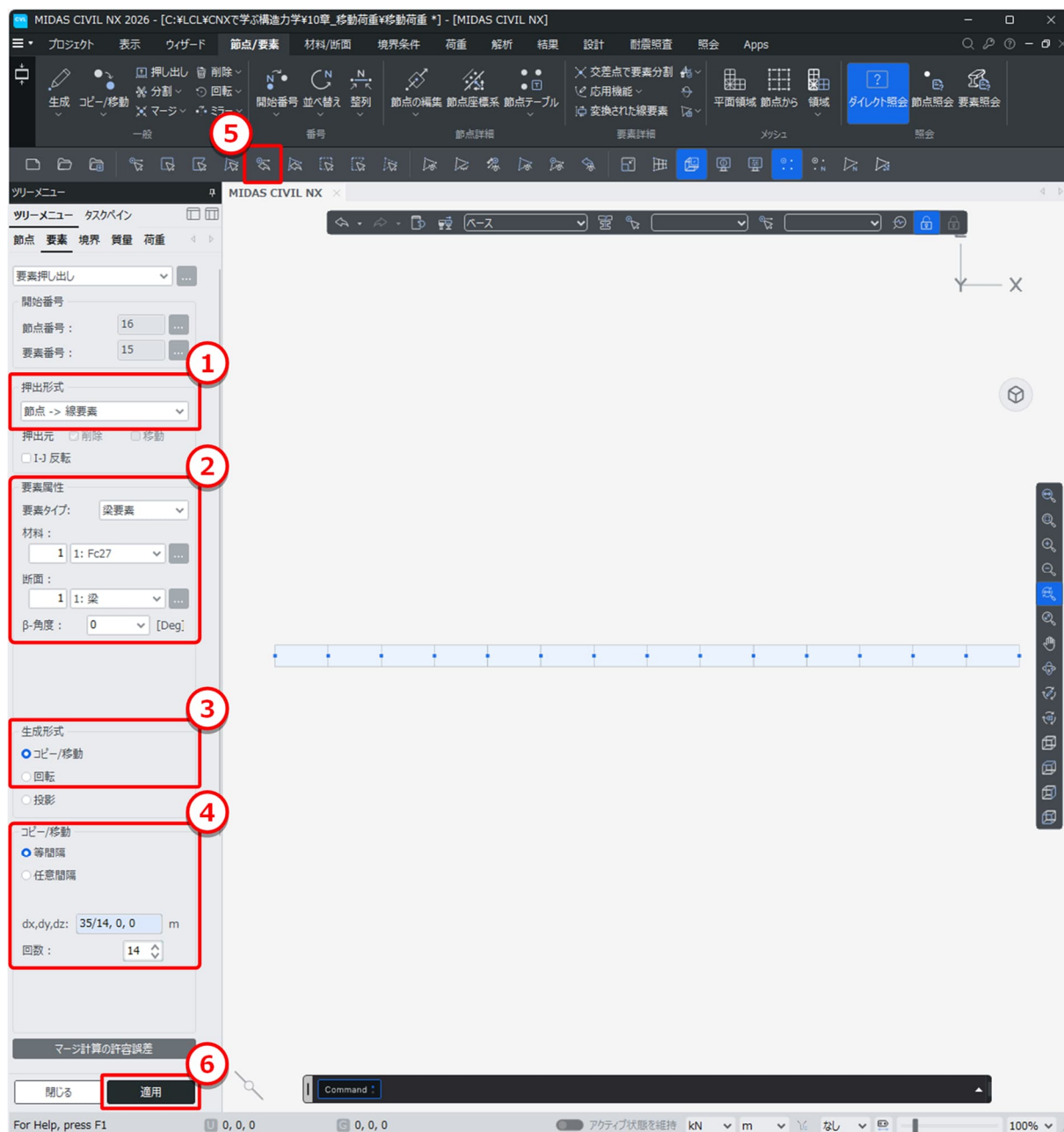


図 10.9 梁要素の生成

10.2.5 境界条件の入力

連続梁の支持条件を入力する。ピン支点は D_x , D_z の自由度を拘束し、ローラー支点は D_z の自由度のみ拘束する。

- ① [節点番号] のトグルをオンにする。
メインメニュー：[境界条件] > 「支持」 > [支持条件]
- ② オプション は「追加」を選択する。
- ③ 支持形式 は「 D_x 」と「 D_z 」オンにする。
- ④ [ 単一選択] をオンにして、節点 5 を選択した後、[適用] をクリックする。
- ⑤ 支持形式 の「 D_x 」をオフにする。
- ⑥ [ 単一選択] をオンにして、節点 1, 11 及び 15 を選択し、[適用] をクリックする。

