

part. 1

建築構造最適化の概要と将来展望

京都大学 教授 大崎 純

大崎 純

Makoto Ohsaki

京都大学
大学院工学研究科
建築学専攻
教授

経歴

京都大学大学院工学研究科建築学専攻・教授（平成27年 4月）
広島大学大学院工学研究科建築学専攻・教授（平成22年 4月）
京都大学大学院工学研究科建築学専攻・助教授（平成8年 4月）、（平成19年4月から 准教授）
アメリカ合衆国アイオワ大学客員研究員（平成3年 8月 - 平成4年 8月）
京都大学工学部建築学科・助手（昭和60年4月）

受賞

日本計算力学賞(The 2019 JACM Award for Computational Mechanics) (令和元年12月)
ASSMO Award, Asian Society of Structural and Multidisciplinary Optimization (2018)
Best Paper Award, APCS2015 (平成27年5月)
日本計算力学連合フェロー賞(The 2014 JACM Fellows Award) (平成26年7月)
日本建築学会賞・論文部門(平成20年5月)
The State-of-the-Art in Civil Engineering Award, ASCE, (平成16年7月) など多数有。

著作権について

MIDAS BUILDING TECHNICAL WEB SEMINAR



当PPTは、**京都大学大学院 大崎 純 教授** のWEB技術講座の資料として公開され、大崎教授の許可を得ずに、無断で複製・転載・送信・配信することは、著作権侵害となり、法的に罰せられることがあります。

このため、著作権者からの許可なく、資料内容の一部およびすべてを複製、転載または配信など、第三者の利用に供することを禁止します。

当該資料に関する質問などは、受け付けることができかねます。
当該資料についての質問などを **大崎 教授** や **大崎 教授が所属する団体** に対して連絡することをお控えください。

ご理解をいただきますようお願い申し上げます。

AGENDA

建築構造最適化の 概要と将来展望

京都大学 教授 大崎 純



1

構造最適化とは

2

最適化の方法と最適化例

3

構造形態の最適化

4

機械学習の利用

5

今後の展望

session 1

構造最適化とは

建築構造最適化の 概要と将来展望 part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

最適設計問題

6

与えられた設計条件の下で最も適切な設計（設計解）を求める問題

- コスト最小化問題

構造物のコスト（材料の体積）  最小化

制約条件： 構造物の力学的性能（設計条件，変形制限）

- 性能最大化問題

構造物の力学的性能  最大化（変形の最小化）

制約条件： 構造物のコスト（材料の体積）

- 応答量の上限值および許容されるコストが適切に与えられれば，得られる設計解は同じ。
- 解きやすい方，説明しやすい方を用いる。

建築構造最適化の 概要と将来展望

part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

建築構造の最適化

7

□構造最適化

- 機械・航空工学での構造物の最適化

□構造形態創生

- ケーブル構造の釣合い形状解析：エネルギー最小化⇒最適化との関連
形態解析ともよばれる
- 膜の等張力曲面：面積最小化



□自由曲面シェルの形状最適化

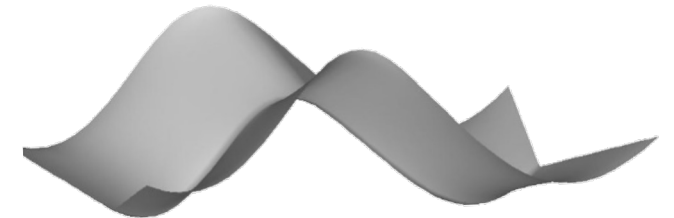
- 特殊な構造なので、最適化の価値は高い

□骨組構造の最適化

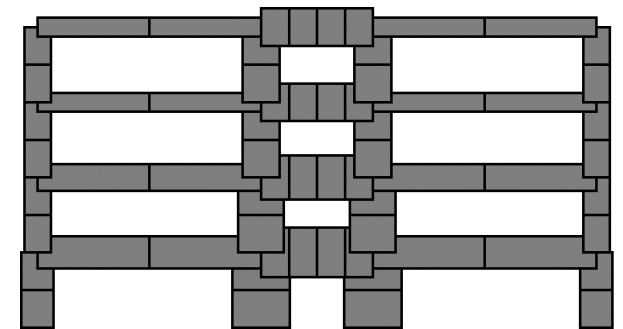
- 単品生産であるが、総コストは大きい

□建築部品（接合部，ダンパーなど） の最適化

- 大量生産なので効果が大きい

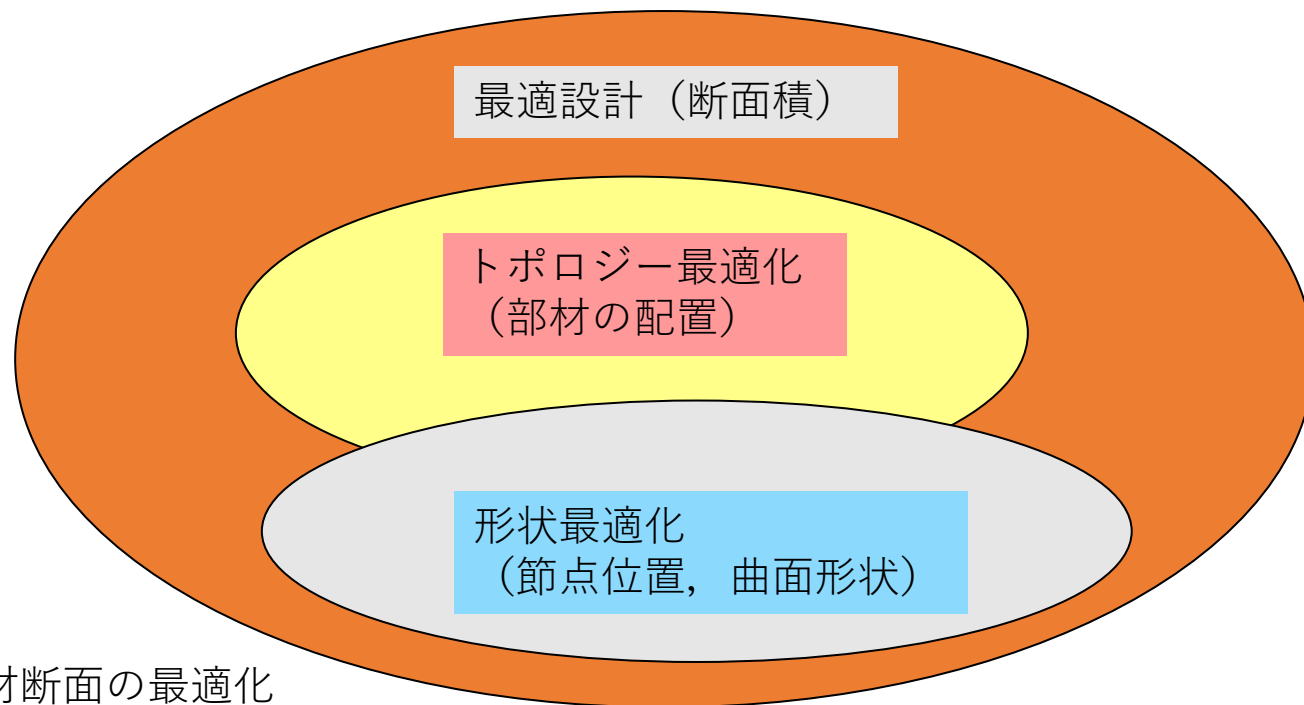


[崔，大崎 2019]



[大崎 2008]

構造最適化の分類（骨組・トラス）



□最適設計

- 狭い意味：部材断面の最適化
- 広い意味：構造最適化と同義
(断面最適化，トポロジー最適化，形状最適化の総称)

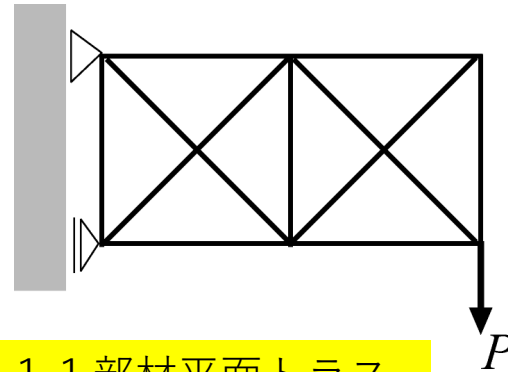
□トポロジー最適化

- 骨組構造のブレースやトラス部材の配置の最適化

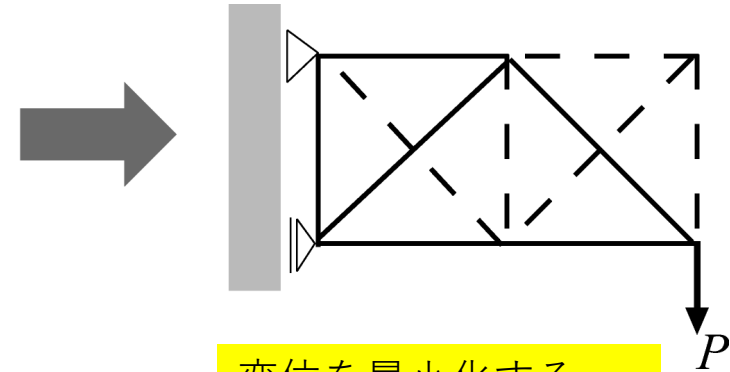
□形状最適化

- 骨組の節点（接合部）の位置の最適化，曲面の形の最適化

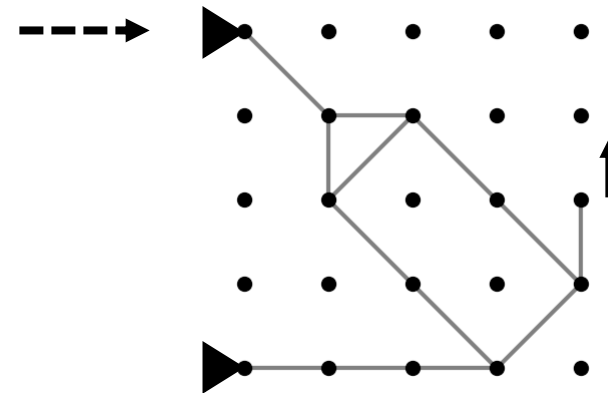
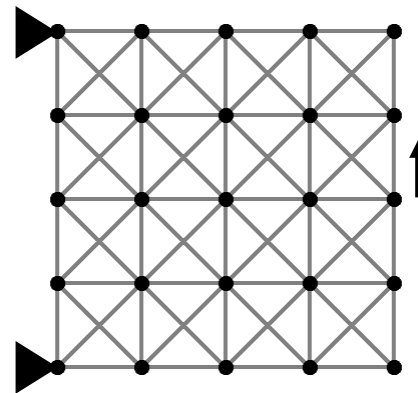
トポロジー最適化