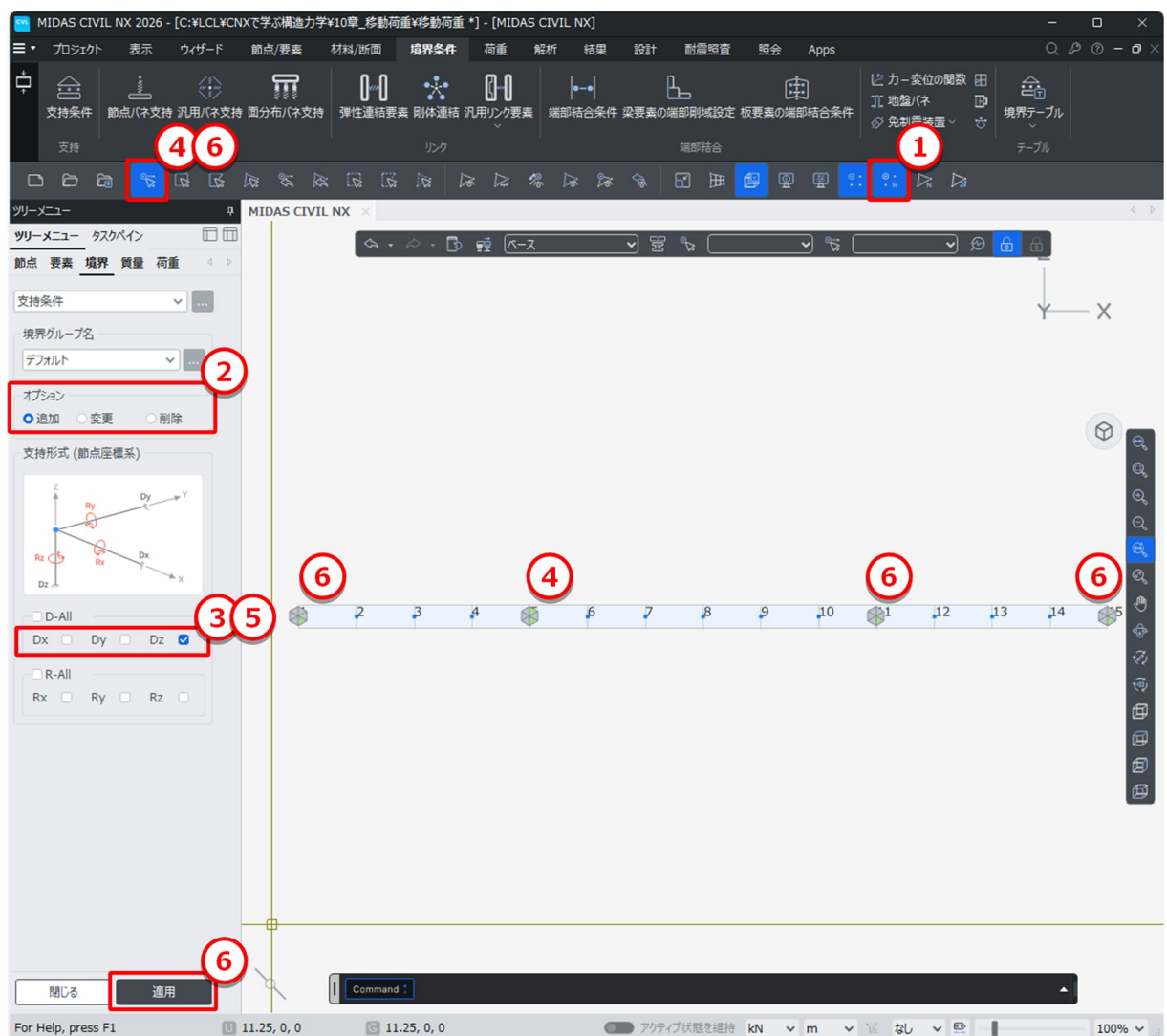


図 10.10 支持条件の入力

10.2.6 荷重の入力

(1) 車線の定義

移動荷重による部材力を計算するためには先に影響線を算出する必要がある。影響線を算出するために、まず車線を入力する。車線を定義する際に、スパン長さ (L) を変数に持つ次の式で算定される衝撃係数 (impact factor) を入力する。スパン長さが異なる連続梁であるため、各スパンにそれぞれの衝撃係数を入力する。

$$i = \frac{15}{40 + L}$$

ここで、 i は衝撃係数、 L はスパン長さを示す。

メインメニュー：[荷重/移動荷重] > 「移動荷重規準」 > [移動荷重規準▼]

> [AASHTO Standard]

メインメニュー：[荷重/移動荷重] > 「移動荷重解析データ」 > [車線▼] > [車線]

- ① [追加] をクリックする。
- ② 車線名に「L1」と入力する。
- ③ 偏心に「0」、車輪間隔に「0」、
- ④ 衝撃係数に「 $15/(40+10)$ 」を入力する。
- ⑤ 選択は「2点」を選択し、モデルビューで節点1と節点5を順番にクリックする。
- ⑥ 衝撃係数は「 $15/(40+15)$ 」を入力する。
- ⑦ 選択は「2点」を選択し、モデルビューで節点5と節点11を順番にクリックする。
- ⑧ 衝撃係数は「 $15/(40+10)$ 」を入力する。
- ⑨ 選択は「2点」を選択し、モデルビューで節点11と節点15を順番にクリックする。
- ⑩ [OK] をクリックする。
- ⑪ [閉じる] をクリックする。

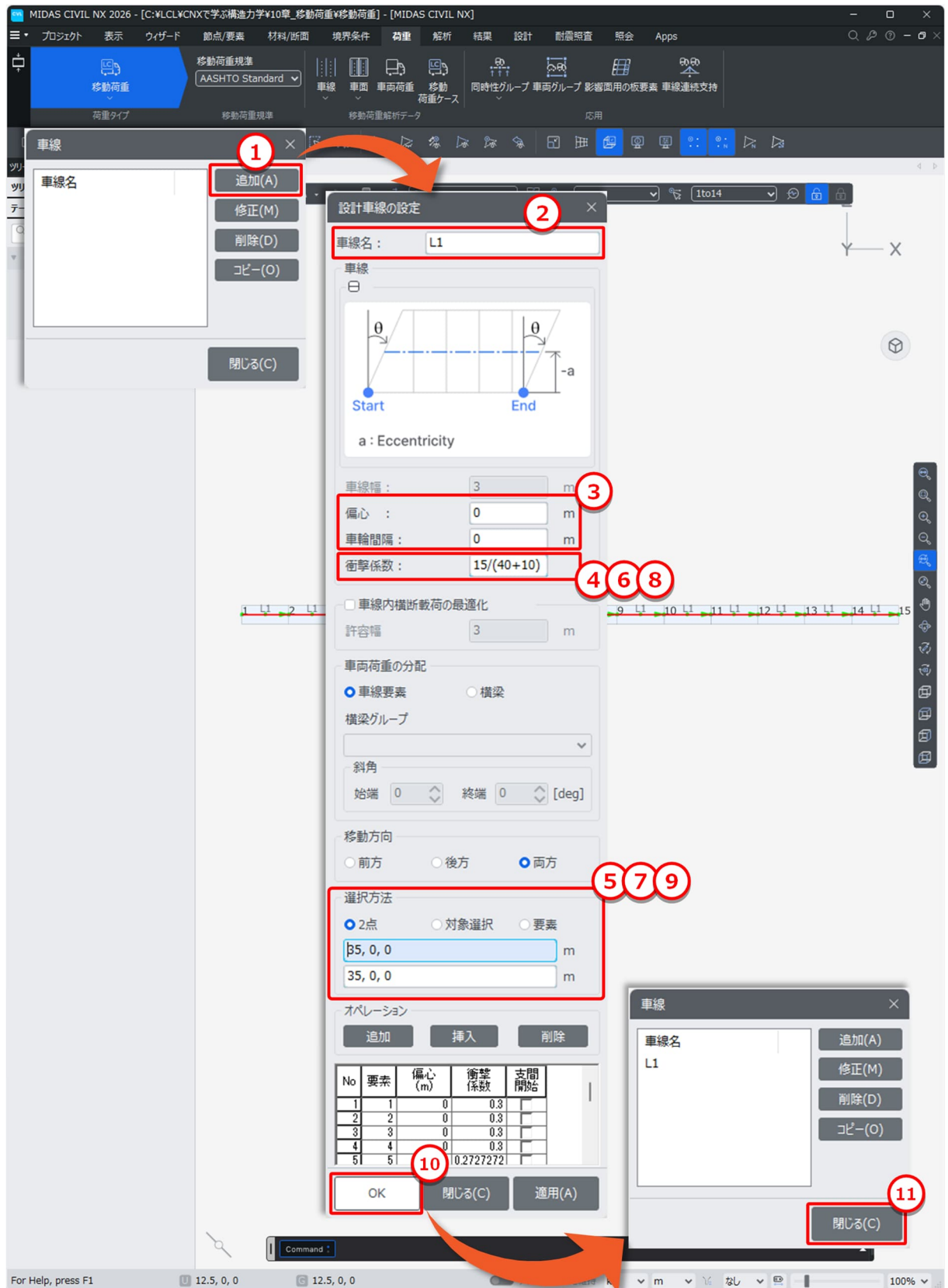


図 10.11 車線の定義

(2) 移動荷重の定義

移動荷重（標準トラック荷重；DB24）はプログラムに搭載されているデータベースを利用する。

メインメニュー：[荷重/移動荷重] > 「移動荷重解析データ」 > [車両荷重]