1 1 部材平面トラス



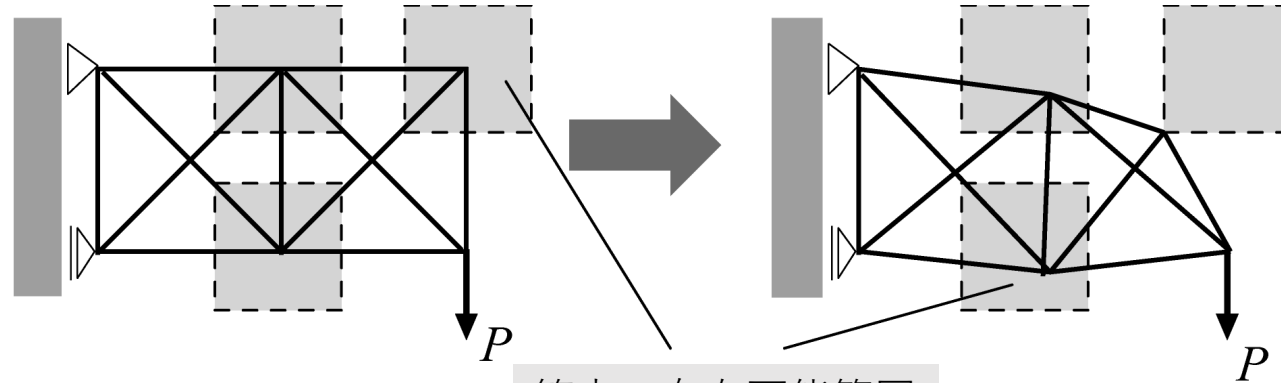
変位を最小化する
部材配置



不要な部材を削除する過程

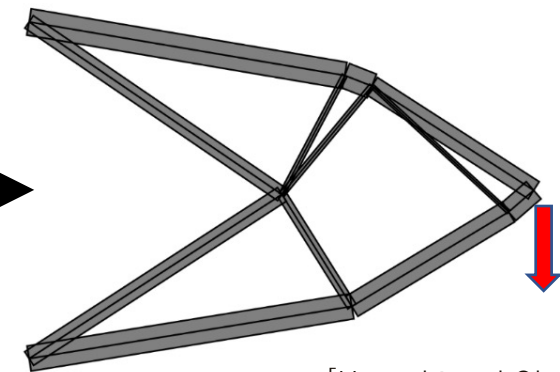
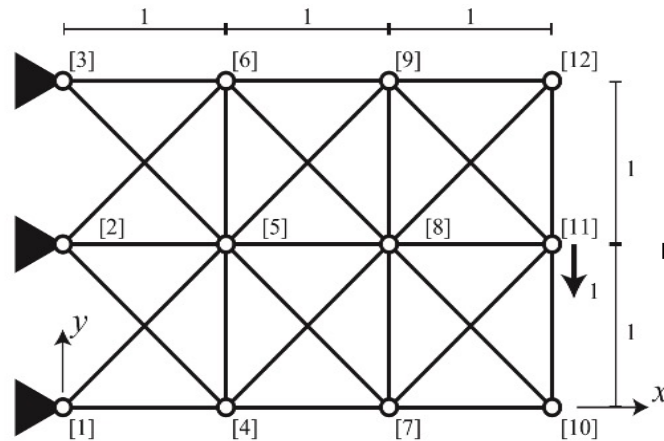
[Hayashi and Ohsaki 2020]

形状最適化



節点の存在可能範囲

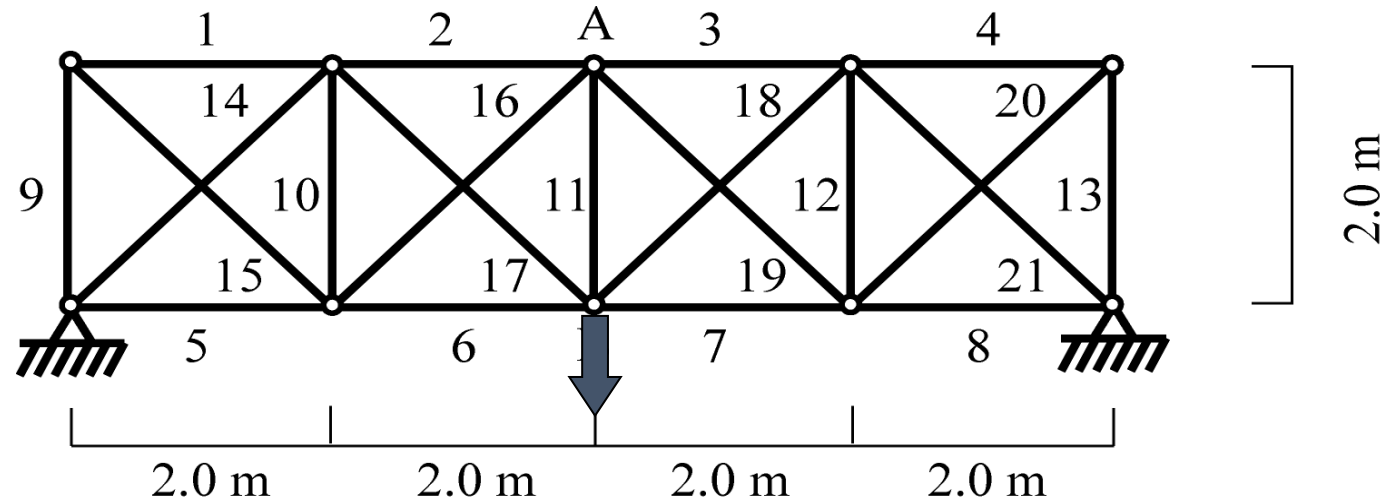
変位を最小化する節点位置



[Hayashi and Ohsaki 2017]

トポロジー，形状，断面の同時最適化

平面トラスの最適化

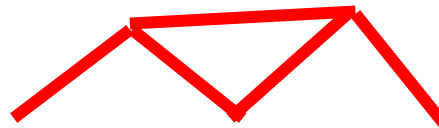


静的荷重に対する応力が上限値に一致する設計を求めることにより、部材の材料の体積を最小化する。
(全応力設計, fully stressed design)

平面トラスの最適化

単一荷重

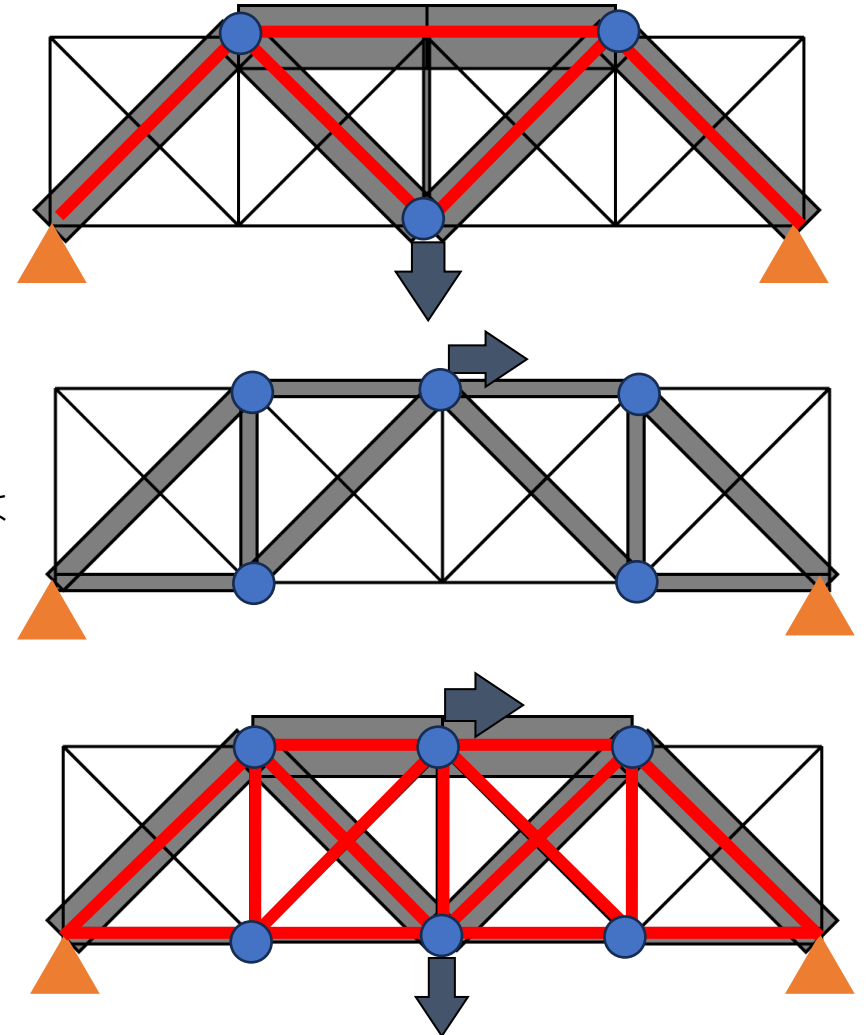
鉛直荷重に対しては不安定トラス
(部材数 5, 変位の自由度 6)



水平荷重に対しては
静定トラス

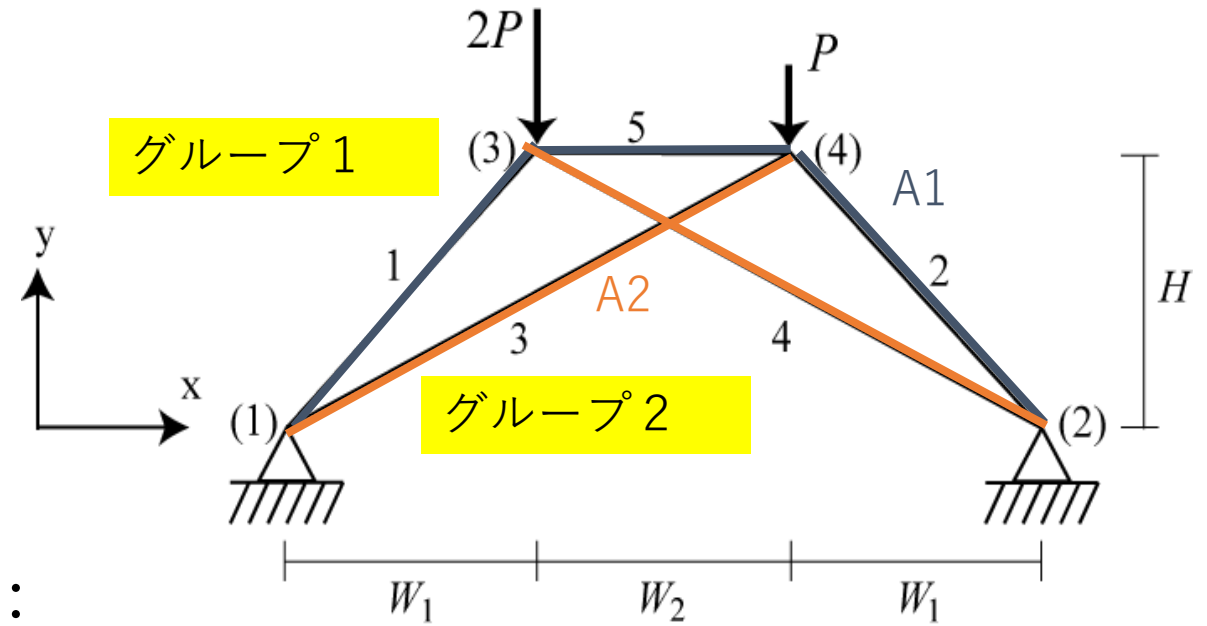
複数荷重

2つの荷重を個別に作用させる
不静定トラス



構造最適化によって力の流れが見える

構造最適化（2変数の例）



◆ 設計変数：

□ 部材1, 2, 5の断面積 = A_1 □ 部材3, 4の断面積 = A_2 ◆ 目的関数： 全部材体積 $V = L_1 \times A_1 + L_2 \times A_2$