- ① [基準車両の追加] をクリックする。
- ② 規準名 は「AASHTO 規準荷重」を選択する。
- ③ 車両荷重タイプ は「HS-25」を選択する。
- ④ [OK] をクリックする。
- ⑤ [閉じる] をクリックする。

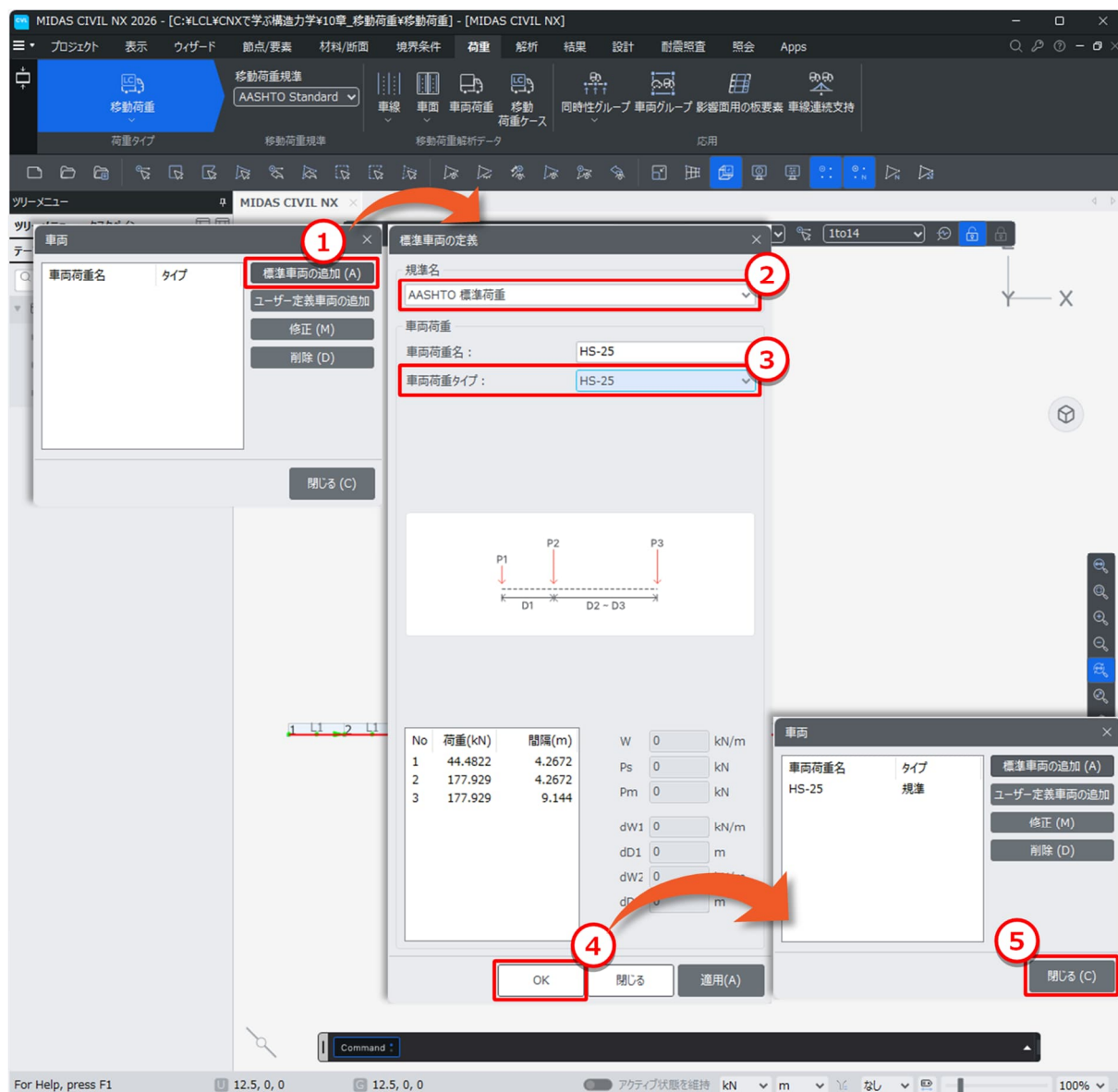


図 10.12 移動荷重の定義

(3) 車両荷重グループの定義

移動荷重解析に使用される車両荷重グループを定義します。

メインメニュー：[荷重/移動荷重] > 「応用」 > [車両グループ]

- ① [追加] をクリックする。
- ② 車両グループ名 に「HS-25」と入力する。
- ③ 車両荷重リストから「HS-25」を選択し、クリックする。
- ④ [OK] をクリックする。
- ⑤ [閉じる] をクリックする。