◆ 制約条件：

□ 節点3の変位が上限値以下

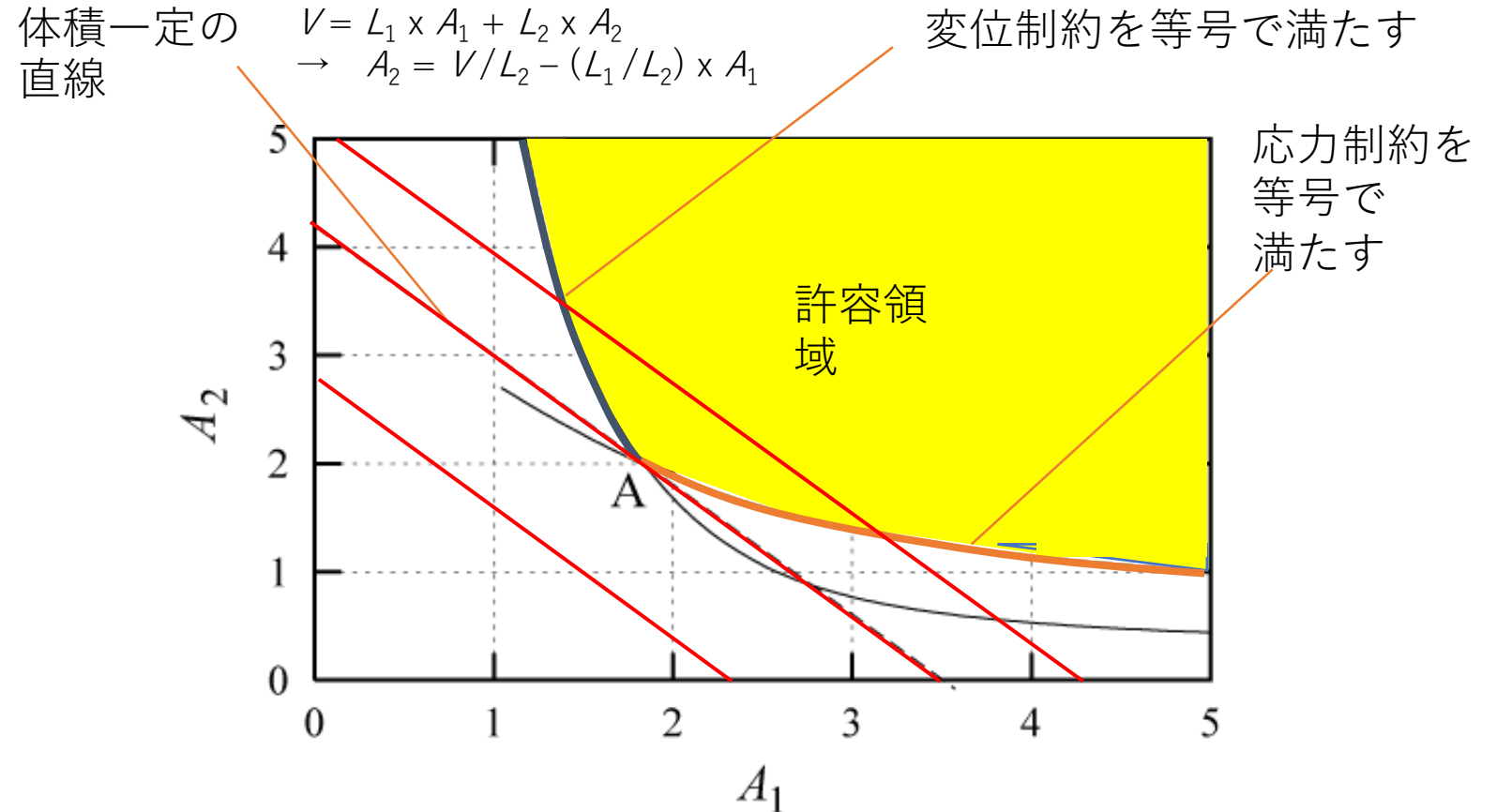
□ 部材4の応力が上限値以下

建築構造最適化の 概要と将来展望 part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

許容領域と最適解

14



- 2変数ではグラフィカルな解法が可能
- 3変数以上では数値解法が必要

Session 2

最適化の方法と最適化例

最適化問題

- 構造最適化： 数理工学，経営工学などで発展した最適化の構造設計への応用
- 変数に関する制約の下で，目的関数を最小化あるいは最大化する問題（数理計画問題）

$$\text{minimize } F(\mathbf{x})$$

$$\text{subject to } G_i(\mathbf{x}) = 0, \quad (i = 1, \dots, N^E)$$

$$H_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad (i = 1, \dots, N^I)$$

目的関数

$$F(\mathbf{x}) \rightarrow \text{最小化}$$

最適化手法

□数理計画法

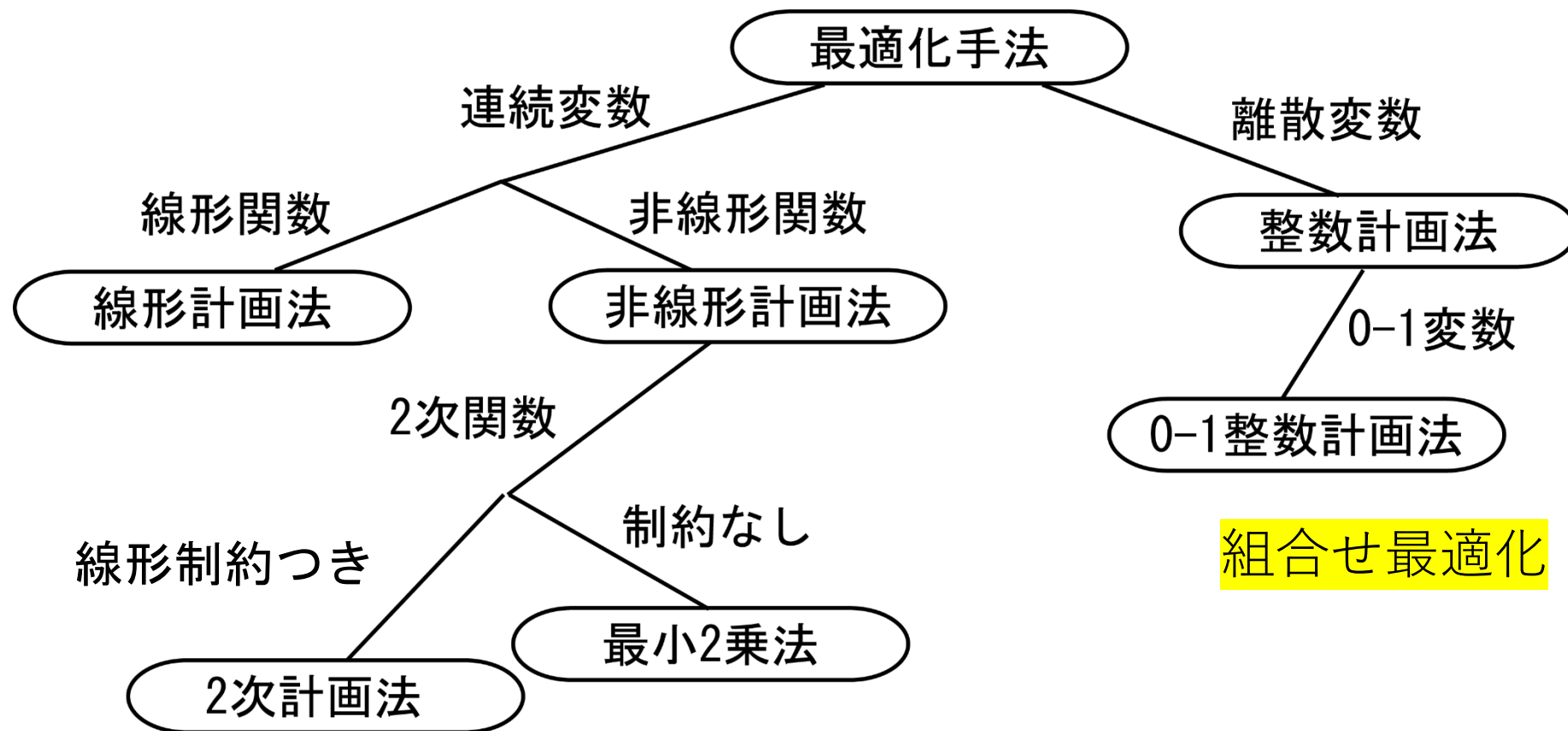
- 非線形計画法
 - 目的関数と制約関数は設計変数の連続関数（勾配に基づく方法）
 - 最適性条件法（最適解で満たされる条件を直接解く）
- 整数計画法（組合せ最適化）
 - 大域最適解が得られる方法（分枝限定法）
 - 近似最適解を得る方法（緩和法，貪欲法）