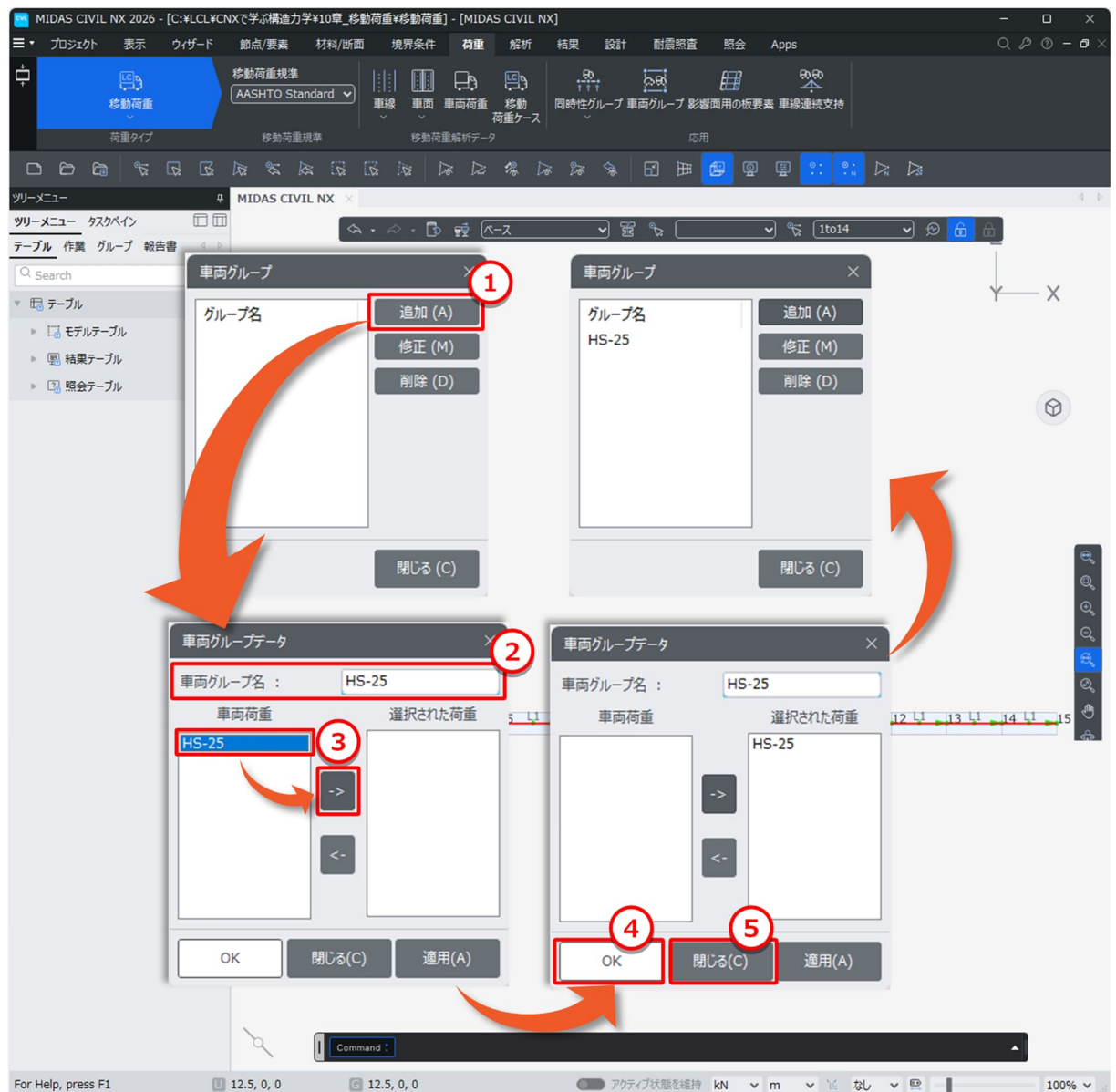


図 10.13 車両荷重グループの定義

(4) 移動荷重条件の入力

影響線を利用し部材力を算出するための移動荷重を定義する。

メインメニュー：[荷重/移動荷重] > 「移動荷重解析データ」 > [移動荷重ケース]

- ① [追加] をクリックする。
- ② 荷重ケース名：“MV”入力
- ③サブ-荷重ケース> [追加] クリック
- ④荷重ケースデータ>荷重グループ>「VC：HS-25」を選択する。
- ⑤増減係数>“1”入力
- ⑥車両を最小（最大）に載荷できる車線数>それぞれ“1”入力
- ⑦車線リストで「L1」を選択し、クリック
- ⑧ [OK] クリック
- ⑨サブ-荷重ケースの車両グループで「VC:HS-25」を確認し， [OK] クリック
- ⑩ [閉じる] クリック

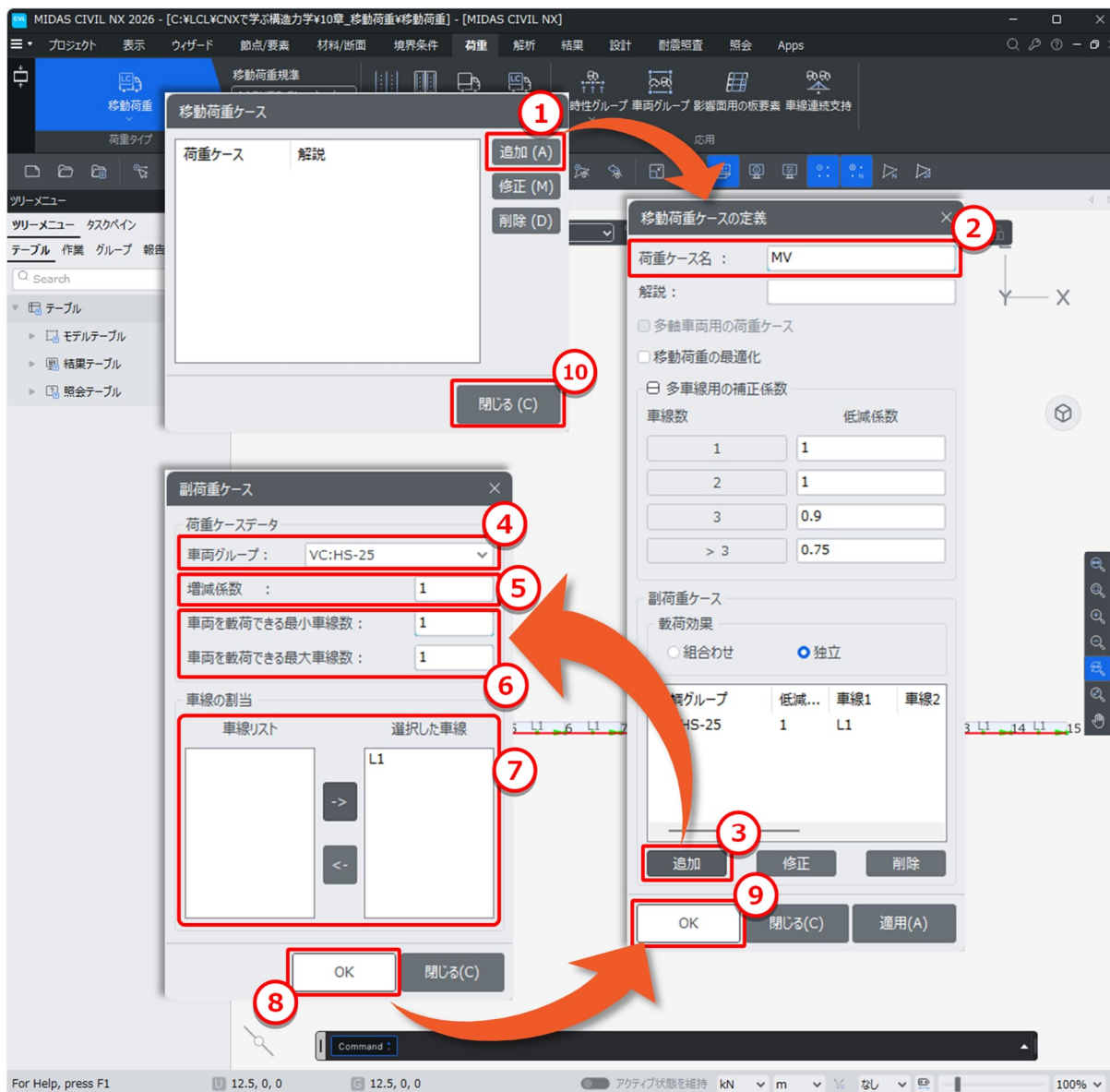


図 10.14 移動荷重条件の入力

10.2.7 構造解析の実行

部材のモデリング及び車両の移動荷重条件を入力したら、構造解析を実行する。

① [節点番号] をオフにする。

メインメニュー：[解析] > 「解析実行」 > [解析実行]

② メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認する。

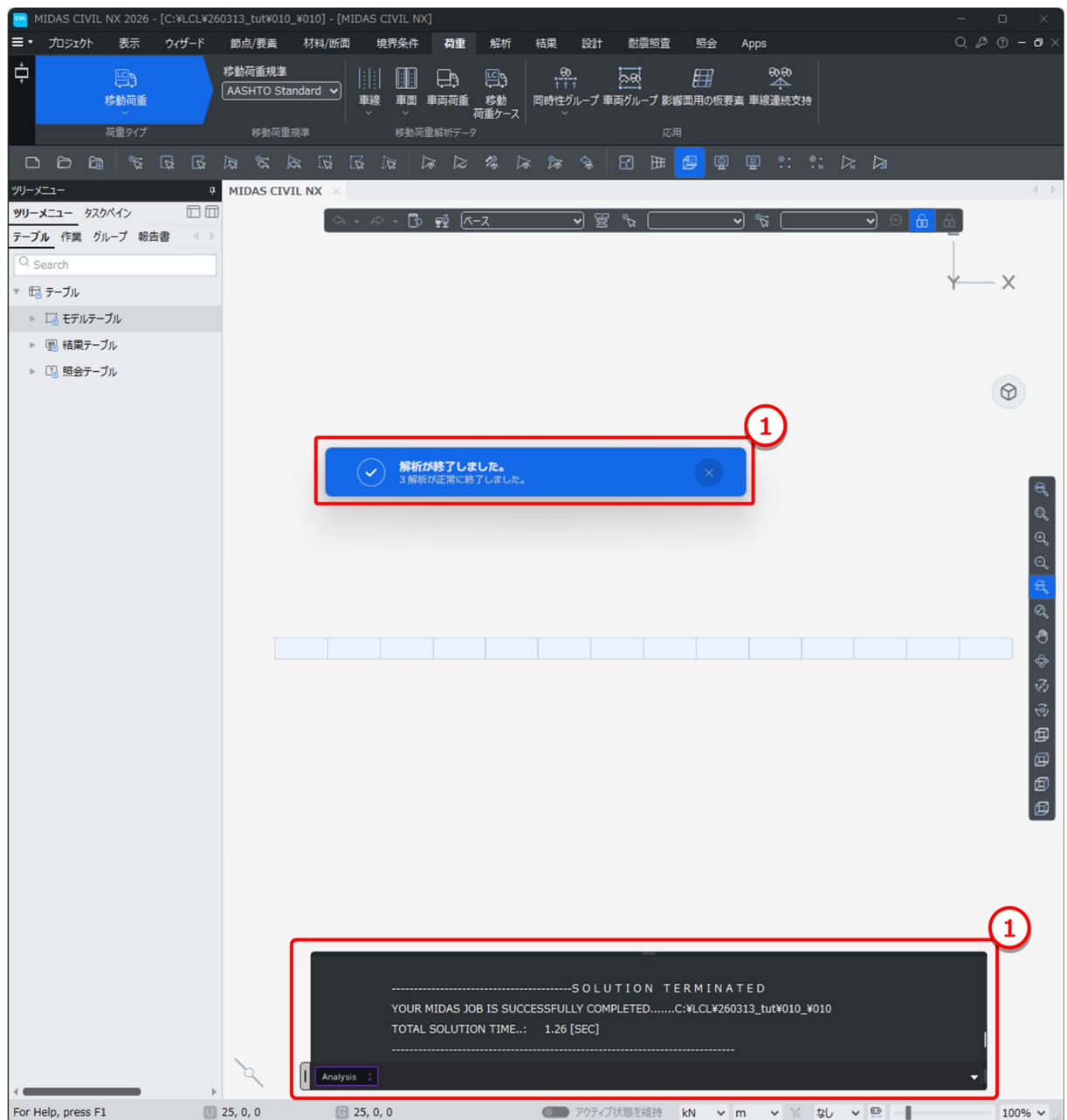


図 10.15 解析の正常終了のメッセージ

メッセージウィンドウで正常終了メッセージが出力されない場合は入力内容を確認してから再び解析を実行する。

10.2.8 解析結果の確認

(1) 影響線の確認

2 番目の支点（節点 5）での反力に対する影響線を確認する。

- ① [隠線除去表示] をオフにし，[アイソメ図] をオンにする。
メインメニュー：[結果/一般] > [移動荷重] > [影響線▼] > [反力]
- ② 車線/車線面 は「L1」を選択する。
- ③ 節点番号 に「5」を，倍率 に「2」を入力する。
- ④ 反力成分 は「FZ」を選択する。
- ⑤ [適用] をクリックする。