□発見的手法（ヒューリスティックス，進化的手法）

- 大域最適解が得られる保証はないが，実用的な時間で近似最適解が得られる方法

数理計画法に基づく最適化手法の分類

18



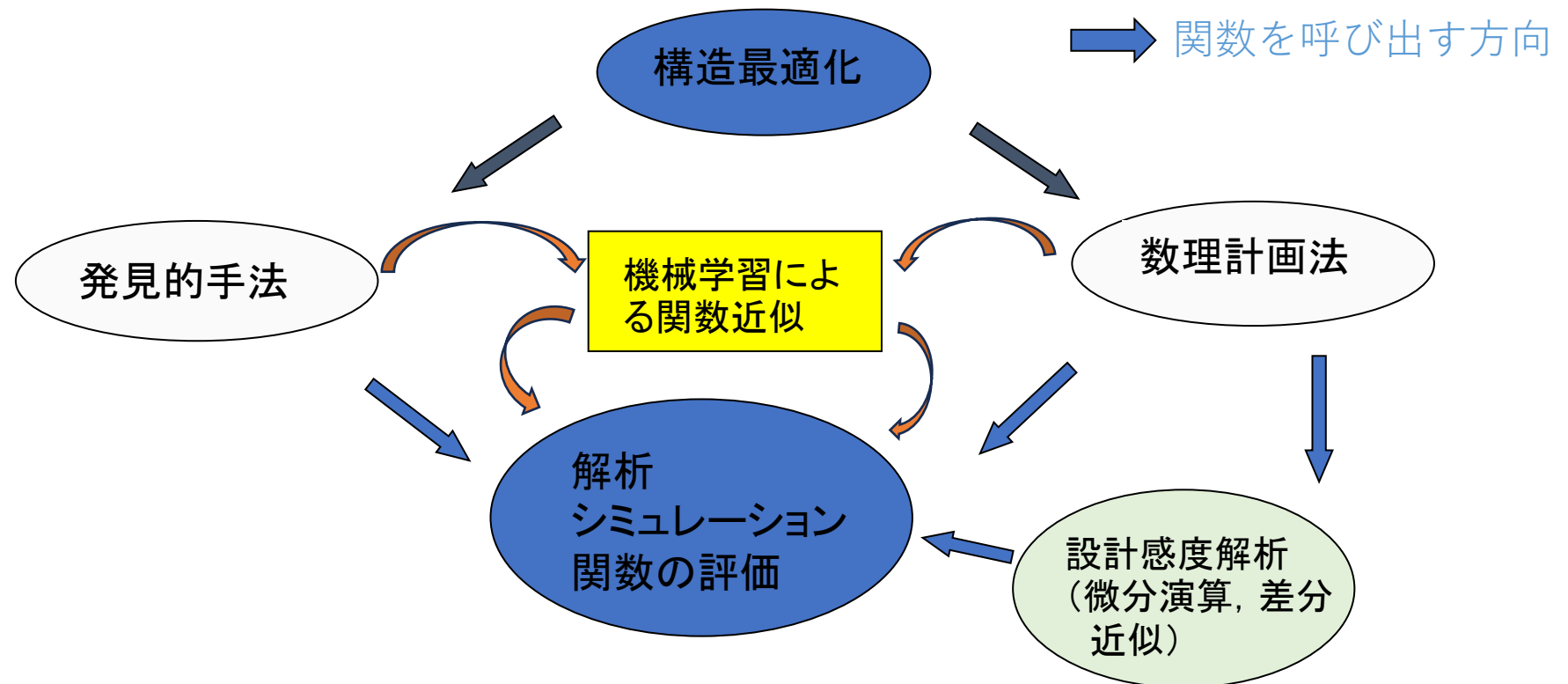
組合せ最適化

それぞれの問題で最適な方法を選択
⇒ 最適化に対する知識が必要

最適化のために必要なもの（解析と最適化の関係）

19

- 最適化手法：関数評価と最適化アルゴリズムの繰り返し
- 構造最適化：目的関数や制約条件の関数は応答量（変位）の関数
- 微分係数が必要な場合 ➡ 設計感度解析（微分演算）



設計感度解析（直接微分法）

静的荷重に対する変位

剛性方程式 $\mathbf{KU} = \mathbf{P}$

変位Uと荷重Pの関係
K: 剛性行列両辺を設計変数(部材 i の断面積)で微分

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial A_i} \mathbf{U} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial A_i} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial A_i}$$



$$\mathbf{K} \left[\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial A_i} \right] = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial A_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial A_i} \mathbf{U}$$

剛性方程式と同じ形式の方程式

全応力設計 (fully stressed design)

応力が上限値あるいはそれ以下になる設計

$$A_i^L < A_i \Rightarrow |\sigma_i| = \sigma_i^U$$

$$A_i = A_i^L \Rightarrow |\sigma_i| \leq \sigma_i^U$$

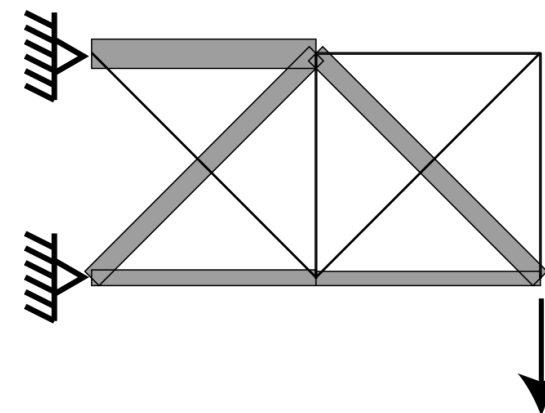
U: 上限値, L: 下限値

応力に比例して断面積を変更
(Stress-ratio algorithm)

$$A_i^{(k+1)} = A_i^{(k)} \left(\frac{|\sigma_i|}{\sigma_i^U} \right)^r$$

k : 繰り返し回数

r : 収束性を調整するパラメータ
静定トラス $\Rightarrow r=1$ で 1 回で収束



構造最適化での整数計画問題（組合せ最適化）

22

• トポロジー最適化

部材配置（ブレース配置）の最適化
部材（および節点）の存在を表す0-1変数。

• 離散断面の最適化

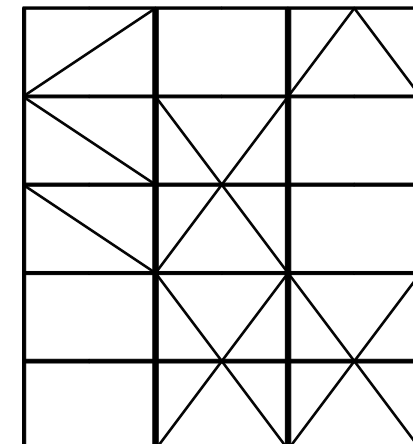
あらかじめ与えられた断面リストから選択

• 部材種別（材料）の選択

H形鋼，鋼管，RC，PCなど

• 免震・制震部材の配置

デバイスの存在を表す0-1変数
粘性ダンパー，座屈拘束ブレース
天然ゴム免震支承，スライダー，
履歴ダンパー

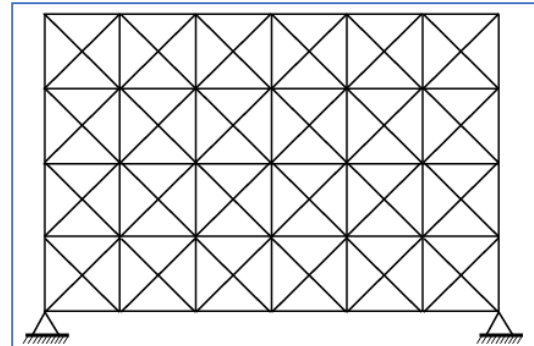


[Tamura, Ohsaki and Takagi 2018]

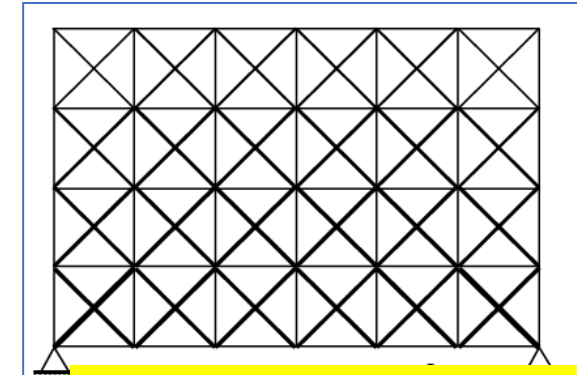
	梁		
	$A \times 10^{-4}$	$Z \times 10^{-6}$	$I \times 10^{-8}$
G1	61.4	610.0	10600.0
G2	83.4	1040.0	23200.0
G3	116.0	1550.0	38700.0
G4	142.0	2180.0	65500.0
G5	184.0	3040.0	89600.0
G6	214.0	3560.0	105000.0

ブレース配置の最適化

応力制約のもとでのブレースの体積最小化
⇒ 全応力設計を求めればよい？

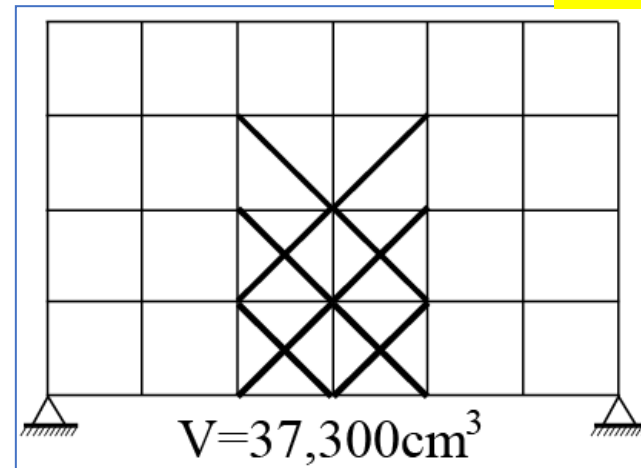


配置できるブレース



全ての部材で応力制約
を満たす解

最適解



存在しない部材では
応力制約を満たさない（設計依
存型の制約）
⇒ 弱いところを強くすれば
良いというわけではない。

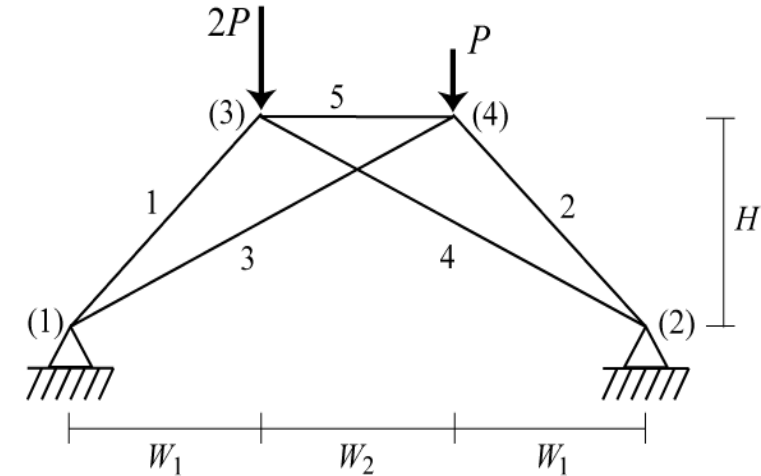
建築構造最適化の 概要と将来展望 part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

列挙法による最適化

24

- 全ての可能な組合せを列挙する。
必ず大域最適解が求まる。
- 5 部材トラス：
全ての部材の断面積が独立で5種類の
値をとり得る $\Rightarrow$ 組合せ数 $= 5^5 = 3,125$
- 10部材トラス：
 - 組合せ数 $= 5^{10} = 9,765,625$
 - 1つの解の評価時間が0.01秒のとき、全列挙に要する時間は
27時間
- 列挙法で現実的なサイズの問題を現実的な計算時間で解
くことは困難