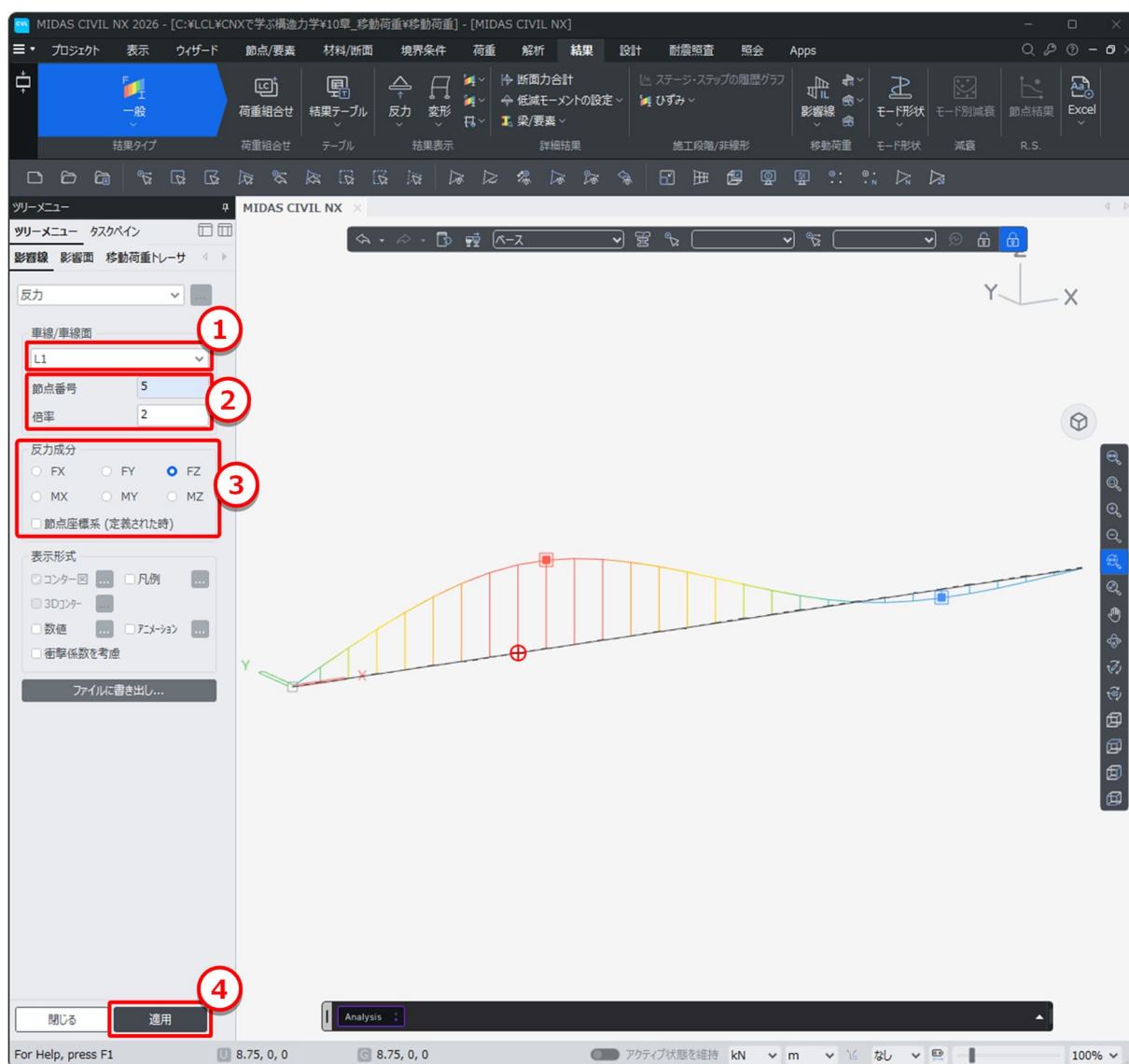


図 10.16 節点 5 での反力による影響線図

要素 4 の j 端のモーメントに対する影響線を確認する。

① [要素番号] をオンにする。

メインメニュー：[結果/一般] > [移動荷重] > [影響線▼] > [梁要素の断面力]

② 車線/車線面 は「L1」を選択し、要素番号に「4」を、倍率に「2」を入力する。

③ 位置 は「j」を選択する。

④ 断面力の成分 は「My」を選択する。

⑤ [適用] をクリックする。

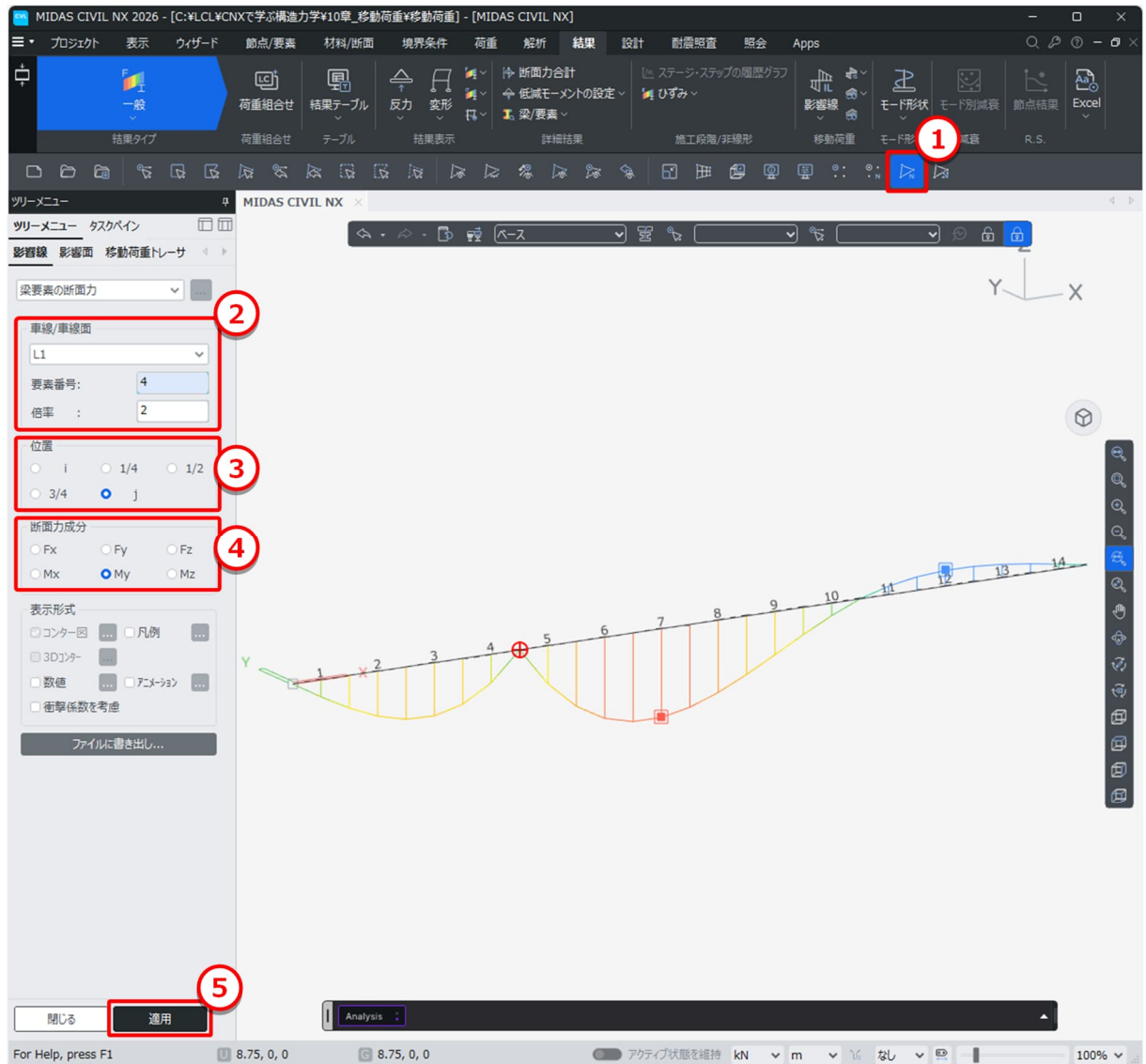


図 10.17 要素 4 の j 端におけるモーメントに対する影響線図

(2) 移動荷重による部材力

移動荷重による連続梁の負のモーメントを確認する。

- ① [要素番号] をオフに, [正面] をクリックする。
メインメニュー: [結果/一般] > 「結果表示」 > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]
- ② 荷重ケース/組み合わせ は「MVmin: MV」を選択する。
- ③ 成分 は「My」を選択する。
- ④ ディスプレイオプション は「5点」を選択する。
- ⑤ 表示形式 は「コンター図」と「数値」をオンにする。
- ⑥ 数値の右側にある [...] をクリックし,
「最大/最小のみ」及び「最大絶対値」をオンにし,
「OK 時適用」をオフにしたら, [OK] をクリックする。
- ⑦ 数値を表示する断面 は「全て」を選択する。
- ⑧ [適用] をクリックする。