建築構造最適化の 概要と将来展望 part. 1

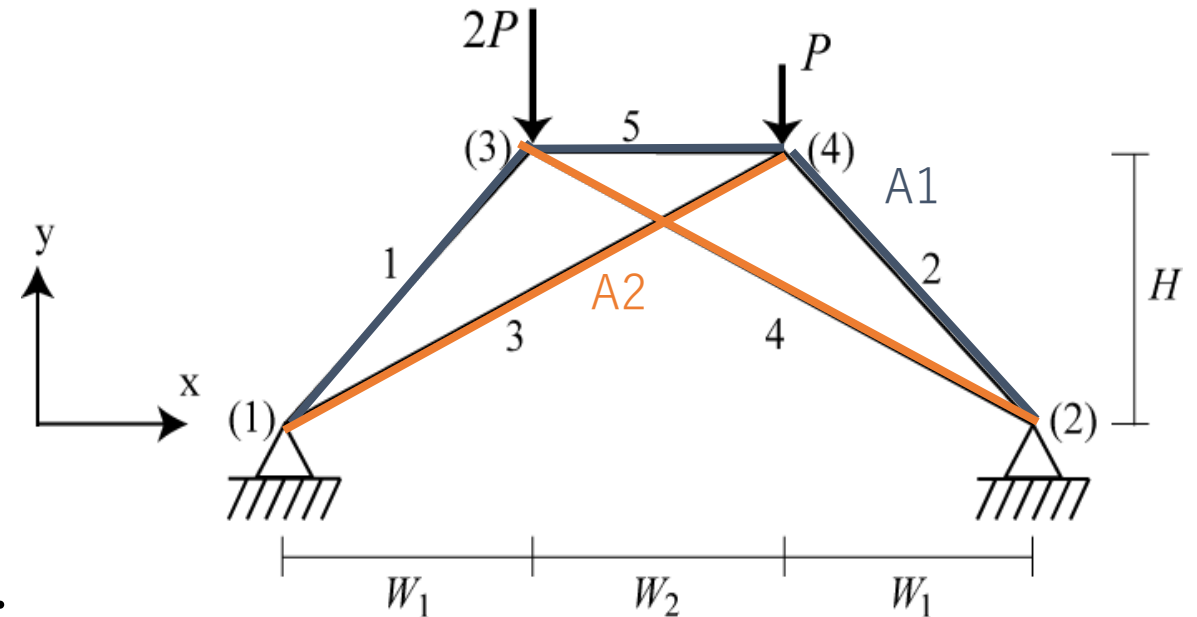
京都大学大学院
大崎 純 教授

発見的手法（ヒューリスティックス）

25

- 最適解が得られる保証はないが、現実的な時間で最適解に近い解が得られる方法
- 多点探索型(population-based approach)
 - 集団を進化させる方法
 - 遺伝的アルゴリズム（GA），粒子群最適化法（PSO）など
 - 人口数（各世代の解の数）を100として100世代まで解析すると，総評価回数は10000
- 単点探索型：
 - 局所探索に基づく方法
 - 焼きなまし法（SA），タブー探索法（TS），ランダム探索（RS），貪欲法（greedy method）など。
 - 許容される計算量に応じて解の評価回数を決める。
 - 解は必ず改善される。

構造最適化（離散変数）



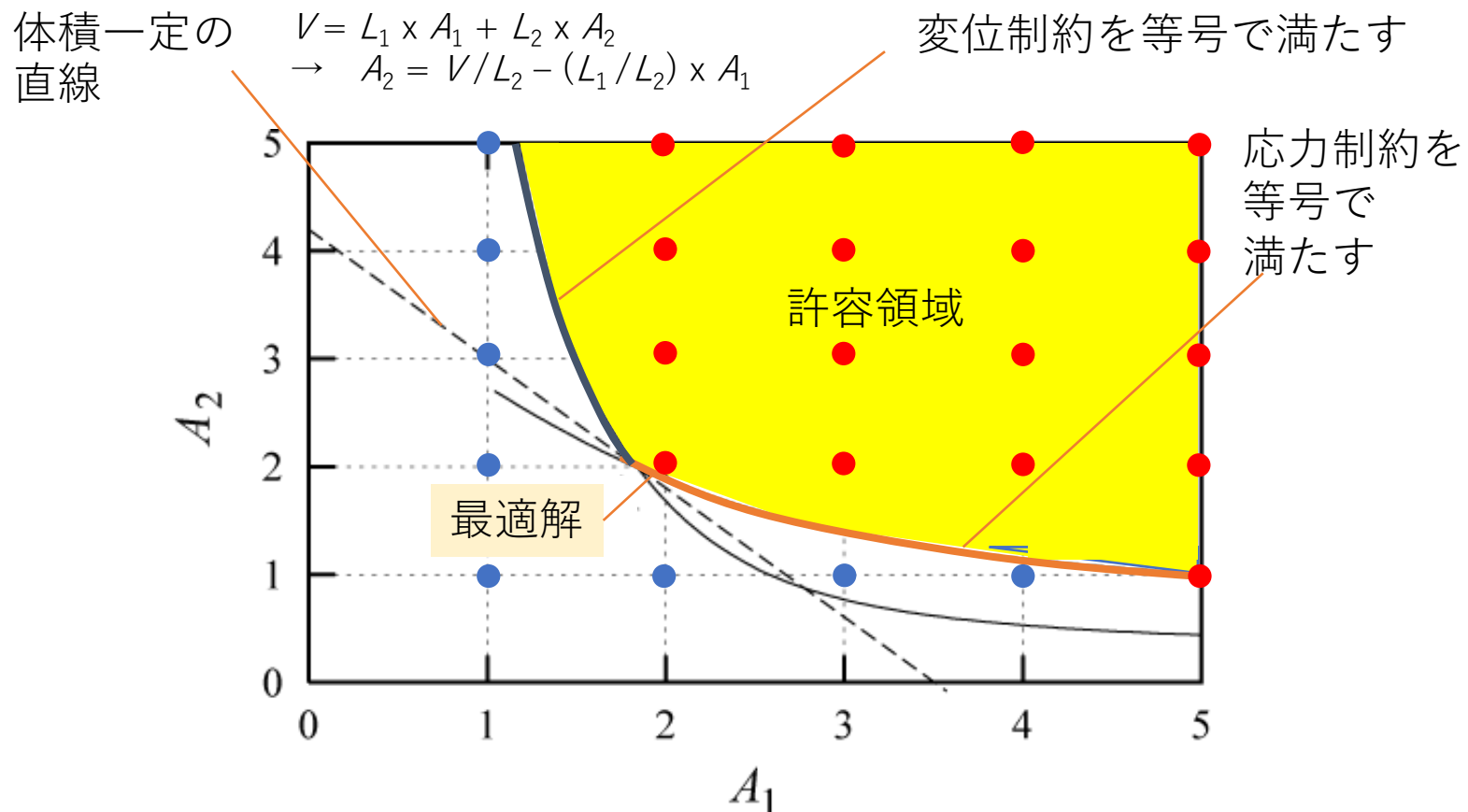
- ◆ 設計変数：
 - 部材1, 2, 5の断面積 = A_1
 - 部材3, 4の断面積 = A_2
- ◆ 目的関数： 全部材体積 $V = L_1 \times A_1 + L_2 \times A_2$
- ◆ 制約条件：
 - 節点3の変位が上限値以下
 - 部材4の応力が上限値以下

建築構造最適化の 概要と将来展望 part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

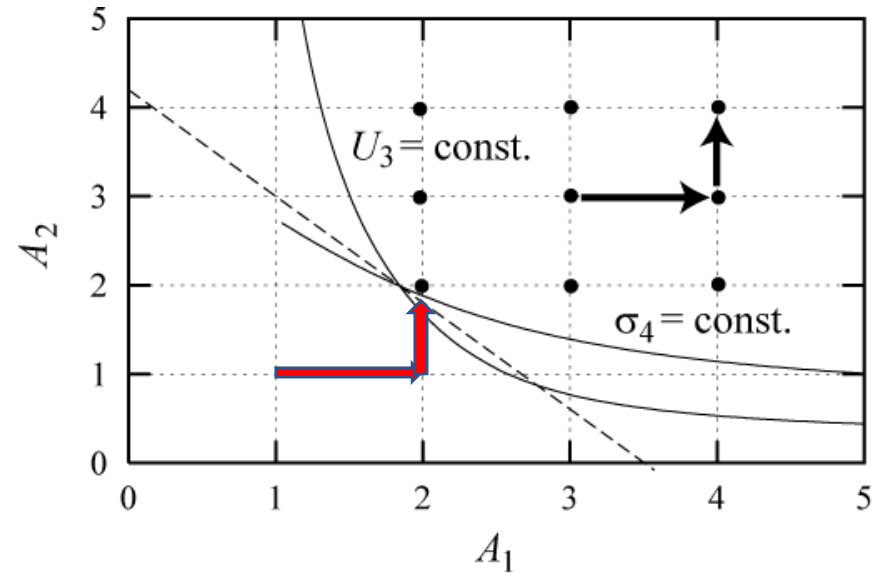
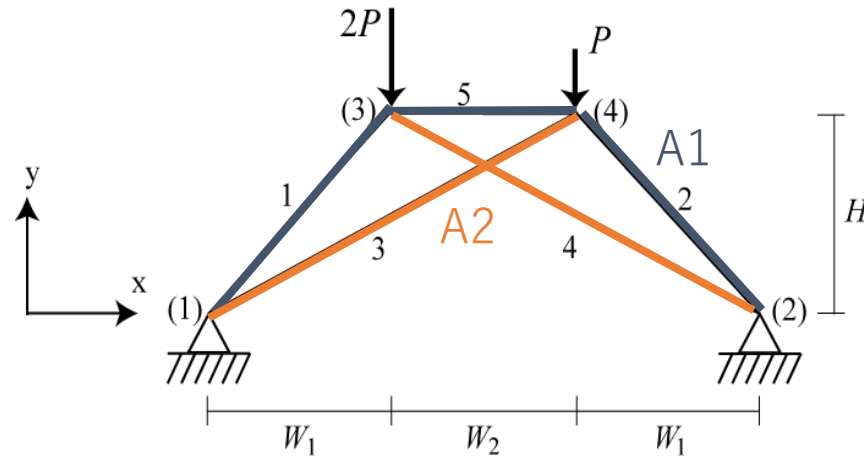
許容領域と最適解

27



- A_1, A_2 は整数変数1, 2, ...をとる。
- 最適解: $A_1 = A_2 = 2$
- 3変数以上では数値解法が必要

貪欲法 (greedy method)



- 制約条件を満たさず最も目的関数の小さい解から出発して、最も効率よく目的関数と制約関数を改善する方向に解を更新
- 制約条件 $|U_3| \leq 0.025$, $|\sigma_4| \leq 0.006$
- 初期解: $(A_1, A_2) = (1, 1)$, $U_3 = -0.0472$, $\sigma_4 = -0.011$, 変位と応力に関する制約条件を満たさない。

貪欲法 (greedy method)

- 制約条件が満たされない割合
 $\alpha(\text{変位}) = 0.0472 / 0.025 = 1.89$, $\alpha(\text{応力}) = 0.011 / 0.006 = 1.83$
 $\Rightarrow \alpha = 1.89 \Rightarrow \alpha$ が1以下となるまで探索
- 解の改善の尺度：
 β : 近傍解に移動したときの α の減少量の V の増加量に対する比
- A_1 を1増加: $\alpha = 1.44$, $V = 12.1$, $\beta = 0.129$
 A_2 を1増加: $\alpha = 1.50$, $V = 12.7$, $\beta = 0.0977$
- β が大きい方を選択 $\Rightarrow (A_1, A_2) = (2, 1)$
このとき, $\alpha = 1.44 > 1$ なので, A_1 あるいは A_2 をさらに増加
- $(A_1, A_2) = (3, 1)$ と $(A_1, A_2) = (2, 2)$ での変位と応力は, 前者では制約条件を満たし, 後者では満たさないなので, 前者を採用してそれを近似最適解とする。
- この例では大域最適解が得られた。

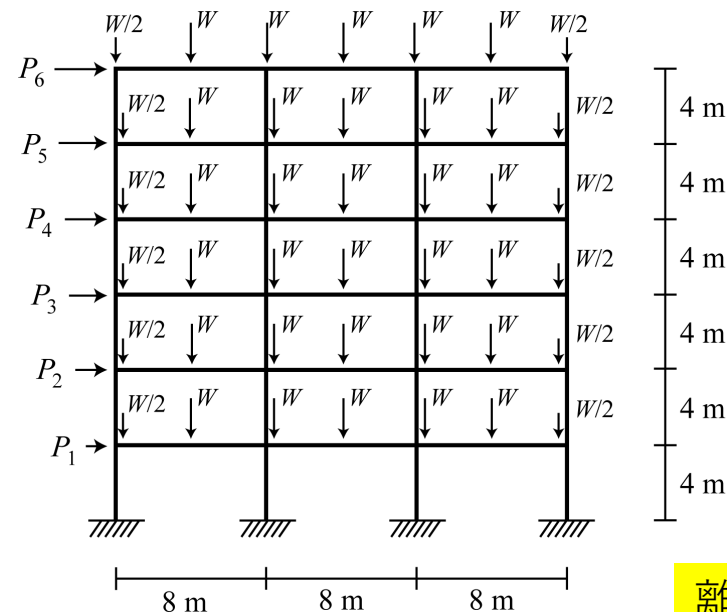
建築構造最適化の 概要と将来展望

part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

骨組の最適化（応力制約）

30



- 静的載荷：自重，積載荷重，
水平荷重（Ai分布）
- 剛床仮定
- 応力制約：上限値 = 2.0
- 部材体積最小化
- 梁・柱の断面：2層ごとに同一
内側と外側で異なる

離散断面リスト

[大崎 2008]

梁				柱			
	$A \times 10^{-4}$	$Z \times 10^{-6}$	$I \times 10^{-8}$		$A \times 10^{-4}$	$Z \times 10^{-6}$	$I \times 10^{-8}$
G1	61.4	610.0	10600.0	C1	104.0	986.0	14700.0
G2	83.4	1040.0	23200.0	C2	162.0	1760.0	30900.0
G3	116.0	1550.0	38700.0	C3	186.0	2330.0	46700.0
G4	142.0	2180.0	65500.0	C4	277.0	3880.0	87300.0
G5	184.0	3040.0	89600.0	C5	309.0	4840.0	121000.0
G6	214.0	3560.0	105000.0	C6	599.0	8780.0	219000.0

建築構造最適化の 概要と将来展望

part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

最適解

31

	連続変数の 最適断面積 A^R	A^R に最も 近い離散断面	A^R の近傍を 列挙して得られた解	貪欲法	けちけち法
1,2 層外梁	214.0	G6	G6	G6	G6
3,4 層外梁	188.8	G6	G5	G5	G6
5,6 層外梁	121.1	G3	G3	G4	G4
1,2 層中梁	206.2	G6	G6	G6	G6
3,4 層中梁	186.7	G5	G6	G6	G6
5,6 層中梁	122.2	G5	G4	G3	G4
1,2 層外柱	289.1	C4	C4	C4	C5
3,4 層外柱	186.2	C3	C3	C3	C3
5,6 層外柱	116.2	C1	C3	C2	C2
1,2 層中柱	404.3	C6	C6	C6	C6
3,4 層中柱	282.8	C4	C4	C4	C5
5,6 層中柱	175.5	C3	C3	C2	C3
全部材体積 V	4.827	5.278	5.259	5.538	5.182
応力の絶対値の最大値	2.000	1.971	1.986	1.949	1.987

[大崎 2008]

応力の
上限値=2.0

	連続変数の 最適解 A^R	A^R に最も近い 離散断面	A^R の近傍を列挙 して得られた解	貪欲法	けちけち法
全部材体積	4.827	5.278	5.259	5.538	5.182
応力絶対値 の最大値	2.000	1.971	1.986	1.949	1.987

建築構造最適化の 概要と将来展望

part. 1

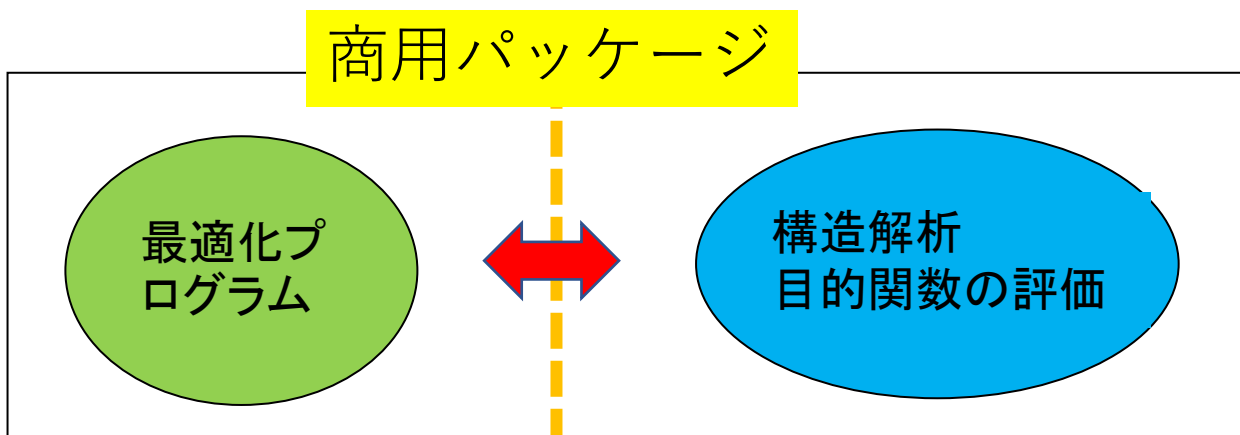
京都大学大学院
大崎 純 教授

構造最適化のためのソフトウェア

32

□ 商用パッケージの利用：

- 最適解の知識がほとんどない場合
⇒ 構造解析と最適化を含んだパッケージ
- 最適解の知識が少しある場合
⇒ 最適化のパッケージのみ：
 - ✓ 目的関数と制約関数を評価するための解析プログラムを準備
 - ✓ 解析プログラムはバッチ処理可能（コマンドあるいは外部プログラムから実行可能）



建築構造最適化の
概要と将来展望

part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

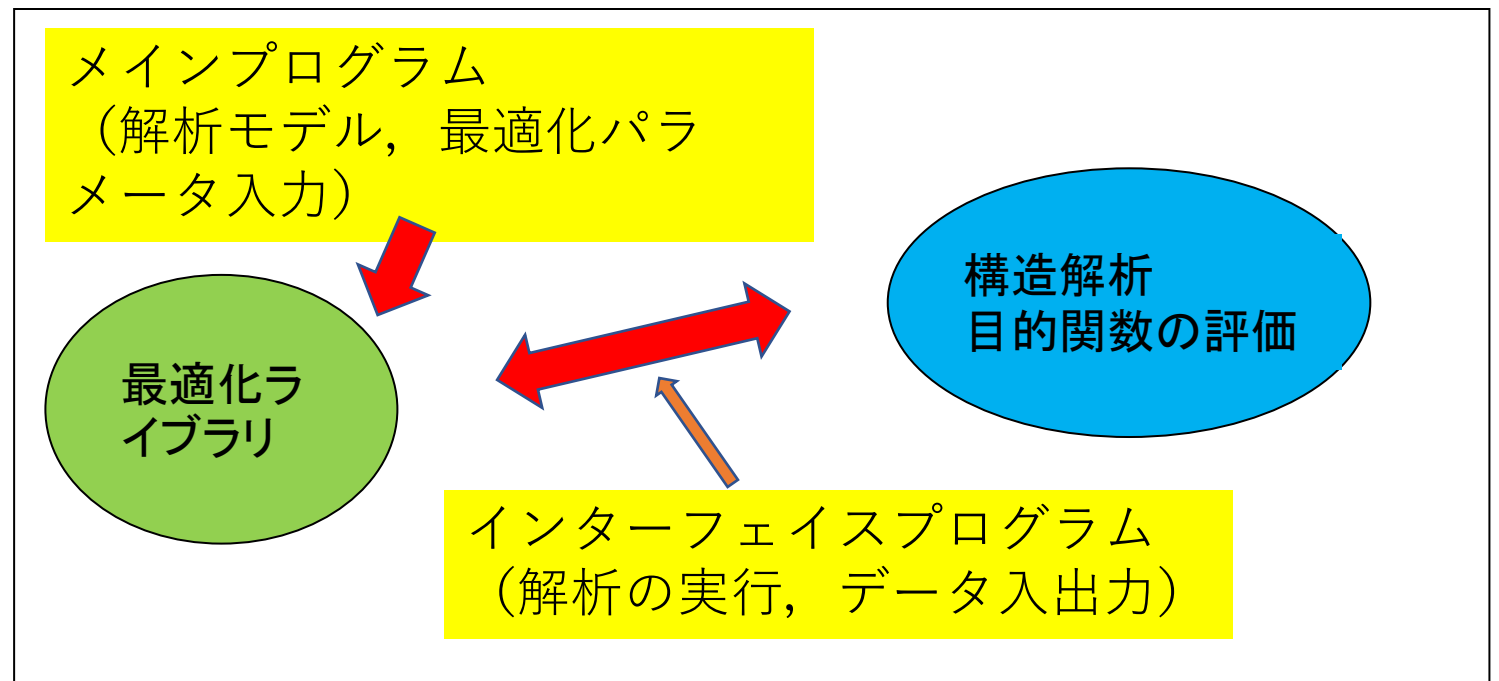
構造最適化のためのソフトウェア

33

□最適解の知識がある場合

⇒ 最適化ライブラリの利用：

- Python, Matlabなどのプログラム言語
- Rhino-Grasshopperのプラグイン
- 解析と最適化プログラムのインターフェイスプログラムを準備