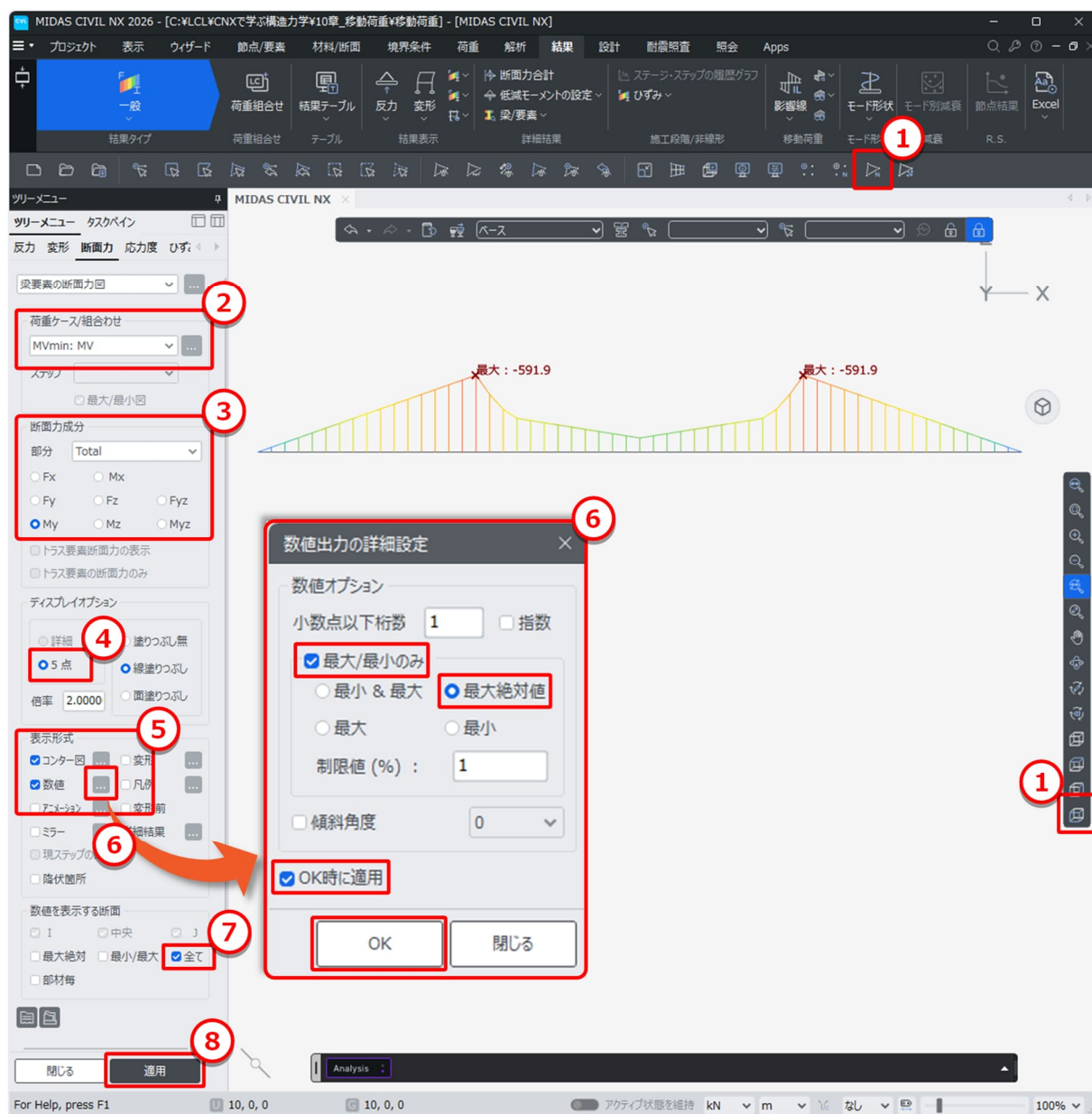


図 10.18 移動荷重による負モーメント図

以上の結果から、移動荷重により要素 4 の j 端（節点 5）で最大の負のモーメントが発生することが確認できた。

この時における移動荷重の載荷位置を確認する。移動荷重の載荷位置は影響線により決定される。

① [要素番号] をオンにする。

メインメニュー：[結果/一般] > 「移動荷重」 > [荷重トレーサ▼] > [梁要素の断面力]