建築構造最適化の
概要と将来展望

part. 1

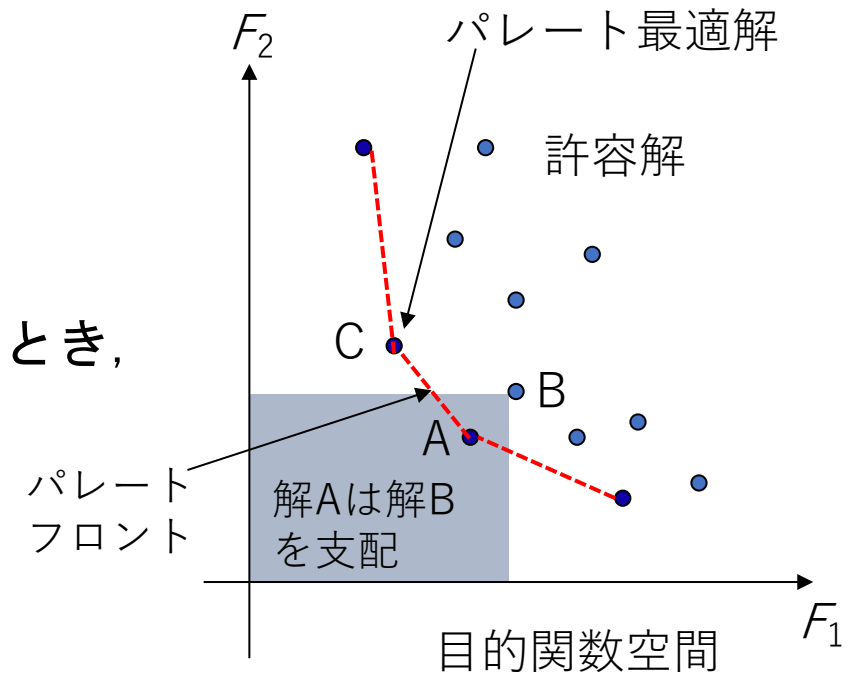
京都大学大学院
大崎 純 教授

多目的構造最適化

34

- 建築の構造設計では、多数の制約条件、目的関数を考慮する必要がある
⇒ 構造最適化問題は多目的最適化問題となる。
⇒ 多目的最適化問題の解をパレート最適解という。
- 2つの解1, 2において、解1の全ての目的関数が解2の目的関数より小さいとき、解2は解1に支配されているという。
- いかなる解にも支配されない解を、**パレート最適解**という。
- パレート最適解は、何らかの意味で最適な、あるいは選択可能な解であり、トレードオフ解ともいう。

解Aから解Cに移動
⇒ F_1 は減少, F_2 は増加



2目的の場合のパレート最適解

多目的最適化の方法

□多目的最適化の構造設計での利用

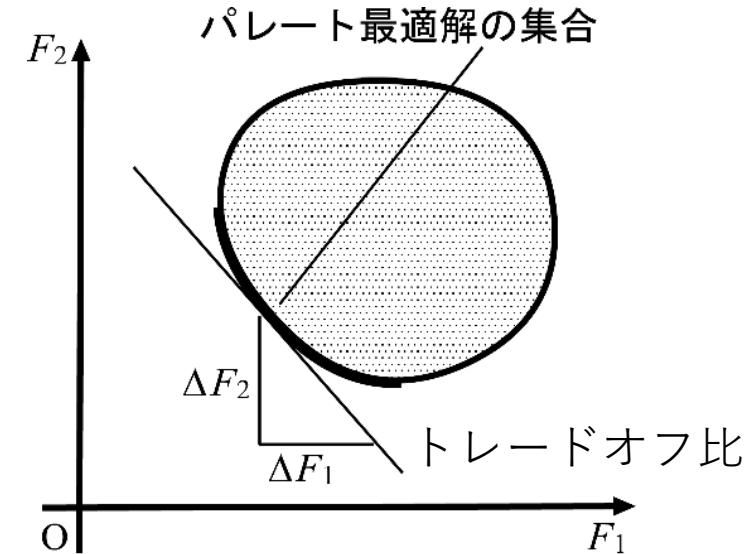
- パレート解から1つの解を選択
最適化の際に考慮しなかった指標に
基づき選択 ⇒ 選好最適解

□事前情報を用いる方法

- 各目的関数の重要度や理想的な目的
関数値の組合せあらかじめ与えて、
単一目的最適化問題を解く。

□事前情報を用いない方法

- パレート最適解を列挙する方法
 - 多数のパレート最適解を求め、最も望ましい選好最適解を選択。
- 対話的方法
 - 仮の事前情報を与えて単一目的最適化問題の解を求める。
 - 重み係数や理想点などの事前情報をインタラクティブに変更し、
パレート最適解を逐次更新して選好最適解を求める。



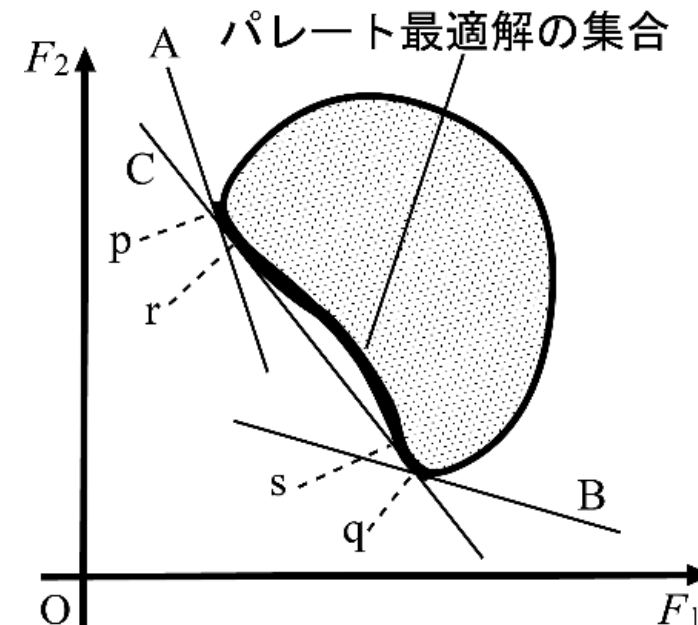
重み付き線形和法

$$\text{minimize } F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N^F} w_i F_i(\mathbf{x})$$

w_i : 目的関数の重み係数
(事前情報)

$$\text{subject to } H_i(\mathbf{x}) \leq 0, (i = 1, \dots, N^I)$$

- ・ パレートフロントが凸でない場合、全てのパレート解が得られない。
- ・ パレート解を探索する際に重み係数を感覚的に変更できない（重み係数の変更量と解の変化量の関係が分からない）。



建築構造最適化の
概要と将来展望

part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

制約法

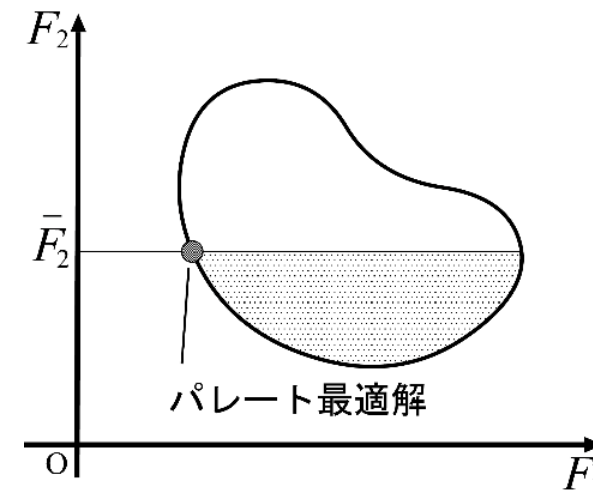
$$\begin{aligned} &\text{minimize } F_1(\mathbf{x}) \\ &\text{subject to } F_i(\mathbf{x}) \leq \bar{F}_i, \quad (i = 2, \dots, N^F) \\ &\quad H_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad (i = 1, \dots, N^I) \end{aligned}$$

 $\bar{F}_i$: 目的関数の上限値
(事前情報)

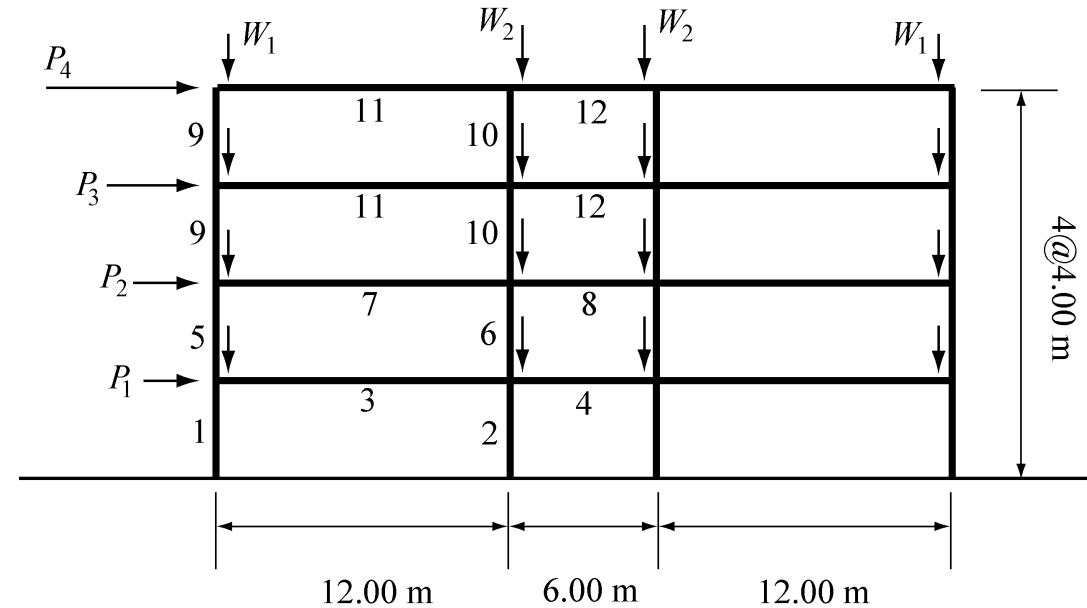
単一目的関数：

とくに許容される上限値
が決まっていない関数

- 応力と変位の最小化
 - ⇒ 応力の上限値は明確に決まっている
 - ⇒ 応力を制約して変位を最小化
- ひずみエネルギーと体積を最小化
 - ⇒ ひずみエネルギーを制約して体積を最小化
 - 体積を制約してひずみエネルギーを最小化



骨組の多目的最適化

4層3スパン
平面骨組

- 設計変数
 - 部材断面積, 離散リストから選択
- 目的関数
 - 部材体積
 - ひずみエネルギー (外力仕事, コンプライアンス)

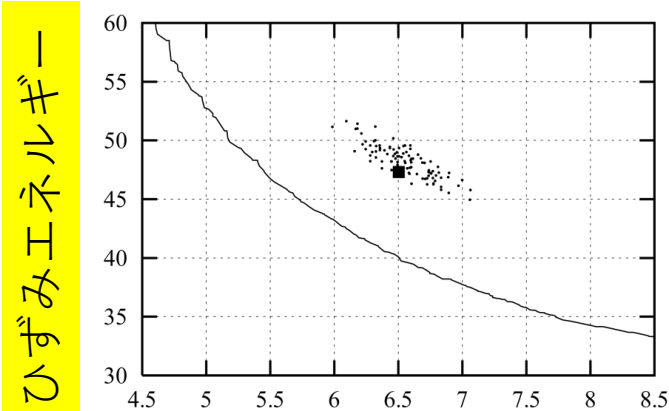
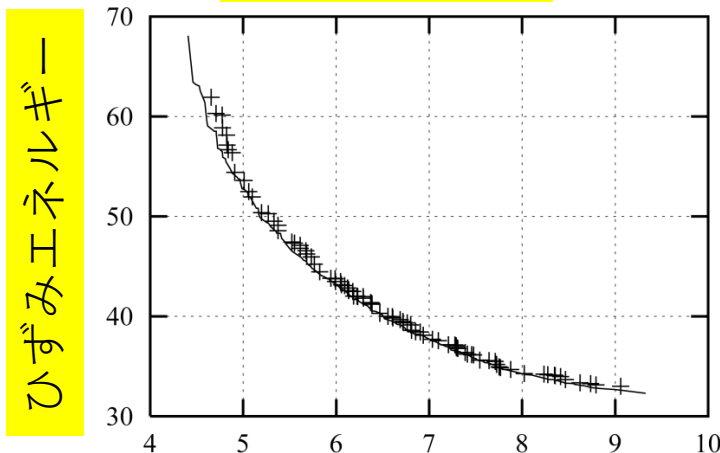
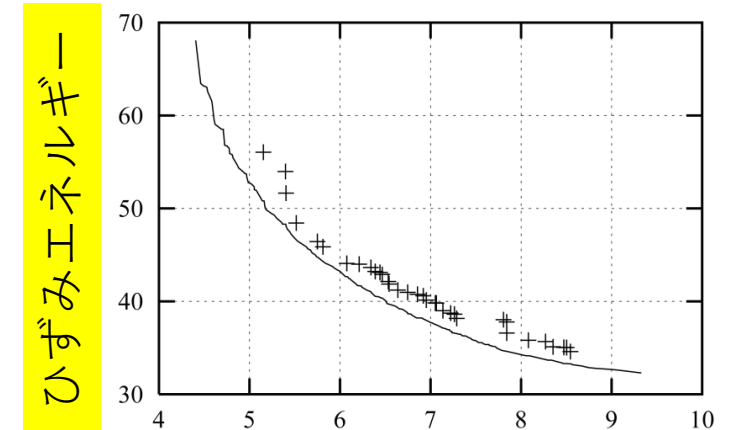
建築構造最適化の
概要と将来展望

part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

骨組の多目的最適化（局所探索法）

39

初期解の近傍解
の分布1つの解から近傍解
を多数生成し、その
中のパレート最適解
を保存部材体積
解析回数5000

部材体積

実線：多数の
解析回数で得
られたパレ
ートフロント

解析回数400

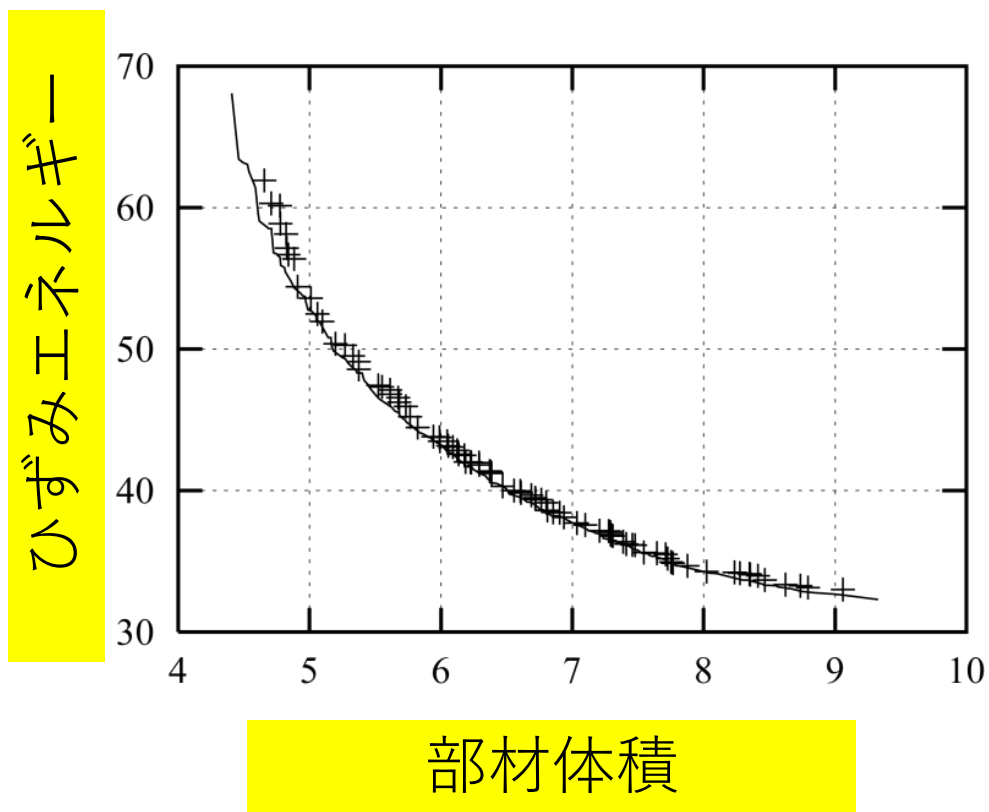
[大崎 2008]

建築構造最適化の
概要と将来展望

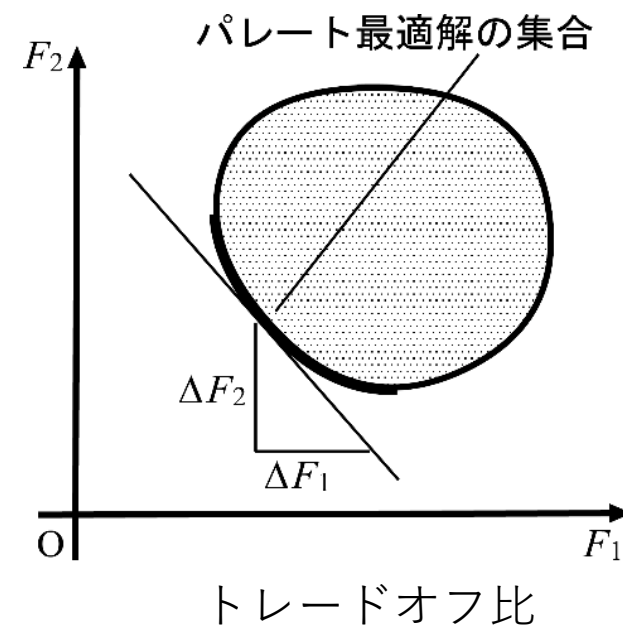
part. 1

京都大学大学院
大崎 純 教授

パレート解集合

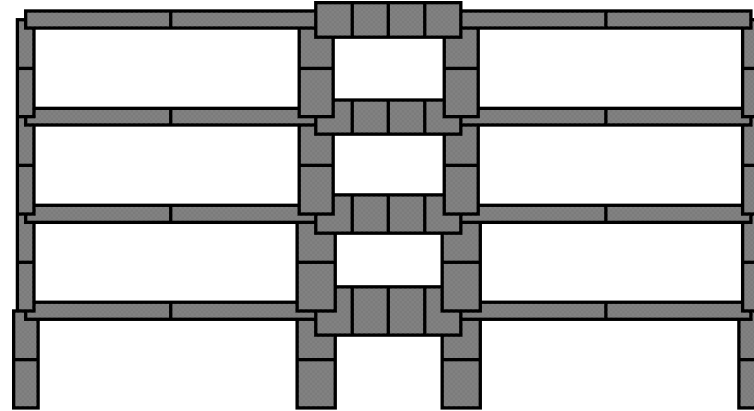


[大崎 2008]

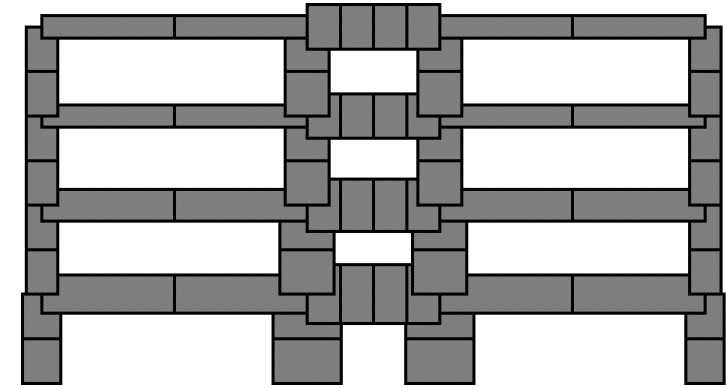


トレードオフ比:
パレートフロントの傾き
目的関数の増加（減少量）
の比
⇒ 目的関数値とトレードオフ比
に基づき選好最適解を選択

パレート最適解の例



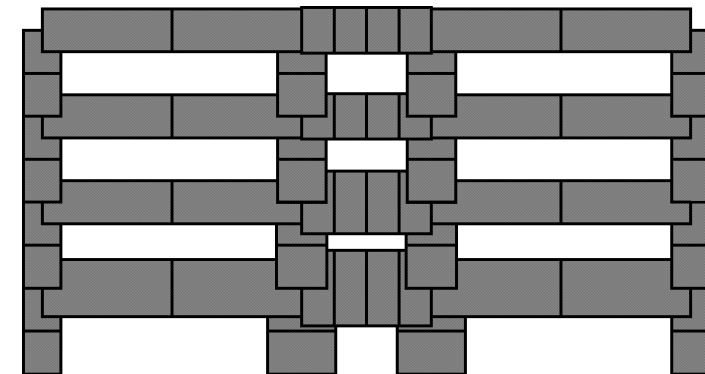
(コスト：小, 剛性：小)



(コスト：中, 剛性：中)

部材体積 ⇒ コスト

ひずみエネルギー
⇒ 剛性



(コスト：大, 剛性：大)

**ご清聴、
ありがとうございました。**

建築構造最適化の概要と将来展望

京都大学 教授 大崎 純