② 移動荷重ケース は「MVmin: MV」を選択する。

③ 目標要素 は「4」を、倍率は「2」を入力する。

④ 位置 は「j」を選択する。

⑤ 断面力の成分 は「My」を選択する。

⑥ 表示形式 は「コンター図」と「作用荷重」をオンにする。

⑦ [適用] をクリックする。

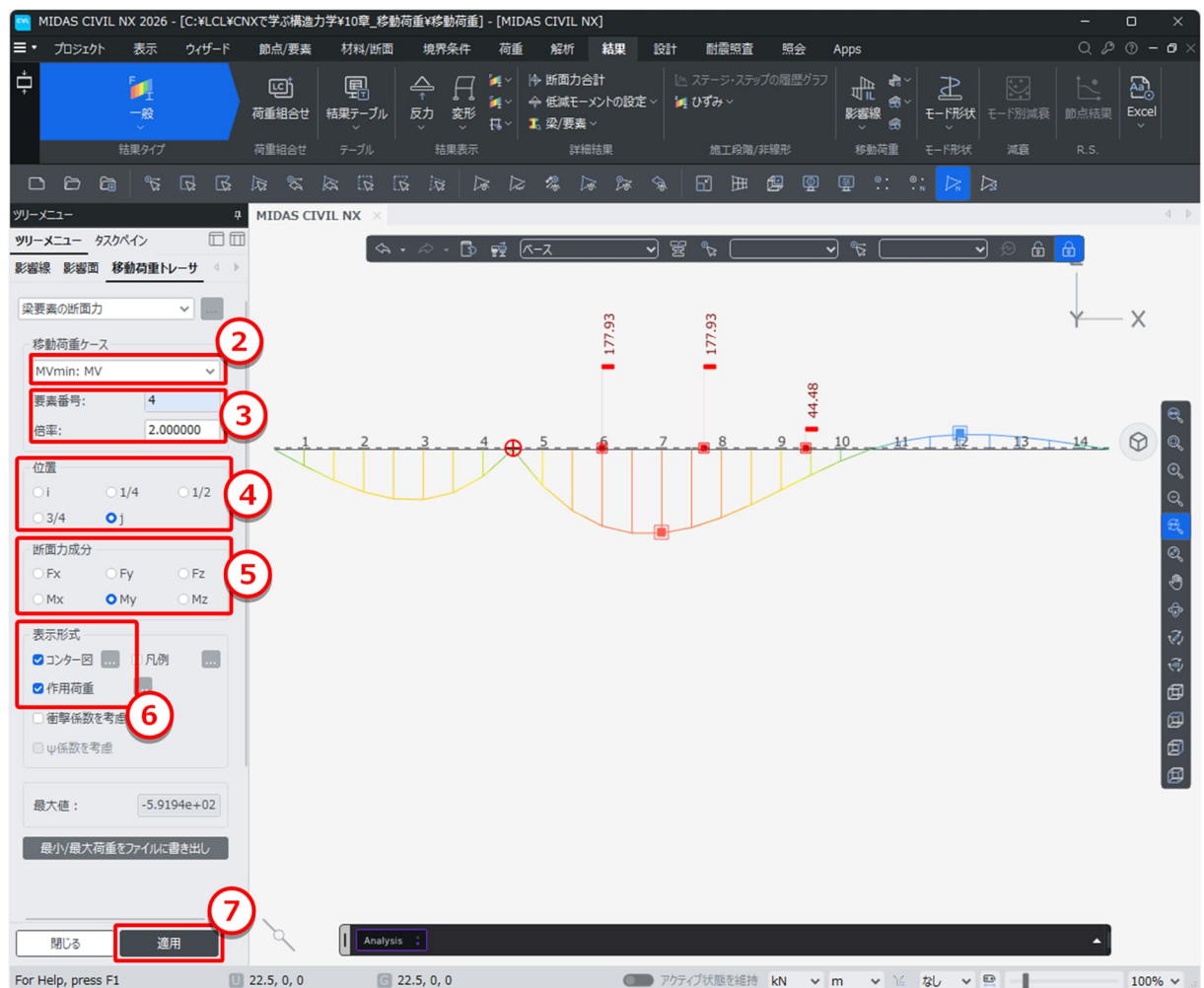


図 10.19 要素 4 の j 端で最大負モーメントが発生する際の移動荷重の位置

上図からモーメントによる影響線上で最大の負のモーメントを誘発する移動荷重の位置が確認できる。

10.3 構造計算の解説

10.3.1 力学的概念の理解及び数値計算

HS-25 の移動荷重に対する車輪荷重は 177.93 kN, 177.93 kN, 44.48 kN である。

衝撃係数は中央部で 0.273 である。本解析では支間長 $L = 15$ m であるため、衝撃係数 i は次式により算定される。

$$i = \frac{15}{40 + L} = \frac{15}{40 + 15} = \frac{15}{55} = 0.273$$

よって、本例における衝撃係数は $i = 0.273$ とする。

図 10.20 は CIVIL NX の影響線解析により求められた、B 点で最大負のモーメントを発生させるトラックの位置及びその時の影響線図を表したものである。プログラムでは影響線の数値が直接出力されないため、図中の影響線の値は解析結果から直線補間により算定したものである。以上より、B 点における最大負のモーメントは次式により求められる。

$$\begin{aligned} M_{B,\max} &= (177.93 \times 1.227 + 177.93 \times 1.270 + 44.48 \times 0.462) \times (1 + 0.273) \\ &= 592 \text{ kN} \end{aligned}$$

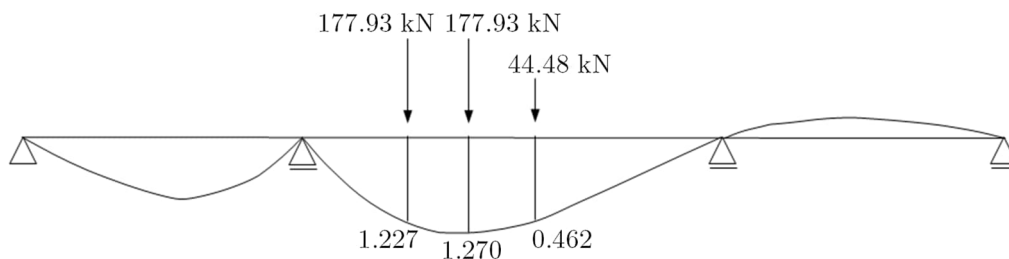


図 10.20 影響線の計算結果

以上の結果より、影響線を用いた理論計算によって、CIVIL NX による解析結果とほぼ一致する値が得られることが確認できる。

10.4 練習問題

1. 下図のようにスパン長さより長い載荷長さを持つ移動荷重が作用する場合，単純梁に発生する最大曲げモーメント，せん断力，反力を確認し，その時の移動荷重の位置を確認せよ。
ただし，材料及び断面をチュートリアルで扱ったモデルと同様とする。

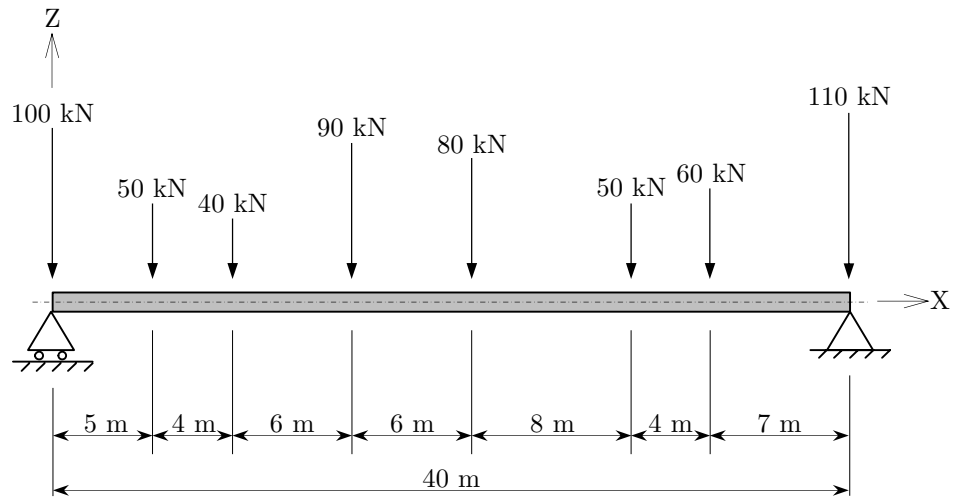


図 10.21 影響線の計算結果